

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

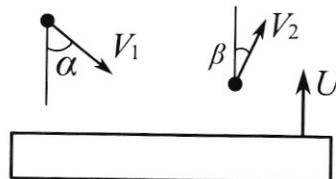
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

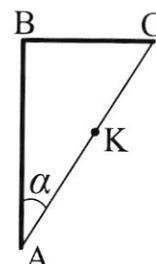


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

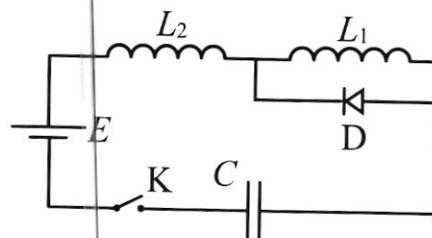
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

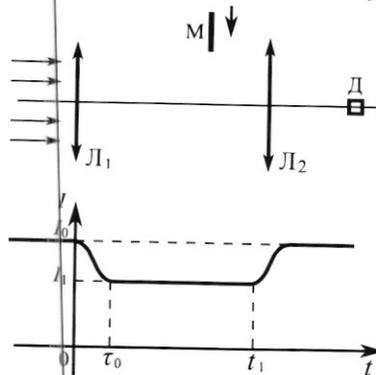
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.

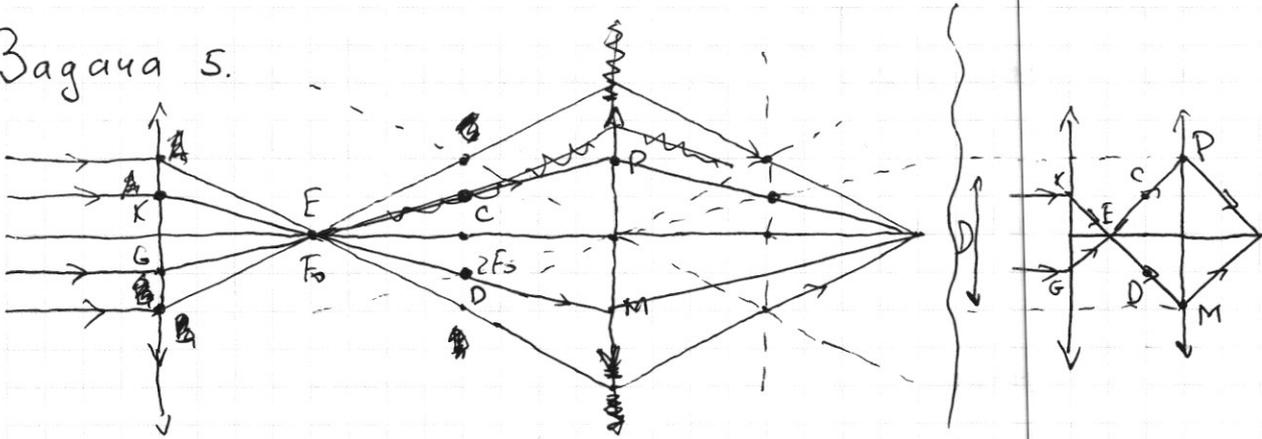


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.



1) Т.к. на линзу L_1 падает параллельный пучок лучей, то после прохождения линзы L_1 он будет собираться в её фокусе F_0 .

Значит, на линзу L_2 будет падать расходящийся пучок света, ^{исходящий} из фокуса линзы L_1 .

Запишем формулу тонкой линзы для линзы L_2 :

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f} \Rightarrow f = 2F_0.$$

Т.к. лучи должны сфокусироваться в фотодетекторе, то расстояние между L_2 и фотодетектором — это $f = 2F_0$.

2) Сила тока будет уменьшаться до того момента, пока вся мишень не зайдёт в поле прохождения пучка. Из подобия $\triangle KEG$ и $\triangle PEM$ очевидно, что на L_2 будут попадать только лучи из области $\frac{D}{2}$ первой линзы. Из подобия треугольников $\triangle KAE$ и $\triangle CED$ очевидно, что диаметр пучка света на месте прохождения мишени равен $D/2$ (который попадает в фотодетектор).

