Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

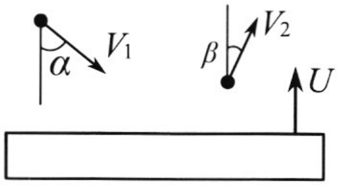
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

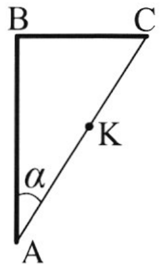
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.
R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

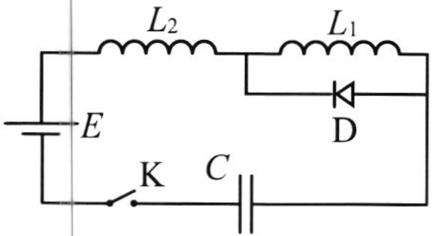
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

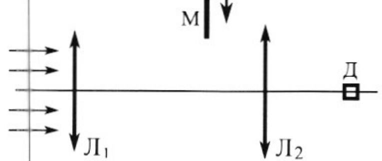


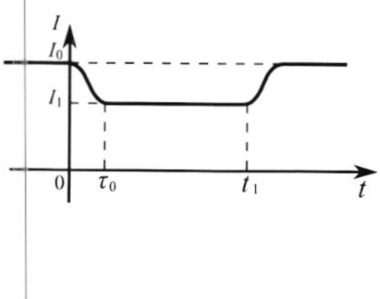
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

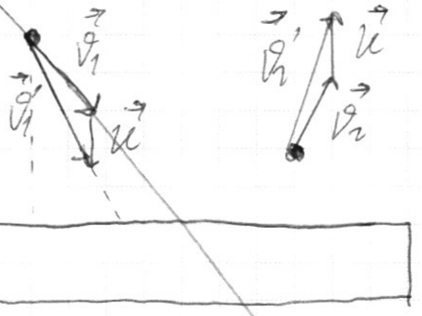
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

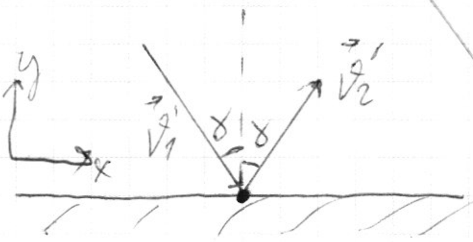
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

~~Перейдём в СО плиты; тогда плита неподвижна~~, а $\vec{v}_1' = \vec{v}_1 - \vec{u}$; $\vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{u}$



Так как при отскоке тела от неподвижного объекта угол падения равен углу отскока, тогда:



$$\begin{cases} v_{1x}' = v_{2x}' \cdot k \\ v_{1y}' = v_{2y}' \cdot k \end{cases}$$

k - какая-то константа.

$v_{1x}' = v_1 \cdot \sin\alpha$; $v_{2x}' = v_2 \cdot \sin\beta$

$v_{1y}' = u + v_1 \cdot \cos\alpha$; $v_{2y}' = u + v_2 \cdot \cos\beta$

$$\div \begin{cases} v_1 \cdot \sin\alpha = v_2 \cdot \sin\beta \cdot k \\ u + v_1 \cdot \cos\alpha = (u + v_2 \cdot \cos\beta) \cdot k \end{cases}$$

$$\frac{v_1 \cdot \sin\alpha}{u + v_1 \cdot \cos\alpha} = \frac{v_2 \cdot \sin\beta}{u + v_2 \cdot \cos\beta}$$

Т.к. поверхность плиты гладкая, то во время удара на шарик не действуют никаких горизонтальные сил => скорость шарика по оси x не изменяется => $v_{1x} = v_{2x}$ =>

$\cancel{v_1 \cdot \sin\alpha = v}$ => $v_1 \cdot \sin\alpha = v_2 \cdot \sin\beta$ =>

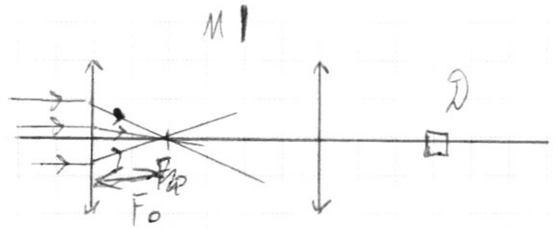
=> $v_2 = \dfrac{v_1 \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{8 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 12$ м/с.

