

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

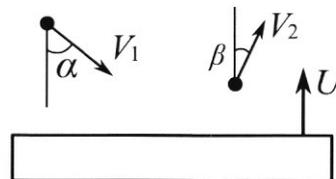
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

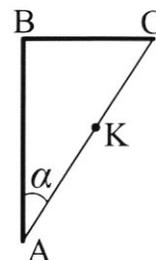
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

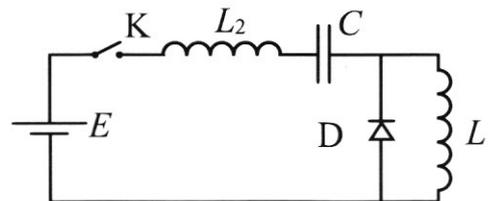
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .

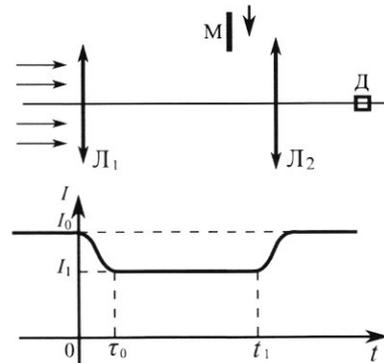


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

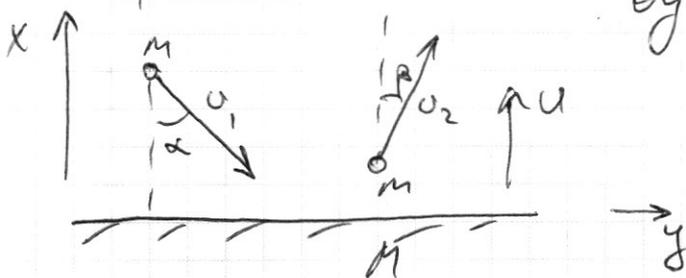
Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Д1. т.к. трение отсутствует \Rightarrow
нет силы направленной горизонтально \Rightarrow
горизонтальная как компонента не изменяется

з.с.ч
 $d\vec{p} = \Sigma \vec{F} dt$

оу: $dp = 0$



$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \quad v_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} v_1$$

$$v_1 \cdot \frac{2}{3} = v_2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$v_2 = 2v_1 = 12 \text{ м/с}$$

для системы планка + шарик. в со ум.
з.с.ч (с.о.ум. - со планки т.к. $M \gg m$)
з.с.ч (из теоремы Кеплера)

$v_2 \cos \alpha$ оуи

$$U_{\text{пл}} = \vec{U}_{\text{плсо}} + \vec{U}_{\text{плсопл}} \text{со}$$

$$\frac{m(v_1^2 - u^2)}{2} = \frac{m(v_2^2 - u^2)}{2} \quad \text{закон сохранения скорости}$$

т.к. $v^2 = v_x^2 + v_y^2$

$$u_y = 0 \quad v_{1y} = v_{2y} \Rightarrow$$

$$\frac{m(v_1 \cos \alpha + u)^2}{2} = \frac{m(v_2 \cos \beta - u)^2}{2}$$

$$(v_1 \cos \alpha + u)^2 = (v_2 \cos \beta - u)^2$$

$$v_1^2 \cos^2 \alpha + 2uv_1 \cos \alpha = v_2^2 \cos^2 \beta - 2uv_2 \cos \beta$$

$$2u(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) = -v_1^2 \cos^2 \alpha + v_2^2 \cos^2 \beta \quad \text{ДСУ.}$$

$$u = \frac{v_2^2 \cos^2 \beta + v_1^2 \cos^2 \alpha}{2(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)} = \frac{12^2 \cdot (1 - \frac{1}{9}) - 6^2 \cdot (1 - \frac{4}{9})}{2(12 \cdot (\frac{2}{3}) - 6 \cdot (\pm \sqrt{\frac{5}{3}}))}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

пусть T_0 ; V_{10} ; T_{20} ; V_{20} — начальные
величины, тогда. для всего процесса.
(в установившемся режиме)