Т.к. сила тока пропорциональна мощности падающего на него света, а $I_0 - I_1 = \frac{I_0}{4}$, то диаметр мишени d в 4 раза меньше диаметра пучка света, который она проходит: $d = \frac{D}{8}$.

Т.к. ток уменьшается до момента времени t_0 , то за это время мишень полностью проходит в зону пучка света. Значит, $d = V t_0$
 $\frac{D}{8} = V t_0 \Rightarrow V = \frac{D}{8 t_0}$.

3) Т.к. до времени t_1 от t_0 сила тока остаётся постоянной, то мишень всё это время находится в области пучка света, а к моменту времени t_1 доходит до края пучка. Значит, за время $(t_1 - t_0)$ мишень проходит расстояние $\frac{3D}{8}$.

Откуда: $t_1 - t_0 = \frac{\frac{3D}{8}}{V}$

$$t_1 - t_0 = \frac{\frac{3D}{8}}{\frac{1}{8} \frac{D}{t_0}}$$

$$t_1 - t_0 = 3 t_0$$

$$t_1 = 4 t_0$$

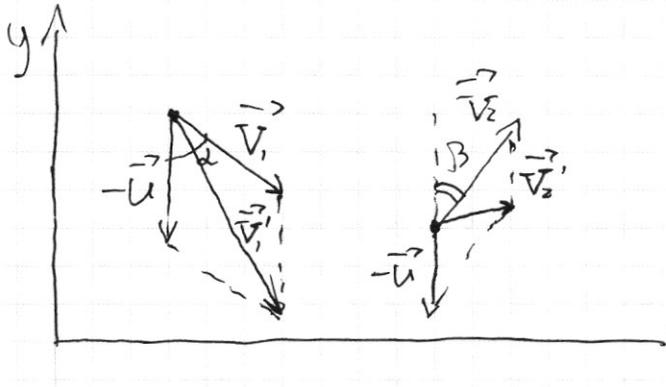
Ответ: 1) $2 F_0$; 2) $\frac{D}{8 t_0}$; 3) $4 t_0$.

Задача 1. :

1) Перейдём в систему отсчёта, связанную с плитой. В этой системе скорость плиты равна нулю, а скорость шарика получается векторным сложением его скорости в лабораторной системе отсчёта и вектора $(-\vec{u})$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Изобразим это на рисунке.



Закон сохранения импульса в проекции на ось x выполняется.

Тогда: m — масса шарика.

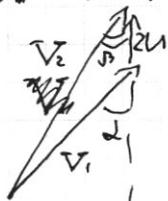
$$m V_1 \sin \alpha = m V_2 \sin \beta$$

$$V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 12 \text{ м/с.}$$

2) Т.к. после удара шарик отскакивает от плиты, то скорость шарика по оси y зависит от потери энергии.

Рассчитаем два крайних случая. Нам будут подходить значения между этими случаями.

1. Вся энергия сохранилась. Тогда скорость V_1 симметрично отражается.

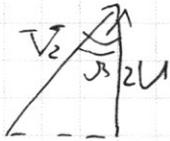


$$\begin{aligned} \text{Тогда } 2u_{\text{плиты}} &\geq V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha = \\ &= 12 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}} - 8 \cdot \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = (6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}) \text{ м/с} \end{aligned}$$

$$u \geq (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \text{ м/с}$$

* Т.к. при отражении шарик получает удвоенную скорость плиты.

11. Вся ~~энергия~~ скорость вдоль оси y погасилась.



$$2u \leq V_2 \cos \beta = 12 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

$$u \leq 3\sqrt{3} \text{ м/с}$$

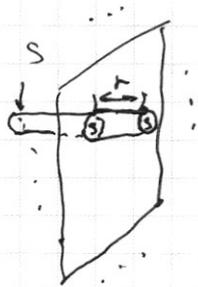
Значит, $u \in (3\sqrt{3} - \sqrt{7}; 3\sqrt{3}) \text{ м/с}$

Ответ: 1) 12 м/с

2) $(3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \text{ м/с}; 3\sqrt{3} \text{ м/с}$.

Задача 3.

Выведем формулу для напряжённости вдали от бесконечной заряженной плоскости.



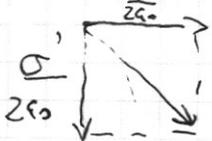
По теореме Гаусса: $E \cdot 2S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Значит, напряжённость на расстоянии от бесконечной заряженной плоскости не зависит от величины этого расстояния.

