

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

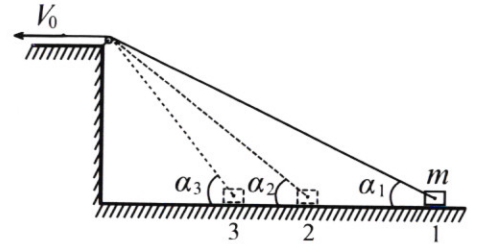
Класс 11

Вариант 11-08

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью V_0 . Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых $\sin \alpha_1 = \frac{1}{4}$, $\sin \alpha_2 = \frac{2}{3}$, $\sin \alpha_3 = \frac{3}{4}$. От точки 1 до точки 2 груз перемещается за время t_{12} .

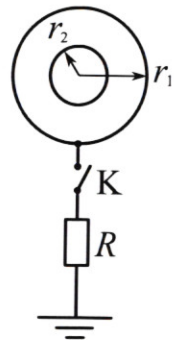


- 1) Найти скорость V_2 груза при прохождении точки 2.
- 2) Найти работу лебедки A_{12} при перемещении груза из точки 1 в точку 2.
- 3) Найти время t_{13} перемещения груза из точки 1 в точку 3.

2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура $T_0 = 373 \text{ K}$. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом V_1 , в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление $P_0/8$, где P_0 - нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

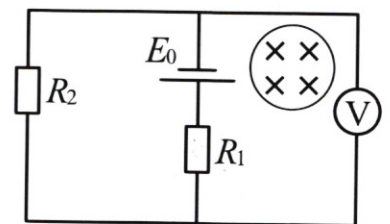
- 1) Найти объем V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.
 - 2) Найти изменение массы Δm воды.
 - 3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.
- Удельная теплота испарения воды L , молярная масса воды μ . Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами r_1 и r_2 образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится положительный заряд q , а на внутреннем шаре - положительный заряд Q . Внешний шар соединен с Землей через ключ K и резистор R . Ключ замыкают.



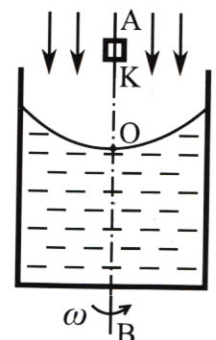
- 1) Найти заряд q_1 на внешнем шаре после замыкания ключа.
 - 2) Найти энергию W_1 электрического поля в пространстве между шарами (сферами) до замыкания ключа.
 - 3) Какое количество теплоты W выделится в резисторе R после замыкания ключа?
- Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

4. В проволочную конструкцию впаены резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 3R$, идеальный источник с ЭДС E_0 , вольтметр с сопротивлением $R_V = 5R$ (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области - магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S .



- 1) Найти показание V_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.
- 2) Найти показание V_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B / \Delta t = k > 0$.

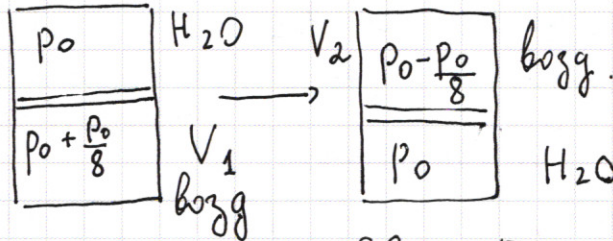
5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$ вокруг вертикальной оси АВ, совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры К, расположенной на оси вращения.



- 1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке О.
 - 2) На каком расстоянии от точки О будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?
- Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.



$T_0 = 373 \text{ K}$, что соотв $100^\circ\text{C} \Rightarrow p_{\text{насыщенного пара}} = p_0$

1) $T = T_0 = \text{const}$ — изотерма. Пар насыщен в начале, в ~~процессе~~ и в конце. Учитывая деп. давление воздуха для воздуха уравнение состояния: $(p_0 + \frac{p_0}{8})V_1 = (p_0 - \frac{p_0}{8})V_2$

$$\Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{81}{64} V_1$$

2) Пусть ν_1, ν_2 — начальное и конечное кол-во молекул пара, тогда $\Delta m = -\mu(\nu_2 - \nu_1)$. Пусть весь объём сосуда V .