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{10} + V_{20} = V_1 + V_2 \\ p_{10} = p_{20} \\ p_1 = p_2 \end{array} \right.$$

$$V_1 c_v T_1 + V_2 c_v T_2 = V_1 c_v T + V_2 c_v T$$

T — конечная
температура

$$V_{10} = \frac{p_1 R T_1}{p_1} \quad V_{20} = \frac{p_2 R T_2}{p_2}$$

$$\frac{V_{20}}{V_{10}} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{V_{10}}{V_{20}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{1}$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 3,5 \cdot 110 = 35 + 350 = 385 \text{ K}$$

$$Q_{\text{не} \rightarrow \text{ке}} = \Delta U_{\text{ке}} + A_{\text{ке}} + A_{\text{не}}$$

$$\leftarrow Q_{\text{не} \rightarrow \text{ке}} = c_v \nu (T - T_1) = \frac{6}{25} \cdot 8,31 \cdot \frac{3}{2} \cdot (385 - 330) =$$

$$= \frac{24}{100} \cdot \frac{831}{100} \cdot \frac{3}{2} \cdot 55 = \frac{6}{5} \cdot \frac{831}{100} \cdot \frac{3}{2} \cdot 11 =$$

$$= \frac{831 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 11}{1000} = \frac{831 \cdot 198}{1000} \approx \frac{831}{5} \approx$$

$$\approx 166 \text{ Дж}$$

53.

для ~~плоскости~~ ~~матрицы~~ (заряженной) справедливо.

$$E_{\perp} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \frac{\Omega}{4\pi}$$

где Ω - телесный угол под которым

видна пластина, т.к. для каждой пластинки можно найти симметрию (точка лежит на средней линии в предполож.

Треугольнике)
 $E = E_{\perp}$ - в силу симметрии.

$$E_{BC} = \frac{2\alpha}{2\pi} \cdot \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} = \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}$$

$$E_{BA} = \frac{\pi - 2\alpha}{2\pi} \cdot \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\pi}\right) \cdot \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}$$

$$1) E_{BC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}$$

$$E_{BA} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}$$

$$E_{\Sigma} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \Rightarrow$$

$$\frac{E_{\Sigma}}{E_{BC}} = \sqrt{2}$$

2)

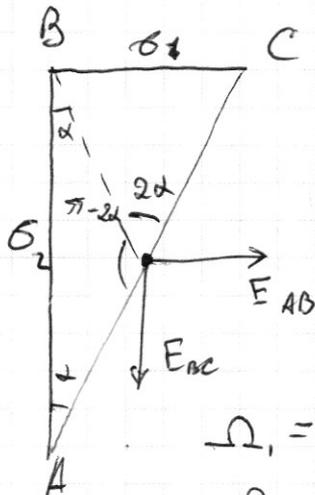
$$E_{BC} = \frac{\sigma M}{2\epsilon_0} \cdot \frac{1}{8} = \frac{\sigma M}{16\epsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{\sigma M}{8\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{\sigma M}{8\epsilon_0} = \frac{3\sigma M}{64\epsilon_0}$$

$$E_{\Sigma} = \frac{\sigma M}{16\epsilon_0} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} \Rightarrow = \frac{\sigma M}{64\epsilon_0} \sqrt{4^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{5}}{64} \cdot \frac{\sigma M}{\epsilon_0}$$

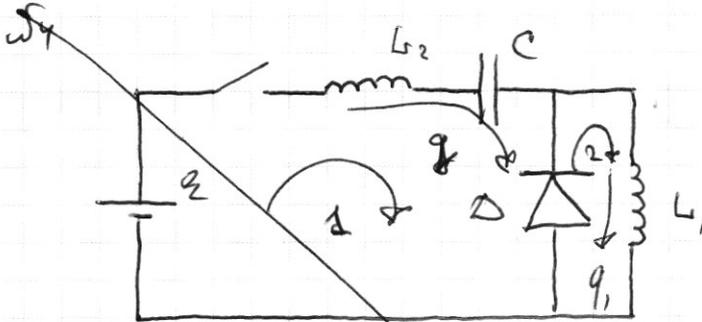
$$E_{\Sigma} = \frac{5}{64} \frac{\sigma M}{\epsilon_0}$$