1) Напряжённость поля подчиняется правилу суперпозиции отдельных полей. Поэтому напряжённость в точке K в момент, когда заряжена только плоскость BC равна $\frac{\sigma'}{2\epsilon_0}$ и направлена $\perp BC$ и $\parallel BA$ от плоскости, где σ' — поверхностная плотность заряда этой плоскости.

Когда заряжают ~~плоскость~~ пластину BC , то в точке K добавляется напряжённость равная $\frac{\sigma'}{2\epsilon_0}$ и направленная $\perp BA$ и $\parallel BC$ от плоскости BA .



Тогда суммарная напряжённость по т.

Пифагора равна $\sqrt{2} \frac{\sigma'}{2\epsilon_0}$. Тогда их отклонение

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

равно $\sqrt{2}$.

2) Напряжённость от пластины BC будет равна $E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$
от пластины AB — $E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$. $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$

Тогда общая напряжённость по т. Пифагора:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\epsilon_0}$$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$; 2) $\frac{\sqrt{5}\sigma}{2\epsilon_0}$.

Задача 2.

1) Чтобы поршень начал двигаться медленно, в начальном состоянии давления в отсеках должны быть равны. В конечном состоянии для равновесия они тоже равны. Запишем уравнение состояния идеального газа для начального момента для каждого из газов:

$$\begin{aligned} pV_1 &= \nu RT_1 \\ pV_2 &= \nu RT_2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

Где p — начальное давление газов.

2) Т.к. сосуд теплоизолированный, то для системы $Q=0$. Очевидно, что ΔV газов по модулю равно, а давление в каждый момент равно, то работа азота равна работе кислорода, взятой с противоположным знаком. Тогда ΔU системы равно 0.

$$\text{Тогда: } \frac{5}{2} \nu RT_1 + \frac{5}{2} \nu RT_2 = \frac{5}{2} \nu RT \cdot 2 \Rightarrow T = \frac{1}{2} (T_1 + T_2) = 400 \text{ K}$$

3) Количество теплоты, которое передан кислород азоту, равно количеству теплоты, которое получил азот.

Тогда искомое количество теплоты: $Q = \Delta U_{N_2} \cdot A_{N_2}$.

Т.к. процесс происходил медленно, то он является процессом прямой пропорциональности в координатах $P(V)$. Где $A = \frac{1}{2} (p_k V_k - p_n V_n)$, где k - конечное, n - начальное.

Тогда $Q = \frac{5}{2} C_V \nu (T - T_1) - \frac{1}{2} (\nu R T - \nu R T_1)$, т.к. $p_k V_k = \nu R T$, а $p_n V_n = \nu R T_1$.

Откуда $Q = \frac{5}{2} \nu R T - \frac{1}{2} \nu R T - \frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{1}{2} \nu R T_1 = 2 \nu R T - 2 \nu R T_1 = 2 \nu R (T - T_1) = 2 \cdot \frac{3}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 \approx 712 \text{ Дж}$

Ответ: 1) $\frac{3}{5}$; 2) 400 К; 3) $\approx 712 \text{ Дж}$

Задача 4.

Опишем одно колебание для понимания механизма цепи.

Изначально сила тока начнёт ~~теперь~~ протекать по часовой стрелке через обе катушки. К моменту ^{полной} зарядки конденсатора ток станет равен нулю. Далее ток потечёт против часовой стрелки через диод и катушку L_2 до полной разрядки конденсатора.

1) Запишем равенство ЭДС и ~~напряжений~~ напряжений на ~~элементах~~ элементах цепи в момент протекания тока по часовой стрелке:

$$U_L + U_{L_2} + U_C = E$$

$$L \frac{dI}{dt} + 2L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

$$3L \ddot{q} + \frac{q}{C} = E$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{3Lc} (q - Ec) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть $y_1 = q - EC$.

Тогда $\ddot{y}_1 + \frac{1}{3LC} y_1 = 0$.