$\cancel{v_1 \cdot \sin\alpha \cdot (u + v_2 \cdot \cos\beta) = v_2 \cdot \sin\beta \mid u +}$

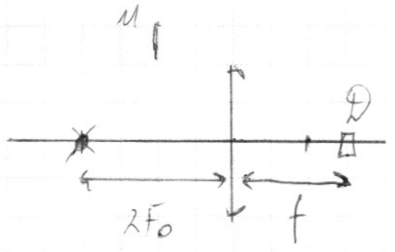
Ответ: $v_2 = 12$ м/с.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

1) 

Заметим, что все лучи проходящие через линзу $Л_1$ потом проходят через фокус линзы $Л_1$ => мы можем заменить пучок света и линзу $Л_1$ на точечный источник света, расположенный на расстоянии $2F_0$ слева от линзы $Л_2$.



f – расстояние между линзой $Л_2$ и детектором:
По формуле тонкой линзы:

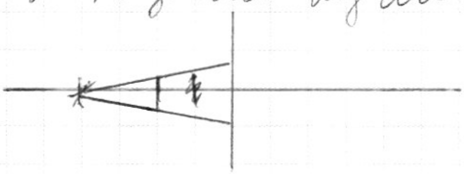
$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0} = \frac{1}{2F_0} \Rightarrow f = 2F_0 \Rightarrow$$

=> расстояние между $Л_2$ и фотодетектором $= 2F_0$

2) Так как ~~но~~ ток на детекторе пропорционален мощности света, падающего на детектор, то $I \sim S$ линзы, на которую попадает свет.

Участок $\tau_0 - t_1$ соответствует времени, когда мишень ~~часто~~ ~~тоже~~ оставляет максимальную тень на линзу.

Т.к. $D \ll F_0 \alpha$, тогда площадь тени от мишени можем принять за постоянную, и она везде приблизительно равна тени мишени находящейся на оптической оси. (угол падения лучей везде ~~не~~ одинаков)

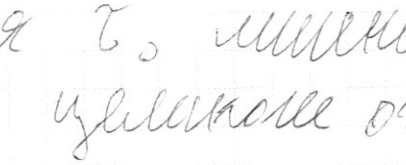


радиус тени в два раза больше радиуса мишени r

$$\div \begin{cases} \frac{\pi D^2}{4} \sim I_0 \\ \frac{\pi (D^2 - \pi 4r^2}{4} \sim \frac{3}{4} I_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{4} = 1 - \frac{4\pi r^2 \cdot 4}{D^2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{4} = \frac{16 \cancel{\pi} r^2}{D^2} \Rightarrow r^2 = \frac{D^2}{64 \cancel{\pi}} \Rightarrow r = \frac{D}{8 \cancel{\sqrt{\pi}}}$$

За время τ_0 мишень сместилась так, что тень целиком оказалась на линзе.



Чтобы тень оказалась полностью на линзе, ~~нужно ~~

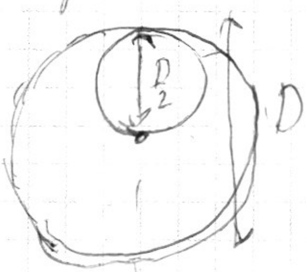
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Чтобы мишень (а точнее нижняя часть мишени) сместилась вниз на $3r$, т.к. мы приняли, что тень всегда круг с радиусом $2r$, это расстояние мишень проходит за время τ_0, т.к. за это время площадь тени растёт.

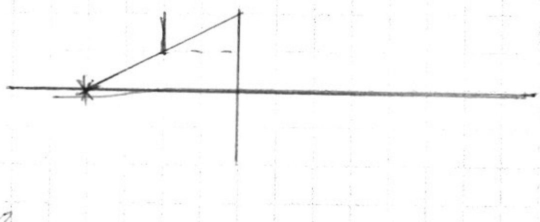
$$3r = v \cdot \tau_0 \Rightarrow v = \frac{3r}{\tau_0} = \frac{3D}{8\tau_0}$$

Тень имеет диаметр $4r = \frac{4D}{8} = \frac{D}{2}$



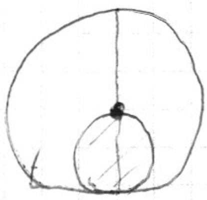
Заметим, что тень движется по прямой, проходящей через центр линзы, тень станет максимальной, когда нижняя часть мишени будет на оптической оси.