$$\sigma M = \frac{1}{4} \sigma \Rightarrow E_{\Sigma} = \frac{5}{16} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



$$E_{\Sigma} = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



когда диод открывается
он закорачивает катушку L_1

Второе правило Кирхгофа
для контура 1

Когда диод

$$\varepsilon = \dot{q} L_2 + \frac{q}{C} + U_D$$

$$U_D = L_1 \dot{q}_1 \quad \text{при закрытом диоде}$$

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_2$$

$$\varepsilon = \ddot{q}(L_1 + L_2) + \frac{q}{C}$$

$$(L_1 + L_2) \ddot{q} + \frac{1}{C}(q - \varepsilon C) = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{C(L_1 + L_2)}(q - \varepsilon C) = 0 \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}}$$

$$q(0) = 0$$

$$\varepsilon C (q - \varepsilon C)'' = \dot{q}$$

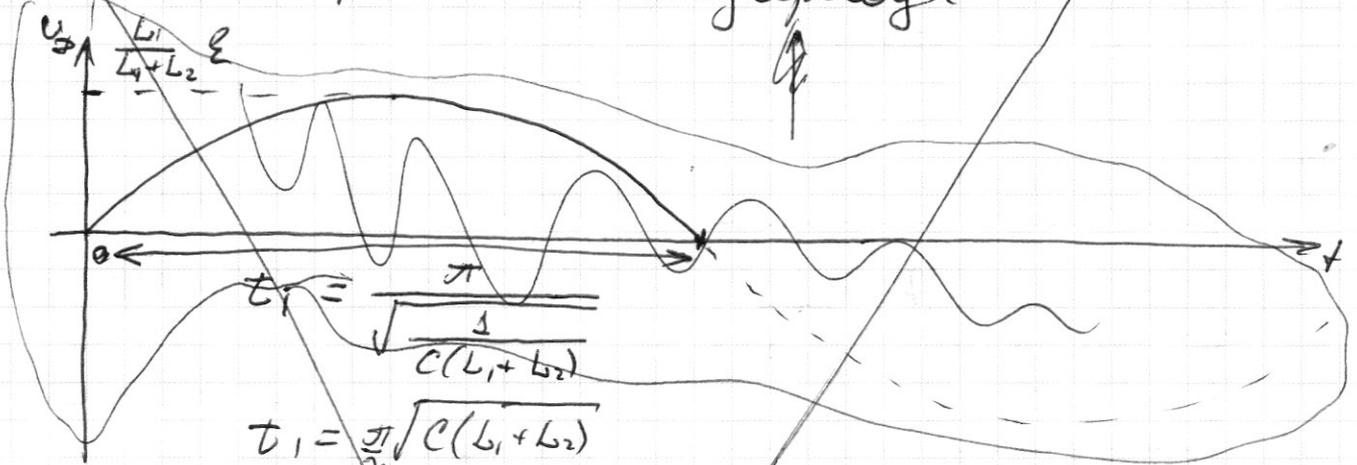
$$q(t) = \varepsilon C + \frac{\varepsilon C}{\omega} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} t\right) = \varepsilon C (1 - \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} t\right))$$

$$\dot{q}(t) = \frac{\varepsilon C}{\omega} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} t\right)$$

$$U_D = \varepsilon - \frac{\varepsilon L_2}{L_1 + L_2} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} t\right) - \varepsilon (1 - \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} t\right))$$

$$\Rightarrow U_D = \varepsilon \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} t\right) \left(1 - \frac{L_2}{L_1 + L_2}\right) = \frac{L_1 \varepsilon}{L_1 + L_2} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} t\right)$$