Ур-я Менделеева-Клапейрона для нас. пара: $p_0 V = \nu_1 R T_0$

$$p_0 (V - V_2) = \nu_2 R T_0$$

Вычтем из их. Получим:

$$\nu_2 - \nu_1 = \frac{p_0 (V_1 - V_2)}{R T_0} \Rightarrow \Delta m = \frac{p_0 (V_2 - V_1)}{R T_0} \mu$$

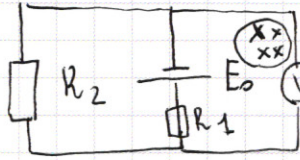
3) ΔE — изменение внутр. энергии. $\frac{p_0 (\frac{17}{64} V_1) \mu}{R T_0}$

$$\Delta E = \Delta U_{\text{воздуха}} + \Delta U_{\text{H}_2\text{O}} = 0 + (-L \Delta m)$$

(вода теряет энергию, конденсируясь, а воздух не меняет своей энергии). $\Delta E = -\frac{17 p_0 V_1 \mu L}{64 R T_0}$

Ответ: 1) $V_2 = \frac{81}{64} V_1$ | 2) $\Delta m = \frac{17 p_0 V_1 \mu}{64 R T_0}$ | 3) $\Delta E = -\frac{17 p_0 V_1 \mu L}{64 R T_0}$

Задача 4



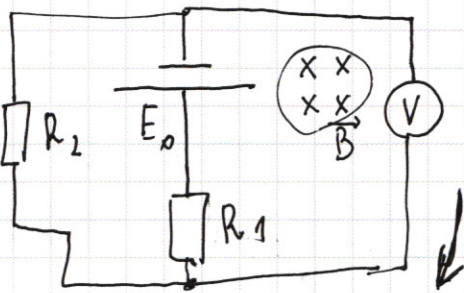
1) $\frac{dB}{dt} = 0 \Rightarrow$ Индукция $\vec{J}_{\text{инд}}$ не возникает.

$$\Rightarrow V_1 = \frac{E_0}{R_1 + \frac{R_V R_2}{R_V + R_2}} \cdot \frac{R_V R_2}{R_V + R_2} = E_0 \cdot \frac{1}{R + \frac{15}{8}R} \cdot \frac{15}{8}R = \frac{15}{23} E_0$$

(ток через R_V и R_2 суммарно)

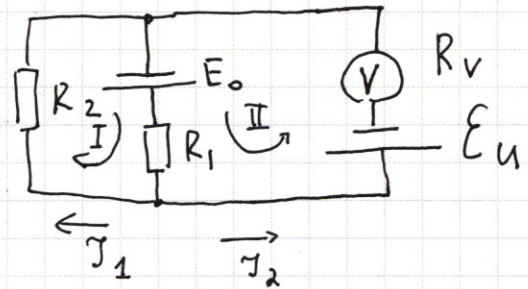
(\leftarrow сопротивление R_V , R_2 и R_2 в параллельном включении)

2) Изменяющийся магнитный поток порождает индуктивные токи в правом контуре. Они создают поле с $\vec{E}_{\text{инд}}$, противоположным \vec{B} . \Rightarrow их направление можно определить по правилу Штерна (Буравчика).



Показано направление индуктивного тока $\vec{J}_{\text{инд}}$. \vec{B} суммируется алгебраически складывается с $\vec{J}_{\text{инд}}$ токеш в контуре.

Всё это при $\frac{\Delta B}{\Delta t} = k$ эквивалентно:

$$\text{где } \mathcal{E}_{\text{инд}} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} S = kS$$


Тогда по правилу Кирхгофа:

$$\text{I: } E_0 = (J_1 + J_2) R_1 + J_1 R_2$$

$$\text{II: } E_0 = (J_1 + J_2) R_1 + \mathcal{E}_{\text{инд}} + J_2 R_V$$

$$\text{(II)} - \text{(I): } \mathcal{E}_{\text{инд}} + J_2 R_V = J_2 R_2 \Rightarrow kS = J_2 (R_2 - R_V)$$

$$J_2 R_V = V_2 \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{инд}} + V_2 = J_1 R_2 \Rightarrow kS + V_2 = J_1 R_2$$

$$\Rightarrow E_0 = \left(\frac{\mathcal{E}_{\text{инд}} + V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_V} \right) R_1 + kS + V_2$$

