

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

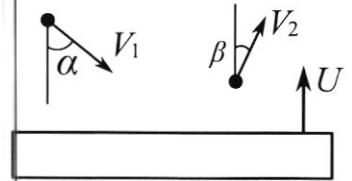
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

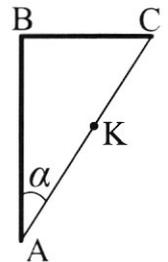


1) Найти скорость V_2 .
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

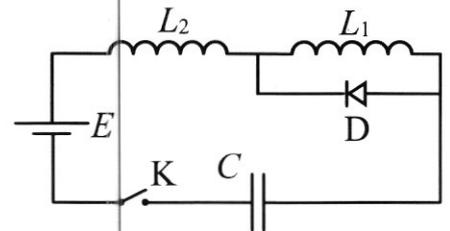
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

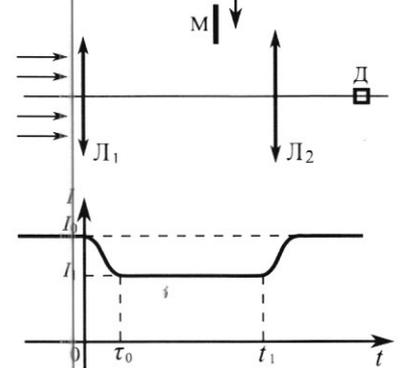
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.

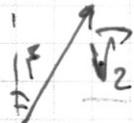


1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

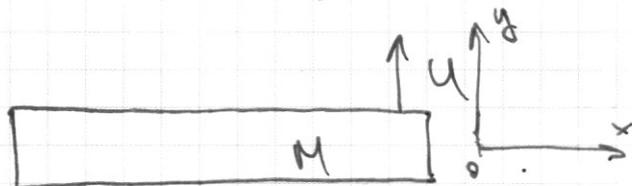


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№1

Дано; $M \gg m$.



$$V_1 = 8 \text{ м/с}^2$$

$$E \neq \text{const}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Решение!

1) V_2 - ?
2) u - ?

1) Поскольку на глобиту ~~идет~~ ^{движется} шарик ~~за~~ ^{по} малое время можно пренебречь, то можно рассмотреть, то можно рассмотреть ЗСМ по Ox:

$$V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2} V_1 = 12 \text{ м/с}$$

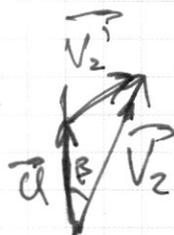
2) Т.к. $M \gg m$, то можно считать, что u после отскока ~~не~~ не меняется.

Посчитаем, как движется шарик в системе отсчета им-

Тб1.

$$\vec{V}_1' = \vec{u} + \vec{V}_1$$

$$\vec{V}_2' = \vec{u} + \vec{V}_2$$



$$V_1'^2 = V_1^2 + u^2 + 2V_1 u \cos \alpha$$

$$V_2'^2 = V_2^2 + u^2 - 2V_2 u \cos \beta$$

$E_1 > E_2$, т.к. работы внешнего сил можно пренебречь
и $E \neq \text{const}$ по условию

$$\frac{mV_1^2}{2} > \frac{mV_2^2}{2} \Rightarrow V_1^2 > V_2^2$$

$$V_1^2 + U^2 + 2V_1U \cos \alpha > V_2^2 + U^2 + 2V_1U \cos \beta$$

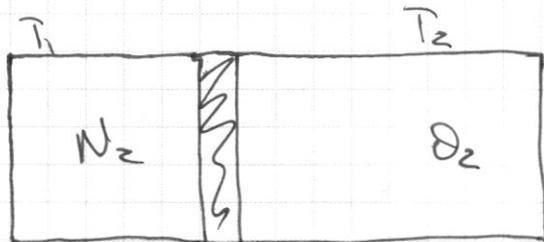
$$2U(V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) > V_2^2 - V_1^2$$

$$2UV_1 \left(\cos \alpha + \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta} \right) > V_1^2 \left(\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} - 1 \right)$$

$$2U \frac{\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta} > V_1 \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta}$$

$$U > \frac{V_1 (\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta)}{2 \sin \beta (\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta)} > \underline{2,6 \text{ м/с}}$$

ответ: 1) $V_2 = 12 \text{ м/с}$, 2) $U \geq 2,6 \text{ м/с}$



№ 2,

Решено; $\nu_1 = \nu_2 = \frac{2}{7} \text{ моль}$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

Решение,

1) По ЗМК: $P_1 = P_2$

$$PV_1 = \nu RT_1$$

$$PV_2 = \nu RT_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

1) $\frac{V_1}{V_2} = ?$ 2) $T = ?$ 3) $Q_{\text{об}} = ?$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Сосуды теплоизолированы, поэтому $E = \text{const}$.
Температура выравнивается.