→ пока $U_D > 0$ диод закрыт т.е. ^{числа периода} на протяжении ~~полупериода~~



→ т.к $\cos \omega T_1 = 0 \Rightarrow$

Через катушку L_1 продолжает течь ток

~~$I = \frac{L_1}{L_1+L_2} \epsilon$~~

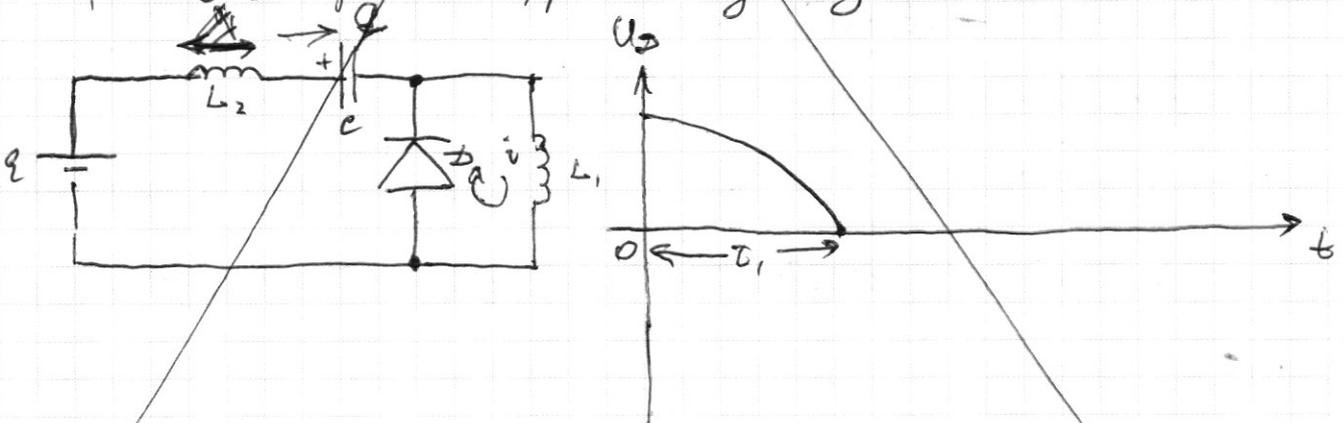
$I = q \omega = \frac{\epsilon C}{\sqrt{C(L_1+L_2)}} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$
Амплитуда.

т.к контур 2 сверхпроводящий \Rightarrow

ток через катушку L_2 не уменьшается пока диод открыт

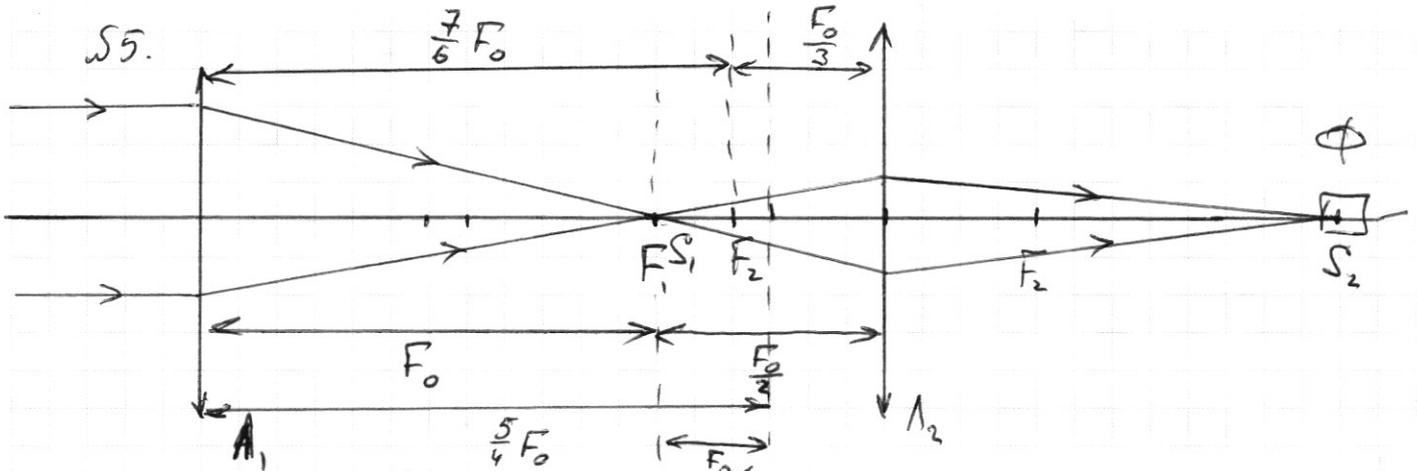
$q = \epsilon C (1 - \cos(\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}} t))$

рассмотрим открытый диод.