Отсюда найдем $V_2 = \frac{E_0 - \frac{4}{3}kS}{\frac{23}{15}}$

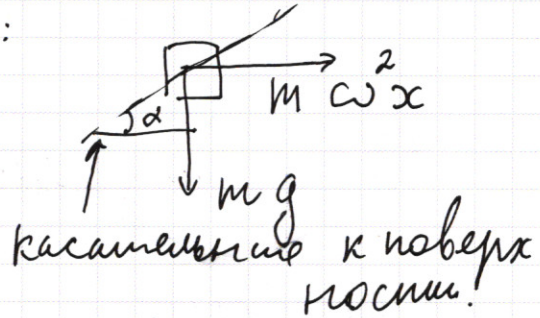
Ответ: 1) $V_1 = \frac{15}{23} E_0$ 2) $V_2 = \frac{15 E_0 - 20 k S}{23}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

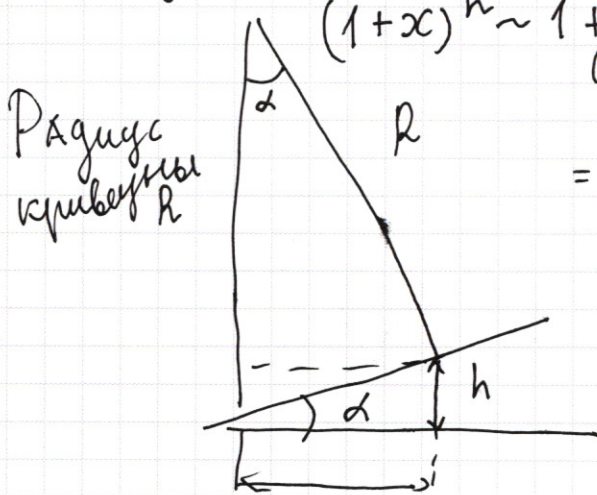
5. 1) Радиус кривизны R . Для точки маленького
кусочка поверхности воды:

Тогда $\operatorname{tg} \alpha$ касательной

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{g}{\omega^2 x}$$



где x — углубление точки от центра. $-\frac{1}{2}$.



$$(1+x)^n \sim 1+nx$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}} = \left(\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha \sim 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$R-h = R \cos \alpha$$

$$R - \frac{\omega^2 x^2}{g} = R \left(1 - \frac{1}{2} \frac{g^2}{\omega^4 x^2} \right)$$

$$R - \frac{g x^2}{\omega^2} = R - \frac{1}{2} \frac{g^2 R}{\omega^4 x^2}$$

$$R \frac{g^2 R}{\omega^4 x^2} = 2 \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow R = 2 \cdot \frac{\omega^2}{g}$$

$$R - \frac{\omega^2 x^2}{g} = R \left(1 - \frac{1}{2} \frac{g^2}{\omega^4 x^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\omega^2 x^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{g^2}{\omega^4 x^2} \cdot R$$

$$\Rightarrow R = 2 \frac{g}{\omega^2}$$

З. 5. 2) вероятно, ~~н~~ на расстоянии
этого радиуса: там лучи сходятся

Ответ: 1) $R = \frac{2g}{\omega^2}$

2) на том же R .

3. 1) Зададимся — скажем

потенциал $\phi = \frac{kQ}{r} + \frac{kq_1}{r_1}, r > r_1$

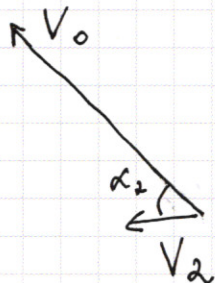
$\Rightarrow q_{r_1} = -Q$

Ответ: 1) $q_{r_1} = -Q$.

~~3) W~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. 1)



$$V_0 \cos \alpha_2 = V_2 \cos \alpha_2$$

$$\cos \alpha_2 = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$V_2 = V_0 \cdot \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

Верёвка не имеет массы — проекции скорости на неё равны.

2) ЗСЭ: $\frac{m V_1^2}{2} + A_{12} = \frac{m V_2^2}{2}$

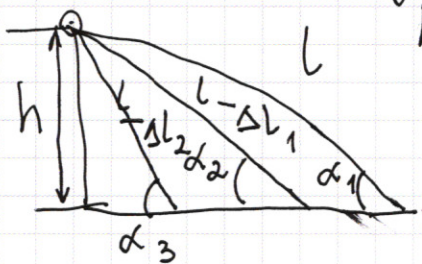
$$V_1 \cos \alpha_1 = V_0 \quad (\text{аналогично 1) пункту})$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{4}{\sqrt{15}} V_0$$

$$\Rightarrow A_{12} = \frac{m}{2} (V_2^2 - V_1^2) = \frac{m}{2} \left(\frac{9}{5} - \frac{16}{15} \right) = \frac{m}{2} V_0^2$$

$$= \frac{11}{30} m V_0^2$$

3) Для h обозначим величины:



тогда $\Delta l_1 = v_0 t_{12}$

тогда $\sin \alpha_2 = \frac{h}{L - v_0 t_{12}} = \frac{2}{3}$

$$\sin \alpha_1 = \frac{h}{L} = \frac{1}{4}$$

$$\Delta l_2 = v_0 t_{13} = \Delta l_1$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_3 = \frac{h}{L - \Delta l_2} = \frac{h}{L - v_0 t_{13}} = \frac{3}{4}$$

$$v_0 = \frac{5 \cdot L}{12 \cdot t_{12}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{h}{t_{12}} \Rightarrow t_{13} =$$

$$v_0 = \frac{5}{2} \frac{h}{t_{12}} \Rightarrow t_{13} = \frac{16}{15} t_{12}$$

1. Ответ: 1) $V_2 = V_0 \frac{3\sqrt{5}}{5}$

2) $A_{12} = \frac{11}{30} m V_0^2$

3) $t_{13} = \frac{16}{15} t_{12}.$

$$\frac{2}{3} = \frac{h}{l - v_0 t_{12}}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{h}{4h - v_0 t_{12}}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{h}{l} \quad 4h = l$$

$$4h - v_0 t_{12} = \frac{3}{2} h.$$

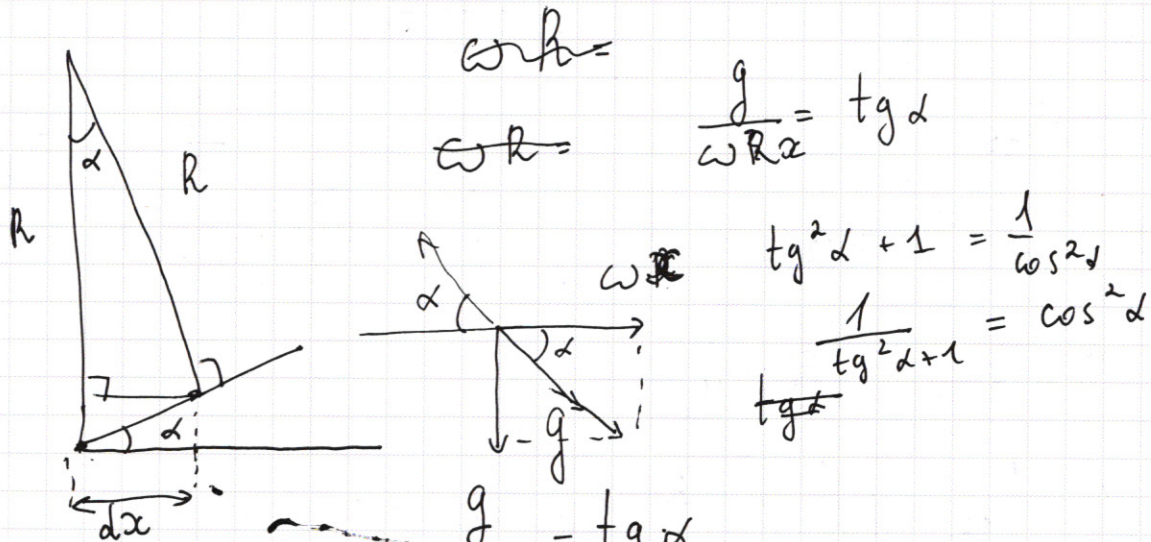
$$v_0 t_{12} = \frac{8}{2} - \frac{3}{2} h = \frac{5}{2} h$$

$$\frac{h}{4h - \frac{5}{2} h} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{3} = 4 - \frac{5}{2} \cdot \frac{t_{13}}{t_{12}}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{5}{2} \cdot \frac{t_{13}}{t_{12}}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{5}{2} \frac{t_{13}}{t_{12}} \Rightarrow \frac{16}{15}$$



$$\omega R = g$$

$$\frac{g}{\omega R} = \tan \alpha$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{\tan^2 \alpha + 1} = \cos^2 \alpha$$

$$\frac{g}{\omega^2 x} = \tan \alpha$$

$$\Rightarrow h = \frac{x}{\tan \alpha} = x \cdot \frac{\omega x}{g} = \frac{\omega x^2}{g}$$