Выходит уравнение гармонических колебаний со смещённым положением равновесия, где:

$$\bullet \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$$

$$\bullet T_1 = 2\pi \sqrt{3LC}$$

$$\left. \begin{aligned} \bullet q_1(t) &= EC + q_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_0) \\ \bullet I_1(t) &= \dot{q}_1(t) = +q_0 \omega_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Из условия } q(0) = 0 \text{ и } I(0) = 0:$$

$$q_0 = -EC; \quad \varphi_0 = 0.$$

⇓

$$q_1(t) = EC - EC \cos \omega_1 t$$

$$I_1(t) = +EC \omega_1 \sin \omega_1 t$$

Запишем равенство ЭДС и напряжений на элементах цепи в момент протекания тока против часовой стрелки:

$$U_L + U_C = E$$

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

$$L \dot{q}' + \frac{q}{C} = E$$

$$\dot{q}' + \frac{1}{LC} (q - EC) = 0$$

Пусть $y_2 = q - EC$.

Тогда $\ddot{y}_2 + \frac{1}{LC} y_2 = 0$

Выходит уравнение гармонических колебаний со смещённым положением равновесия, где:

$$\bullet \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\cdot I_2 = 2\pi \sqrt{LC}$$

$$\cdot q_2(t) = EC + q_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_0)$$

$$\cdot I_2(t) = \dot{q}_2(t) = -q_0 \omega \sin(\omega_2 t + \varphi_0)$$

Из начальных условий $q_2(0) = 2CE$
и $I_2(0) = 0$: $\varphi_0 = 0$ $q_0 = EC$

$$\Downarrow$$

$$q_2(t) = EC + EC \cos \omega_2 t$$

$$I_2(t) = -EC \omega \sin \omega_2 t$$

$$\text{Тогда } T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{3LC} + \pi \sqrt{LC} = (\sqrt{3} + 1) \pi \sqrt{LC}$$

2) Максимальный ток через катушку L_1 будет в момент, когда $\sin(\omega_1 t)$ принимает максимальное значение, а то есть 1.

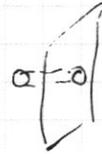
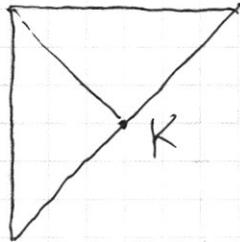
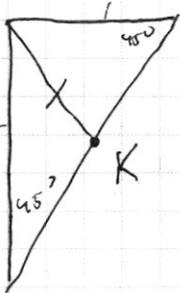
$$\text{Тогда } I_{m1} = EC \cdot \sqrt{\frac{1}{3LC}} \cdot 1 = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

3) Максимальный ток через катушку L_2 будет в момент, когда $\sin(\omega_2 t)$ принимает максимальное значение, а то есть 1.

Тогда $I_{m2} = EC \sqrt{\frac{1}{LC}} \cdot 1 = E \sqrt{\frac{C}{L}}$ (это модульное значение, т.к. именно оно и нужно по условию задачи, также оно больше I_{m1} , поэтому берём именно это значение).

Ответ: 1) $(\sqrt{3} + 1) \pi \sqrt{LC}$; 2) $E \sqrt{\frac{C}{3L}}$; 3) $E \sqrt{\frac{C}{L}}$.

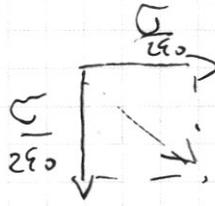
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

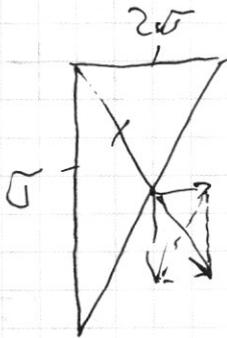
$$E \cdot 2S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

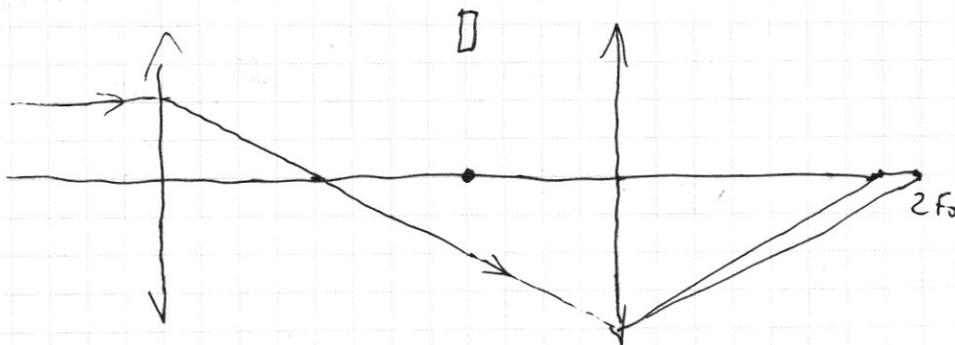


1) $\sqrt{2}$

2)