→ далее до закрытия диода схема колеблется, как без катушки L_1

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



лнза L_1 строит изображение в F_1

т.е. мнмень \varnothing как бы закрывает \Rightarrow
из формулы тонкой лнзы.

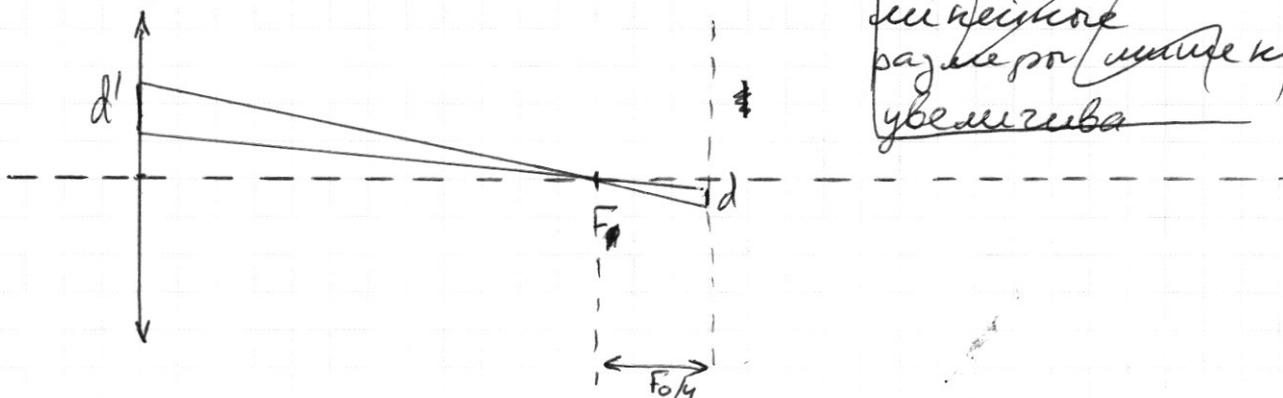
$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ или, это изображение
"чест" которое создает вторая лнза.

$$\frac{2}{F_0} + \frac{1}{f} = \frac{3}{F_0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \quad f = F_0$$

Фотодетектор располагается
в $S_2 \Rightarrow$ чистомос
 $f = F_0$

Рассмотрим лучек света, который
закрывает мнмень.



Видеть, что
мнменьное
размер мнменьки.
увеличива

Введем экранную заслонку, которая будет прозрачной параллельной лучам так, чтобы на действительную заслонку не попал ни одного луча, но при этом не закрывала ни один из лучей.

Заметим, что при подобии линейном

размеры $\frac{d'}{d} = \frac{F_0}{\frac{F_0}{4}} = 4 \Rightarrow$

$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{d'}{d}\right)^2 = 16 \Rightarrow S' = \frac{\pi d'^2}{4} = 16 \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 4\pi d^2$$

перекос энергии с заслонкой.

$$P_0 = J \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

J - интенсивность луча.

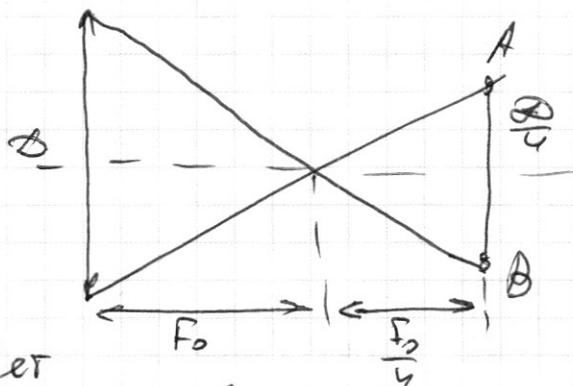
$$P = J \cdot \left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d'^2}{4}\right)$$

