

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

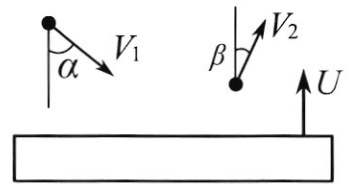
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

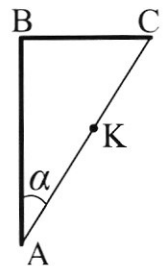


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

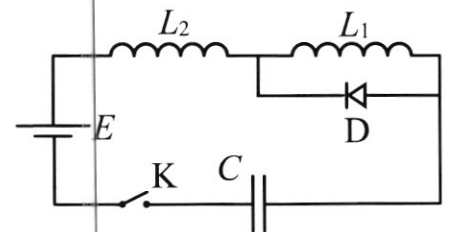
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



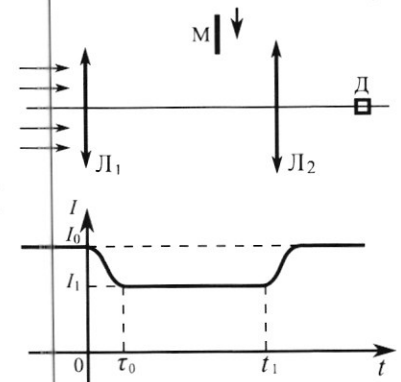
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L, L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

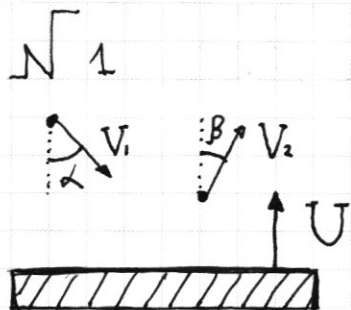
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Заметим, что горизонтальная компонента скорости никак не меняется после удара о плиту. Найдем её:

$$V_x = V_1 \cdot \sin \alpha = 8 \cdot \frac{3}{4} = 6 \text{ м/с}$$

Зная V_x и угол β можем найти V_2 :

$$V_2 = \frac{V_x}{\sin \beta} = \frac{6 \cdot 2}{1} = \underline{12 \text{ м/с}}$$

Выразим значения $\cos \alpha$ и $\cos \beta$:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Посчитаем скорость плиты при упругом ударе:

~~$m(V_1 \sin \alpha)$~~ (в системе отсчета плиты, т.к. плита массивная, представим её в виде стены)

~~$m(V_1 \sin \alpha)$~~

$$m \cdot (V_x^2 + (V_1 \cos \alpha + U)^2) = m \cdot (V_x^2 + (V_2 \cos \beta - U)^2)$$

$$V_1 \cos \alpha + U = V_2 \cos \beta - U$$

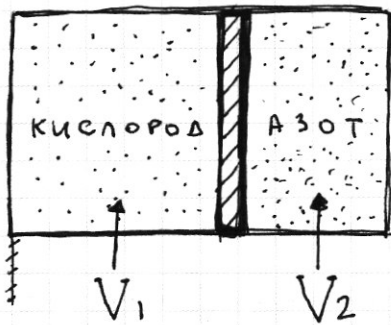
$$U = \frac{V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha}{2} = \frac{12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}}{2} = \underline{3\sqrt{3} - \sqrt{7} \text{ м/с}}$$

при абсолютно неупругом ударе $U = V_2 \cos \beta = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{6\sqrt{3} \text{ м/с}}$

$$\Rightarrow U \in (3\sqrt{3} - \sqrt{7}; 6\sqrt{3}]$$

Ответ: 12 м/с; ~~$3\sqrt{3} \text{ м/с}$~~ ($3\sqrt{3} - \sqrt{7} \text{ м/с}; 6\sqrt{3} \text{ м/с}$)

№ 2: $P_1 = P_2$



Распишем уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$\begin{cases} P_1 V_1 = \nu R T_1 \\ P_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} \stackrel{P_1=P_2}{=} \frac{T_1}{T_2} = \frac{500}{300} = \underline{\underline{5/3}}$$

т.к. суммарная работа газов $A_{\Sigma} = 0$, а суммарная теплота Q_{Σ} также равна 0 \Rightarrow

$$|\Delta t_1| = |\Delta t_2| \Rightarrow T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{500 + 300}{2} = \underline{\underline{400 \text{ K}}}$$