$$\sqrt{\frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\epsilon_0}$$



$$I \sim N \quad F_0, D, \tau_0$$

$$1) c F_0$$

$$2) d = \sqrt{I} \tau_0$$

$$\frac{D}{4} = \sqrt{I} \tau_0$$

$$\sqrt{I} = \frac{D}{4\tau_0}$$

$$t_1 - \tau_0 = \frac{\frac{3}{4}D}{\sqrt{I}} = \frac{3D \cdot 4\tau_0}{4D} = 3\tau_0$$

$$t_1 = 4\tau_0$$

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f}$$

$$f = \left(\frac{1}{2F_0}\right)^{-1} = 2F_0$$

$$pV_1 = \nu RT_1$$

~~4~~

$$pV_2 = \nu RT_2$$

$$1) \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

$$V_1 = \frac{3}{5} V_0 \quad V_2 = \frac{5}{5} V_0$$

$$2) \frac{5}{2} \nu RT_1 + \frac{5}{2} \nu RT_2 = \frac{5}{2} \nu RT \cdot 2$$

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = 400 \text{ K}$$

~~$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$~~

~~$$3) \frac{p_1 V_0 \cdot T_1}{4V_0 T} = \frac{p_2 V_0 \cdot T_2}{4V_0 T}$$~~

~~$$\frac{T_1 \cdot 4V_0}{T \cdot 3V_0} = \frac{T_2 \cdot 4V_0}{5T \cdot V_0}$$~~

~~$$20T_1 = 12T_2$$~~

~~$$5T_1 = 3T_2$$~~

~~$$\times 8,31$$~~

~~$$\frac{49,86}{6}$$~~

~~$$p_1 \frac{V_0}{4} = \nu RT$$~~
~~$$p_2 \frac{V_0}{4} = \nu RT$$~~

~~$$p_1 V_1 = \nu RT_1$$~~
~~$$p_2 V_2 = \nu RT_2$$~~

~~$$\frac{4pV_0}{p_1 V_1} = \frac{T}{T_1}$$~~

~~$$\frac{4pV_0}{p_2 V_2} = \frac{T}{T_2}$$~~

~~$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$~~

~~$$\frac{49,86}{49,86} \Big| 7$$~~
~~$$\frac{0,8}{16}$$~~
~~$$\frac{14}{20}$$~~

~~$$4pV_0 T_1 = p_1 V_1 T$$~~

~~$$4pV_0 T_2 = p_2 V_2 T$$~~

~~$$p_1 V_1 T_2 = p_2 (V_0 - V_1) T_1$$~~

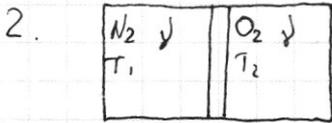
~~$$\frac{4pV_0 T_1}{T} = \frac{4pV_0 T_2}{T}$$~~

~~$$\frac{5}{2} \nu RT \cdot 2 = \frac{5}{2} \nu RT_1 + \frac{5}{2} \nu RT_2$$~~

~~$$T = 400 \text{ K}$$~~

~~$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\nu = \frac{3}{7}$ моль

$T_1 = 300 K$

$T_2 = 500 K$

$C_v = \frac{5}{2} R$

$p_1 V_1 = \nu R T_1$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow V_1 = \frac{3}{5} V_2$

$V_1 + V_2 = V$

$\frac{3}{5} V_2 + V_2 = V \Rightarrow V_2 = \frac{5}{8} V$
 $V_1 = \frac{3}{8} V$

2) $p_2 V_2 = \nu R T$

$p_2 \frac{V}{2} = \nu R T$

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{2V_2 \cdot T_1}{8V \cdot T}$