т.к. $I = \alpha P$ т.е.

$$\frac{P}{P_0} = \frac{8}{9} = 1 - \frac{d'^2}{D^2}$$

$$\frac{d'}{D} = \frac{1}{3}$$

$$d = \frac{1}{12} D$$



Но заслонка перекрывает свет только тогда, когда движется перпендикулярно внутри AB \Rightarrow

$$(AB - d) = v(t_1 - t_0)$$

$$\rightarrow d = v t_0 \Rightarrow v = \frac{D}{12 t_0}$$

из рассмотрения в ту же секунду в ту же секунду.

$$t_1 - t_0 = \frac{12 t_0}{D} \left(\frac{D}{4} - \frac{D}{12}\right) = \frac{t_0}{D} D (3 - 1) = 2 t_0 \Rightarrow t_1 = 3 t_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Б4 (продолжение)

$$\varepsilon = \ddot{q} L_2 + \frac{q}{C}$$

$$0 = \ddot{q} L_2 + \frac{1}{C} (q - \varepsilon C)$$

$$0 = \ddot{q} + \frac{1}{C L_2} (q - \varepsilon C)$$

$$q = \left(\varepsilon C \frac{L_2}{L_1} - A \sin \left(\sqrt{\frac{1}{C L_2}} t \right) \right) - \text{из нач. условий.}$$

$t = 0$ в момент перехода с процесса на процесс.

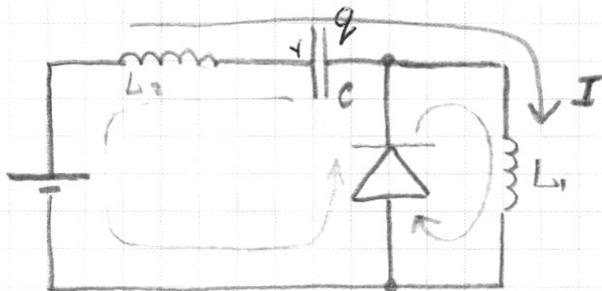
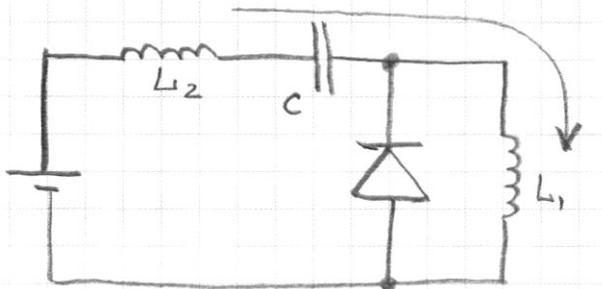
в момент перехода

$$\dot{q} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$$

$$A \cdot \sqrt{\frac{1}{C L_2}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$$

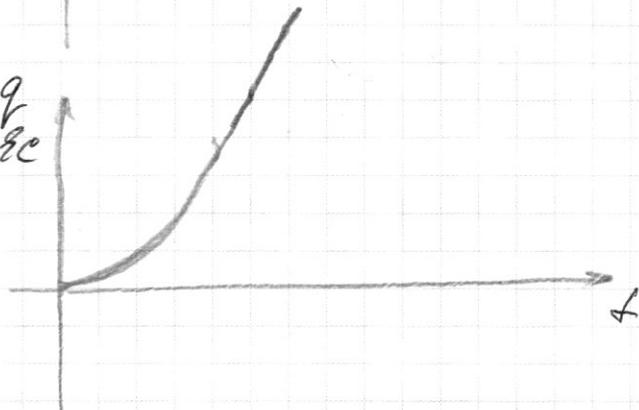
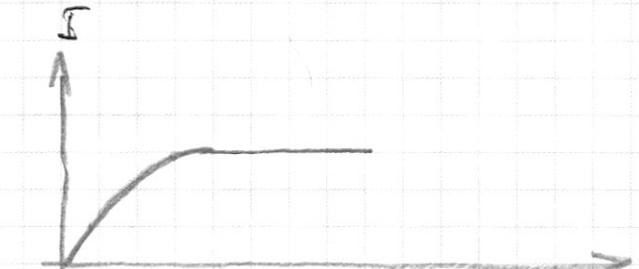
$$A = \varepsilon C \sqrt{\frac{L_2}{L_1 + L_2}}$$