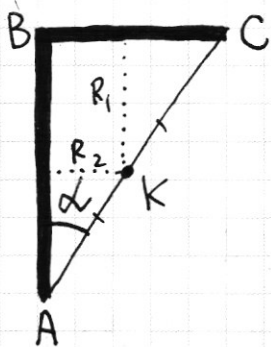
Мы знаем, что $V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$ (где V_1' и V_2' — объемы газов в один момент времени)
а также: $T_1 + T_2 = T_1' + T_2'$ (аналогично, с темпер.)
вспомнив известное соотношение, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow P = \text{const} = P_1 \Rightarrow$$

$$Q = \Delta T \cdot C_p = 100 \text{ K} \cdot \left(\frac{5}{2}R + R \right) = \underline{\underline{2908,5 \text{ Дж}}}$$

Ответ: $5/3$; 400 K ; $2908,5 \text{ Дж}$.

№ 3:



Пусть E_1 — поле в точке K от пластины BC. Распишем его в виде:

$$E_1 = \frac{2\pi k \sigma}{R_1}$$

Пусть E_2 — такое же поле, но от пластины AB. Также распишем его:

$$E_2 = \frac{2\pi k \sigma}{R_2}$$

Найдем E_{Σ} :

$$E_{\Sigma} = \sqrt{(2\pi k \sigma)^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right)} \Leftrightarrow E_{\Sigma} = \sqrt{(2\pi k \sigma)^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_1^2 + g^2 L^2} \right)} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\Sigma} = \sqrt{(2\pi k \sigma)^2 \cdot \left(\frac{g^2 L^2 + 1}{R_1^2 + g^2 L^2} \right)} \Rightarrow \left(\frac{E_{\Sigma}}{E_1} \right)^2 = \frac{R_1^2 (g^2 L^2 + 1)}{R_1^2 + g^2 L^2} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= \frac{(1+1)}{1} = 2 \Rightarrow \underline{\underline{\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}}}$$

Теперь рассмотрим сечение $\alpha = \pi/7$:

$$E_1 = \frac{4\pi k\sigma}{R_1}$$

$$E_2 = \frac{2\pi k\sigma}{R_2}$$

Найдём E_2 :

$$E_2 = \sqrt{(2\pi k\sigma)^2 \cdot \left(\frac{4}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right)}$$

$$E_2 = \sqrt{(2\pi k\sigma)^2 \cdot \left(\frac{4 + \frac{R_1^2}{R_2^2}}{R_1^2} \right)} = \underline{\underline{\frac{2\pi k\sigma}{R_1} \sqrt{4 + \frac{R_1^2}{R_2^2}}}}$$

Ответ: $\sqrt{2} \cdot \frac{2\pi k\sigma}{R_1} \sqrt{4 + \frac{R_1^2}{R_2^2}}$

№5 распишем формулу тонкой линзы для первой линзы:

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$$

$$\Rightarrow b_{11} = F \quad \cancel{b_{12} = -F} \text{ т.к. линзы собер.}$$

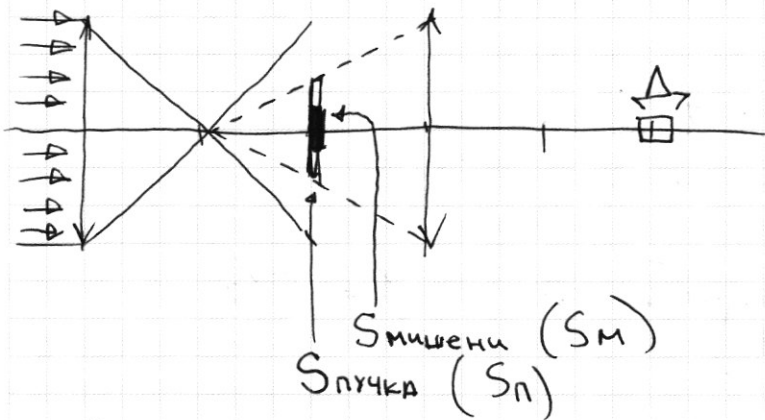
распишем ф-лу тонкой линзы для второй линзы:

$$1) \frac{1}{3F-F} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{-F} \Rightarrow b_{21} = 2F \quad \cancel{b_{22} = \frac{2}{3}F} \text{ (не подх, т.к. должн. } > 0)$$

$$2) \frac{1}{3F+F} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F} \Rightarrow b_{23} = \frac{4}{3}F \quad \cancel{b_{24} = \frac{4}{5}F} \text{ (не подх, т.к. должн. } > 0)$$

т.к. линзы положитель.