Определим положение мишени, когда тень начнет появляться:



Это будет, когда нижняя точка мишени, будет закрывать луч от источника до верхней части линзы. В этом положении нижняя часть линзы будет на высоте $\frac{D}{4}$ над оптической осью => тень увеличивалась все время, пока мишень преодолевала расстояние от $\frac{D}{4}$ над оптической осью до 0 над осью => $\vartheta = \frac{\frac{D}{4}}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}$

Момент времени τ_1 будет, когда верхняя точка мишени будет на опт. оси, и тень на линзе начнет уменьшаться:

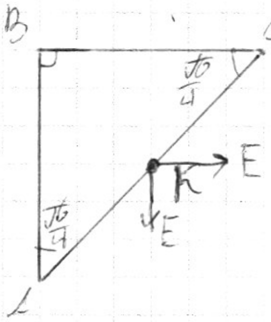


Значит нижняя часть мишени смещена на $2r$ ниже верхней $= \frac{D}{4}$ => за время от 0 до τ_1 нижняя точка сместилась на расстояние $\frac{D}{4} + \frac{D}{4} = \frac{D}{2}$ => $\tau_1 = \frac{\frac{D}{2}}{\vartheta} =$

$= \frac{D \cdot 4\tau_0}{2 \cdot D} = 2\tau_0$.

Ответ: 1) $f = 2F_0$; 2) $\vartheta = \frac{D}{4\tau_0}$; 3) $\tau_1 = 2\tau_0$.

№3

1) 

$\angle BAC = \frac{\pi}{4}$
$\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ } $\Rightarrow \angle BCA = \frac{\pi}{4}$

Пластина AB идентична пластине BC, но только повернута на 90° отн-но BC,

значит напряженности этих пластин также равны по модулю и $\perp$ в точке K, в силу симметрии отн-но точки K.

Если напряженность от BC в точке K = E, тогда напряженность поле заряда пластины AB = $E' = \sqrt{E^2 + E^2} = \sqrt{2}E \Rightarrow$ напряженность увеличилась в $\sqrt{2}$ раз

Ответ: 1) $\sqrt{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Изначально ток пойдет через две катушки: тогда: $\mathcal{E} - L_1\dot{I} - L_2\dot{I} - \frac{q}{C} = 0$

Продифференцируем это выражение:

$$-\ddot{I}(L_1+L_2) - \frac{I}{C} = 0$$

$$\ddot{I} + I \cdot \frac{1}{3LC} = 0 \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{3LC}$$

Когда ток будет течь в другую сторону, он будет течь через диод $\Rightarrow$ будет течь только через катушку L_2

Аналогично с первым случаем получим, что $T_2 = 2\pi\sqrt{LC}$

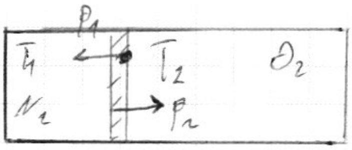
Период колебаний этого контура будет равен сумме полупериодов $\frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = T$

$$T = \pi\sqrt{LC} + \pi\sqrt{3LC} = \pi\sqrt{LC}(1+\sqrt{3}).$$

Ответ: 1) $T = \pi\sqrt{LC}(1+\sqrt{3})$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



В начальный момент времени давление газов можем считать равными для двух газов, т.к. ~~перегородка~~ процесс происходит медленно (давление равны в любой момент времени)

1 а) $\begin{cases} P_1 V_1 = \nu R T_1 \\ P_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases}$

$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}$, т.к. $P_1 = P_2$, то $\frac{P_1}{P_2} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$

2 б) Работа по перемещению поршня будет равна 0, т.к. ~~равнодействующая~~ два газа совершают противоположную по модулю работу над газом, при этом перемещение ~~для~~ относительно двух газов одинаковые и давления газов также совпадают:

$\left.\begin{aligned} dA_1 &= P \cdot dS \\ dA_2 &= -P \cdot dS \end{aligned}\right\} \Rightarrow dA_1 = -dA_2 \Rightarrow dA_1 + dA_2 = 0$

P - давление газов в произвольный момент.