$$q = \varepsilon C \left(1 - \sqrt{\frac{L_2}{L_1 + L_2}} \sin \left(\sqrt{\frac{1}{C L_2}} t \right) \right)$$



$$+L_2 \ddot{q} + \frac{q^2}{C} = \mathcal{E}$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{C}(q - \mathcal{E}C) = 0$$



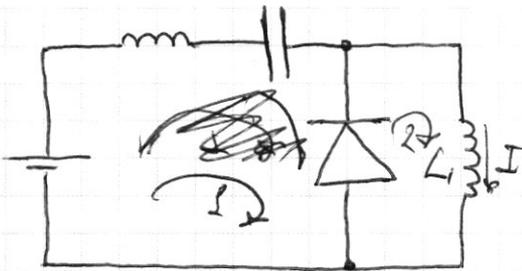
Если диод открыт, то он создает контур с нулевым сопротивлением.
 \Rightarrow при открытом диоде ток в катушке L_1 уменьшаться не может.
 Если ток в катушке начинает уменьшаться

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

§4 Закон ЭМИ

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \dot{I}L$$

пусть через катушку L_1 в некоторый момент времени течет ток I_1 ,



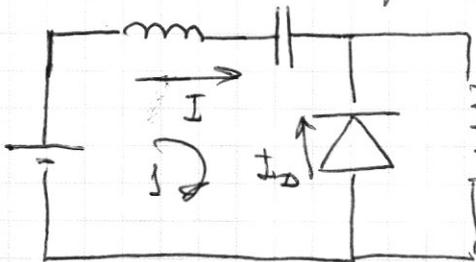
Если в некоторый момент времени,

ток через L_1 начинает уменьшаться \Rightarrow

диод открывается т.к.

диод идеален $\Rightarrow -L_1 \dot{I}_1 = 0 \Rightarrow$

ток I не может уменьшаться. второе правило Кирхгофа.



из условий для первого колебания.

$$\mathcal{E} = (L_1 + L_2) \ddot{q} + \mathcal{E}$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{C(L_1 + L_2)} (q - C\mathcal{E}) = 0$$

$$q = C\mathcal{E} \left(1 - \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} t\right) \right) \Rightarrow$$

вза т.к в момент откр. диода $\ddot{q} = 0$

$$\text{т.е. } \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} t\right) = 0$$

$$\Rightarrow I = C\mathcal{E} \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} \quad \text{— в момент открытия}$$

$$I_1 = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} \quad q_{\text{пер}} = C\mathcal{E}$$

$$I + I_D = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} \quad - \text{ для открытого}$$

$$I_D > 0$$

для открытого диода.

из второго пр. Кирхгофа. для контура 1.

$$U = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$$

$$\frac{q}{C} = -L_2 \ddot{q} + \varepsilon$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{C L_2} (q - \varepsilon C) = 0$$

$$q = \varepsilon C + A \sin\left(\sqrt{\frac{1}{C L_2}} \cdot t\right)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{C L_2} A \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C L_2}} \cdot t\right)$$

0 - момент
перехода.

$$\dot{q}(0) = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = A \cdot \sqrt{\frac{1}{C L_2}}$$

$$A = \varepsilon C \cdot \sqrt{\frac{L_2}{L_1 + L_2}}$$

$$\dot{q} = \varepsilon C \sqrt{\frac{L_2}{L_1 + L_2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{C L_2}} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C L_2}} \cdot t\right)$$

$$\dot{q} = \frac{\varepsilon \sqrt{C}}{\sqrt{L_1 + L_2}} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C L_2}} \cdot t\right) = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C L_2}} \cdot t\right)$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{C L_2} = 2\pi \sqrt{2 C L}$$

$$I_{01} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{5L}}$$

$$I_{02} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{5L}}$$