Заметим, что $t_1 - t_0$ — время, за которое центр мишени проходит расстояние, равное диаметру светового пучка, а t_0 — время, за которое центр мишени проходит диаметр самой мишени.



$$\frac{S_m}{S_p} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_m^2}{r_p^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_m}{r_p} = \frac{1}{2}.$$

$$r_p = \frac{D}{2 \cdot 2F} \cdot F = D/4 \Rightarrow r_m = D/8$$

Найдем скорости мишени:

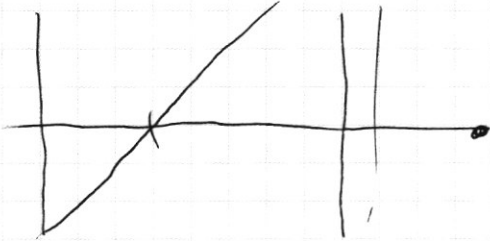
$$\Rightarrow V_m = \frac{2r_m}{t_0} = \frac{D}{4t_0}$$

Найдем t_1 :

$$t_1 = \frac{D/2}{D/4t_0} = \frac{4t_0}{2} = \underline{\underline{2t_0}}$$

Ответ: $2F$, $\frac{D}{4t_0}$, $2t_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

~~Мат~~

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

$$\Rightarrow b = F$$

$$\frac{1}{3F-F} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F}$$

$$0 + \frac{1}{b} = \pm \frac{1}{F}$$

$$b = \pm F$$

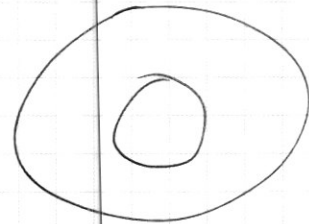
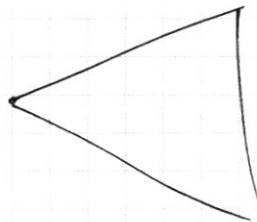
$$1) \frac{1}{3F+F} + \frac{1}{F} = \pm \frac{1}{F} \quad \times$$

$$2) \frac{1}{3F-F} + \frac{1}{F} = \pm \frac{1}{F} \quad \times$$

$$\frac{1}{3F+F} + \frac{1}{b} = \pm \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{4F} - \frac{1}{F} =$$

$$\frac{1}{4F} - \frac{1}{F} = \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{3}{4F} = \frac{1}{b} \Rightarrow b = \frac{4}{3}F$$



$$\frac{1}{2F}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

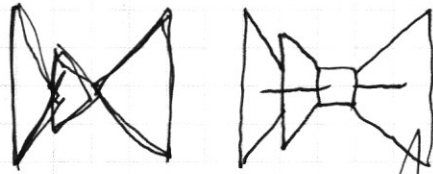
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$(v_1 + v_2) P_1 = v_2 (T_1 + T_2)$$

$$Q_E = 0$$

$$A_E = 0$$

$$v_1 = v_2 \Rightarrow$$



$$P_1 v_1 = v R T_1$$

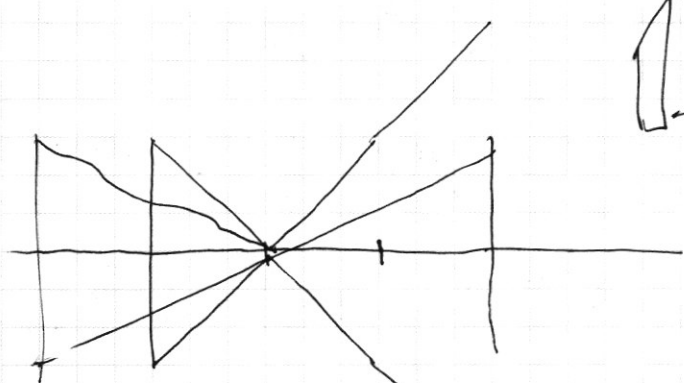
$$P_2 v_2 = v R T_2$$

$$P_2 \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) = v R \left(\frac{T_1 + T_2}{2} \right)$$