$dA_1 + dA_2 = 0 \Rightarrow A_1 + A_2 = 0.$

$Q = A_1 + A_2 + \Delta U_1 + \Delta U_2$ $\quad Q = 0$, т.к. система изолирована

$0 \Rightarrow C_V = \frac{5R}{2} \Rightarrow i = 5$

$0 = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_K) + \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_K)$ $\quad T_K$ - уст. темп.

$0 = T_1 + T_2 - 2T_K \Rightarrow \underline{T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{300 + 500}{2} = 400K}$

3) Т.к. работа над поршнем $= 0$, то вся энергия переходит от газа к газу $\Rightarrow$

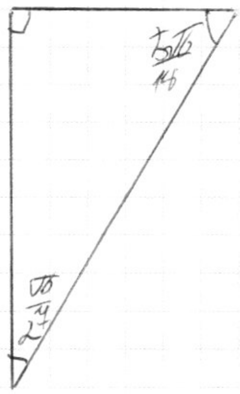
Q_1 - количество тепла, переданного от кислорода азоту:

$Q_1 = \Delta U_1 = \frac{5}{2}\nu R T_2 - \frac{5}{2}\nu R T_K = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot (500 - 400) =$

$= \frac{15}{14} \cdot 831 \approx 880$ Дж

Ответ: 1) $\frac{3}{5}$; 2) $400K$; 3) 880 Дж.

2)



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

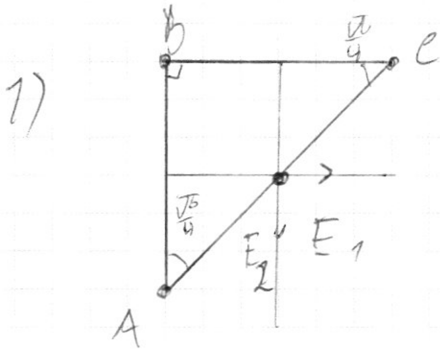
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

1)



$$\left.\begin{aligned}\angle BAC &= \frac{\pi}{4}\\ \angle ABC &= \frac{\pi}{2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \angle BCA = \frac{\pi}{4}.$$

Так как пластины бесконечные, то напряженность через любую ~~из~~ точку поверхности будет одинаковым.

Φ_{BC} – поток через пластину BC.

Φ_{AB} – поток через пластину AB

S – площадь пластин, две пластины имеют равные => площади.

По т. Гаусса: $\Phi_{BC} = \frac{\sigma' S}{\varepsilon_0}$, $\Phi_{AB} = \frac{\sigma' S}{\varepsilon_0}$

$\Rightarrow E_1 = \frac{\sigma' S}{\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$, $E_2 = \frac{\sigma' S}{\varepsilon_0 \cdot S} = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$

σ' – плотность заряда в пластинах AB и BC.

$$\left.\begin{aligned}&\vec{E}_1 \perp AB\\ &\vec{E}_2 \perp BC\\ &AB \perp BC\end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{E}_1 \perp \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2}\, E_2$$

=> напряженность ~~в точке~~ в точке K увеличилась в $\sqrt{2}$ раз

☑ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$15 \cdot 831 = 8310 + 4155 = 12465 \,|\, 14$

880

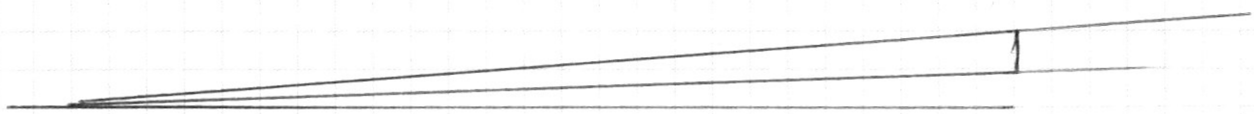
-112

-126

126

$\frac{1}{4} I_0 = 4\sqrt{6} r^2 \qquad 16\sqrt{6} r^2 = \frac{\sqrt{6} D^2}{4}$

$I_0 = \frac{\sqrt{6} D^2}{4}$



$U =$ $\qquad I_1 = I_m \sin\left(\frac{1}{\sqrt{3LC}} \cdot t\right)$