$\frac{3}{8} = \frac{10}{8T}$

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{5V_2 \cdot T_2}{8 \cdot V \cdot T}$

$\frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2 = \frac{5}{2} \nu R T$

$T = \frac{1}{2} T_1 + \frac{1}{2} T_2 = 150 + 250 = 400 K$

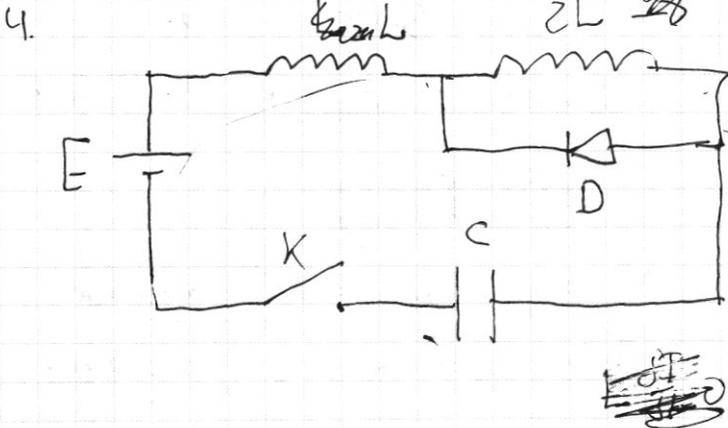
$p_1 \cdot \frac{3}{8} V = \nu R T$

$p_2 V_1' = \nu R T$

$p_1 \cdot \frac{5V}{8} = \nu R T_2$

$p_2 V_2' = \nu R T$

$Q = \nu C_v \Delta T = \frac{3}{2} R \nu (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot \frac{3}{7} \cdot 100$



$E = U_L + U_{2L} + U_C = E$

$L \frac{dI}{dt} + 2L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = E$

$3L \ddot{q} + \frac{q}{C} = E$

$\ddot{q} + \frac{q}{3LC} - \frac{E}{3L} = 0$

$\ddot{y} + \frac{1}{3LC} y = 0 \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$

$q - EC = q_0 \cos(\omega t)$

$T = 2\pi \sqrt{3LC}$

$T = \pi \sqrt{3LC} + \pi \sqrt{LC} = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{3} + 1)$

$y = q - EC$

$$q(t) = EC + q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$EC + q_0 \cos \varphi_0 = 0$$

$$q_0 = -EC$$

$$E \neq q = \frac{q^2}{2C} + \frac{3L \bar{I}^2}{2}$$

$$q = 2EC$$

$$q(t) = EC + q_0$$

$$I(t) = -q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

~~$$2EC = 2EC$$~~

$$-q_0 \omega \sin \varphi_0 = 0$$

$$\sin \varphi_0 = 0$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$q_0 = -EC$$

$$q(t) = EC - EC \cos \omega t$$

$$\frac{E^2 C^2}{2C} = \frac{3L \bar{I}_m^2}{2} \Rightarrow \bar{I}_m = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

1. U

$$V_1 = 8 \text{ мкВ}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{4} \quad \sin \beta = \frac{1}{2}$$

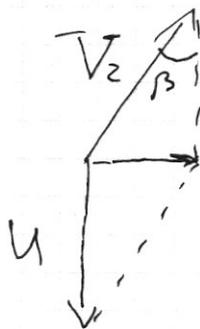
1) V_2 - ?

2) U - ?

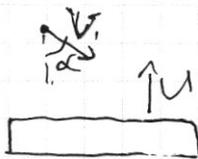
$$2EC = EC + q_0 \cos \varphi_0$$

$$0 = -q_0$$

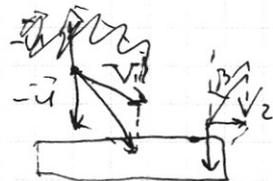
$$q_0 = EC$$



ACD



CO-мн.



$$V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$$

$$V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \cdot \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = 12 \text{ мкВ}$$

~~$$V_2 \cos \beta = U_{\max} = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ мкВ}$$~~

~~$$(0, 6\sqrt{3})$$~~

$$V_2 \cos \beta = U_{\max} = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ мкВ}$$

$$V_1 \cos \alpha = U_{\min} = 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 2\sqrt{7} \text{ мкВ}$$