~~$$P_2 v_2 = v R T_2$$~~

$$v R (T_0 - T_1) = A + Q$$

$$v R (T_2 - T_0) = -A - Q$$



$$P_1 v_1 = v R T_1$$

$$P_2 v_2 = v R T_2$$

$$P_1 \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) = v R \left(\frac{T_1 + T_2}{2} \right)$$

$$v_1 = \frac{v R T_1}{P_1}$$

$$\frac{v R T_2}{P_2}$$

↓ E

$$P_1 v_1 = v R T_1$$

$$P_1 (v_1 + v_2 - v_1) = v R (T_0 + T_1 - T_2) \quad \frac{1}{2} v R \Delta T = Q + A$$

~~$$P_1 (v_1 + v_2) = v R \left(\frac{T_1 + T_2}{2} \right) \quad \frac{1}{2} v R \Delta T = -Q - A$$~~

$$P_2 \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) = v R \left(\frac{T_1 + T_2}{2} \right)$$

$$P_2 v_2 (1 + \dots)$$

P - const

$$P_1 \left(\frac{v R (T_1 + T_2)}{2 P_1} \right)$$

831
133
x 415,9
7
2908,5
2908,5

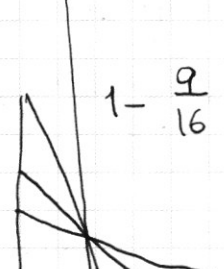
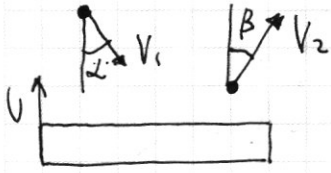
~~$$P_2 v_2 \left(\frac{T_1/T_2 + 1}{2} \right) = v R T_2 \left(\frac{T_1/T_2 + 1}{2} \right)$$~~

$$E = \frac{86 \cdot 8}{2R} \Rightarrow P_2 = P$$

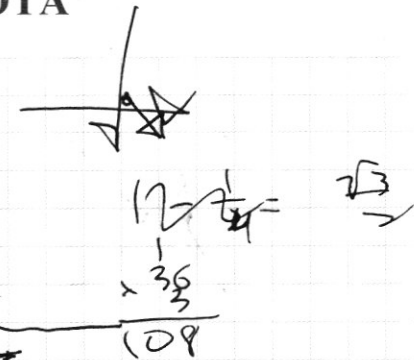


$\frac{5}{2} R - R$
8,31 | $\frac{1}{2R} + \frac{20}{2R}$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$



1) $V_1 \cdot \sin \alpha = V_2 \cdot \sin \beta \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \cdot \frac{3/4}{1} = 12 \text{ м/с}$

2) $\frac{m(V_1 \cdot \sin \alpha)^2 + (V_1 \cdot \cos \alpha + U)^2}{2} = \frac{m(V_1 \cdot \sin \alpha)^2 + (V_2 \cdot \cos \beta - U)^2}{2} + Q$

$$(V_1 \cdot \sin \alpha)^2 + (V_1 \cdot \cos \alpha + U)^2 = (V_1 \cdot \sin \alpha)^2 + (V_2 \cdot \cos \beta - U)^2 + \frac{2Q}{m} = C$$

$$(V_1 \cdot \cos \alpha)^2 + 2V_1 \cdot \cos \alpha \cdot U + U^2 = (V_2 \cdot \cos \beta)^2 + 2V_2 \cdot \cos \beta \cdot U - U^2 + C$$

$$\left(8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 + 2 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot U - \left(12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot U = C$$

$$28 + 4\sqrt{7}U - 108 + 12\sqrt{3}U = C$$

$$(V_1 \cdot \sin \alpha)^2 + (V_1 \cdot \cos \alpha + U)^2 = (V_1 \cdot \sin \alpha)^2 + (V_2 \cdot \cos \beta - U)^2$$

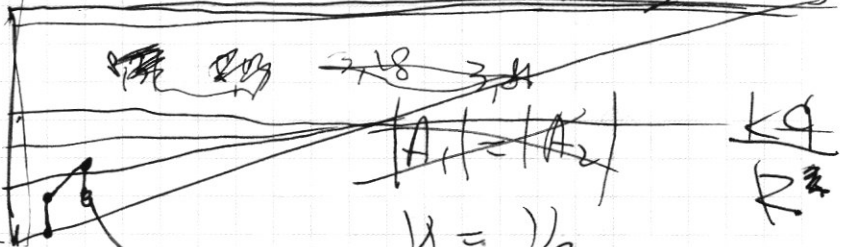
$$\left(8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} + U\right)^2 = \left(12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - U\right)^2$$

$$12 \cdot \cos \beta = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{7} + U = 6\sqrt{3} - U$$

$$2U = 2(\sqrt{7} + 3\sqrt{3})$$

$$U = \sqrt{7} + 3\sqrt{3}$$



$$\begin{cases} P_1 V_1 = \nu R T_1 \\ P_1 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{500}{500} = 1$$

$$P_2 \cdot \left(\frac{V_1 + V_2}{2}\right) = \nu R T_0$$

	$\epsilon_0 \rho$
	$2\pi k \rho$
	$2\pi k$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