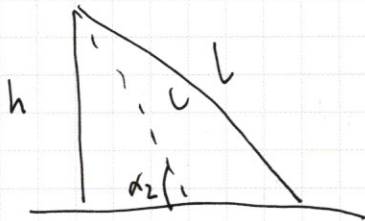
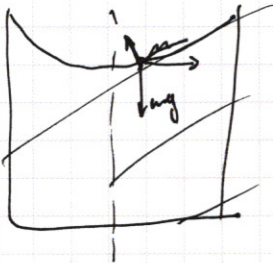
$$R - h = R \cos \alpha$$

$$R - \frac{\omega^2 x^2}{g} = R \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{g}{\omega x} + 1}} = R \left(1 + \frac{g}{\omega x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$R - \frac{\omega^2 x^2}{g} = R \left(1 + \frac{g}{2\omega x}\right)$$

R

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1. 3) $V_0 t_{12} = \Delta l$ вертикали.

$$\sin \alpha_2 = \frac{h}{L - V_0 t_{12}} \quad \sin \alpha_1 = \frac{h}{L}$$

$$\frac{4L}{L - \frac{5}{12} \cdot \frac{L}{t_{12}} t_{13}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{1 - \frac{5}{12} t_{13}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{h}{L - V_0 t_{13}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{16}{3} = 1 - \frac{5}{12} t_{13}$$

$$\frac{2}{3} (L - V_0 t_{12}) = \frac{L}{4}$$

$$h = \frac{L}{4}$$

$$V_0 t_{12} = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) L$$

$$V_0 t_{12} = \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12} \right) L = \frac{5}{12} L$$

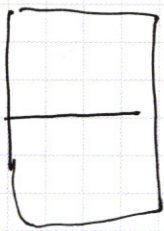
$$V_0 = \frac{5}{12} \frac{L}{t_{12}}$$

$$\frac{4L}{L - \frac{5}{12} \frac{L}{t_{12}} t_{13}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{1 - \frac{5}{12} \frac{t_{13}}{t_{12}}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{16}{3} = 1 - \frac{5}{12} \frac{t_{13}}{t_{12}}$$

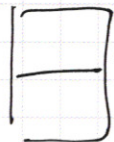
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



H₂O н.м.

$T_0 = 373 \text{ K} \div 100^\circ \text{C}$

$\frac{g}{8} p_0 V_1 = \nu_{g3} RT_0$

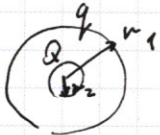


$\nu_2 \frac{g}{8} p_0 V_1 = \frac{8}{9} p_0 V_2 \Rightarrow 1) V_2 = \left(\frac{9}{8}\right)^2 V_1 = \frac{81}{64} V_1$

2) $\Delta \mu = p_0 (V - V_1) = \nu_1 RT$ $p_0 (V - V_2) = \nu_2 RT_0$
 ~~$\Delta \mu = (p_2 - p_1) \mu = p_0 (\Delta \mu = - (V_2 - V_1) \mu = \frac{p_0 (V_2 - V_1) \mu}{RT}$~~
 $= \frac{p_0 \left(\frac{81}{64} - 1\right) V_1 \mu}{RT_0} = \frac{17}{64} \cdot \frac{p_0 V_1 \mu}{RT_0}$

3) $\Delta E = ?$ $\Delta E = \Delta U_g + \Delta U_{H_2O} + \Delta U_n \Rightarrow$
 $\Delta U_g = 0, \Delta U_n =$ $\Delta U_{H_2O} = -L \Delta m.$

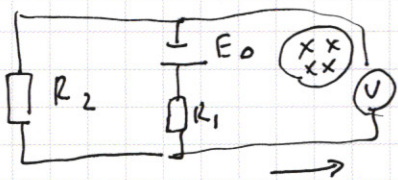
3. $C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_1 - r_2}$ $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{q_1 q_2}{r_1 - r_2}$
 1) $q_1 = -Q$
 2)



$\frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 \frac{S}{d}} = \frac{\sigma q d}{2\epsilon\epsilon_0} \frac{1}{r} E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$ $\frac{15}{15} + \frac{3}{15} + \frac{5}{15} = \frac{8+15}{15} = \frac{23}{15}$

$\frac{(\sigma S)^2}{2\epsilon\epsilon_0 \frac{S}{d}} = \frac{\sigma^2 S d}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma^2 V}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2} EV = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \epsilon\epsilon_0 EV = \frac{\sigma^2 \epsilon\epsilon_0 V^2}{2}$
 $E_0 = kS \frac{R_1}{R_2} + V_2 \left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_V} \right) + kS + V_2$
 $\Rightarrow E_0 = kS \left(1 + \frac{1}{3} \right) + V_2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + 1 \right)$
 $\frac{E_0 - \frac{4}{3} kS}{\frac{23}{15}} = V_2$