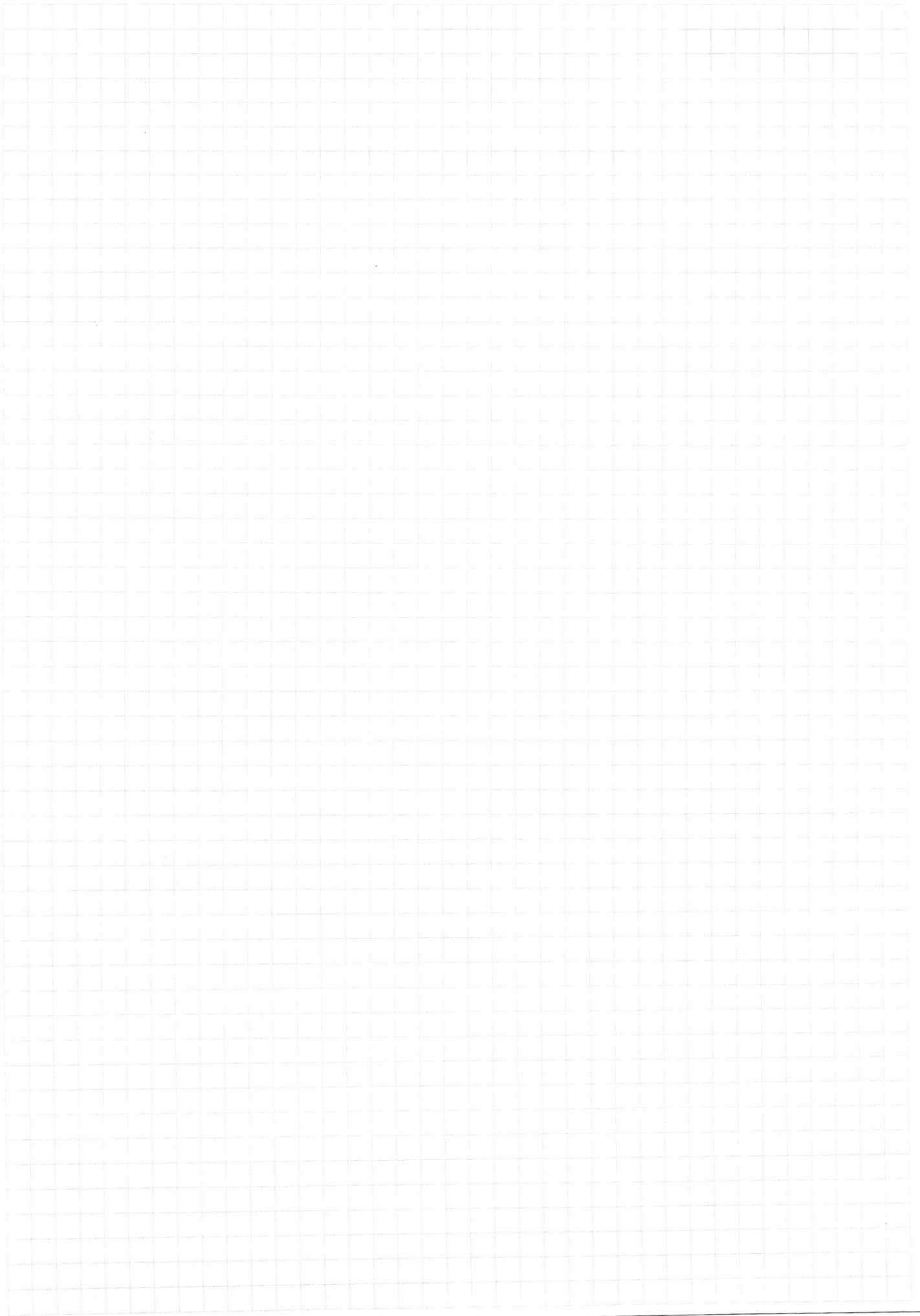
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)