4.



$$V_1 = E_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_1 = \frac{E_0}{R_1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{E_0}{\frac{R_1(R_1 + R_2) + R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{E_0 (R_1 + R_2)}{R_1^2 + 2R_1 R_2 + R_2^2} = \frac{E_0 (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{E_0}{R_1 + R_2}$$

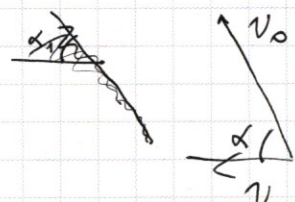
$$= \frac{E_0}{R + \frac{5R \cdot 3R}{8R}}$$

$$I_{\text{avg}} = \frac{15}{8} R$$

$$\frac{E_0}{\frac{(15+8)R}{8}} \cdot \frac{15}{8} R = E_0 \cdot \frac{15}{23}$$

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{15}{23}$$

1) $V_2 \cos \alpha_2 = V_0$



$$V \cos \alpha = V_0$$

$$\cos \alpha_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_2} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow V_2 = V_0 \cdot \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$(1+x)^n \approx 1+nx$$

$$4(1+0.5)^2 = (2+1)^2$$

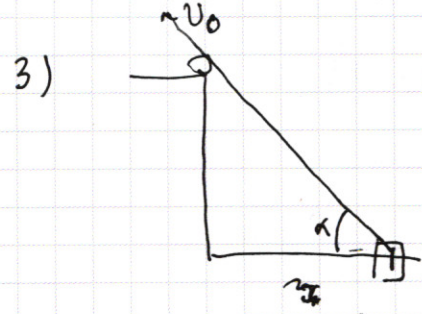
$$9 \cdot 5 = 27$$

$$\frac{27-16}{11}$$

$$2.4 \cdot 4(1+0.5)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} \approx 2 \left(1 + 0.5 \cdot \frac{1}{2}\right) = 2 + 0.5 \approx 2.5$$

$$V_1 = V_0 \quad V_2 \cos \alpha_1 = V_0 \quad \cos \alpha_1 = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$V_1 = V_0 \frac{4}{\sqrt{15}} \quad \frac{m V_1^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot V_0^2 \cdot \frac{16}{15}, \quad \frac{m V_2^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot V_0^2 \cdot \frac{9}{5}$$



в какой момент α : $\frac{dx}{dt}$

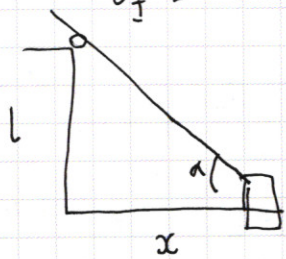
$$V \cos \alpha = V_I$$

$$V \cos(\alpha + d\alpha) = V_{II} = V(\cos \alpha \cos d\alpha - \sin \alpha \sin d\alpha)$$

$$= V(\cos \alpha - \sin \alpha) \Rightarrow \Delta V = V(-\sin \alpha)$$

$$\Delta V = V_{II} = V(\cos \alpha (1 - \frac{d\alpha^2}{2}) - \sin \alpha \cdot d\alpha)$$

$$V_I = V \cos \alpha \Rightarrow \Delta V = V(-\cos \alpha \frac{d\alpha^2}{2} - \sin \alpha d\alpha) = V(-\sin \alpha d\alpha)$$



$$x \operatorname{tg} \alpha = l = \text{const.}$$

$$\Rightarrow d(x \operatorname{tg} \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha + \frac{x}{\cos^2 \alpha} \operatorname{tg} \alpha + \frac{x}{\cos^2 \alpha} = 0$$

$$\frac{dx}{dv} = \frac{dV}{dx} = \frac{dV}{d(x \operatorname{tg} \alpha)}$$

$$V \operatorname{tg} \alpha + \frac{x}{\cos^2 \alpha} = 0$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1$$

$$V \operatorname{tg} \alpha + x \operatorname{tg}^2 \alpha + x = 0$$

$$V \operatorname{tg} \alpha = -\frac{x}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{2} V \sin 2\alpha = -x$$

$$V \operatorname{tg} \alpha = -x (\operatorname{tg}^2 \alpha + 1)$$