$$E_1 = U_{N_2} + U_{O_2} = \nu C_V T_1 + \nu C_V T_2 = \nu C_V (T_1 + T_2)$$

$$E_2 = U_{N_2} + U_{O_2} = \nu C_V T + \nu C_V T = 2\nu C_V T$$

$$E_1 = E_2$$

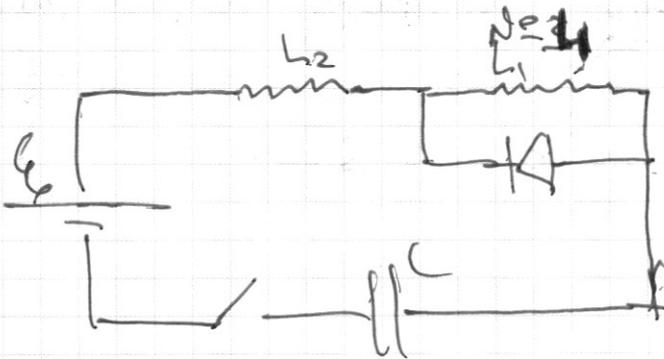
$$\nu C_V (T_1 + T_2) = 2\nu C_V T \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K}$$

3) По условию процесс медленно убывает, поэтому процесс изобарический.

$$\nu_p = \frac{7}{2} \nu R$$

$$Q = \nu C_p (T - T_1) = \nu C_p \left(\frac{T_2 - T_1}{2} \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8.31 = 1246,5 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{3}{5}$ 2) ~~1246,5 Дж~~ 2) $T = 400 \text{ K}$ 3) $1246,5 \text{ Дж}$.



Дано: U_0 , $L_2 = L$, $L_1 = 2L$,
 C
 $U_D = 0$, $R = 0$

Решение.

1) $T = ?$ 2) I_{m1} 3) I_{m2}

1) В первую подфазу ток будет идти через

2 катушки.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1 + L_2}} = \sqrt{\frac{1}{3L}}$$

Во вторую полуфазу, т.к. $U_D = 0$, то $U_L = 0$.
 $\dot{I}_1 = 0 \frac{A}{C}$, так в начале II полуфазы $I = 0$ А.

Значит в это время $I_1 = 0$ А, и ток будет идти через
 диод и вторую катушку

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}} = \sqrt{\frac{1}{L C}}$$

$$T = t_1 + t_2 = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} = \pi \left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) = \underline{\underline{\pi(\sqrt{3LC} + \sqrt{LC})}}$$

2) В первую полуфазу $I_{L1} = I_{L2}$.

При максимальном токе $\dot{I} = 0 \Rightarrow U_L = 0 \Rightarrow U_C = U_0$
 по ЗСЭ:

$$\frac{(L_1 + L_2) I_{m1}^2}{2} + \frac{C U_0^2}{2} = A_E$$

$$A_E = U_0 (q - q_0) = C U_0^2$$

$$\frac{3}{2} L I_{m1}^2 = C U_0^2$$

$$I_{m1} = \underline{\underline{U_0 \sqrt{\frac{C}{3L}}}}$$

3) Если рассмотреть вторую полуфазу, то там также
 при максимальном токе $\dot{I}_L = 0 \Rightarrow U_{L2} = 0 \Rightarrow U_C = U_0$

~~По ЗСЭ~~ либо $I_{m2} = I_{m1}$, либо по ЗСЭ:

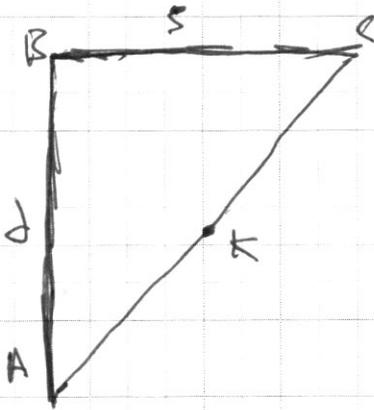
$$\frac{L_2 I_{m2}^2}{2} + \frac{C U_0^2}{2} = C U_0^2$$

$$I_{m2} = \underline{\underline{U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}} \rightarrow I_{m1}}$$

Ответ: 1) $T = \pi(\sqrt{3LC} + \sqrt{LC})$, 2) $I_{m1} = U_0 \sqrt{\frac{C}{3L}}$, 3) $I_{m2} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3



Дано: АВ и ВС - перпендикулярные
прямоугольные пластины

K - середина AC.

$$1) d = \frac{\sqrt{3}}{4}, \sigma_1 = \sigma_2$$

$$2) d = \frac{\sqrt{3}}{7}, \sigma_1 = 2\sigma_2, \sigma_2 = \sigma$$

$$1) \frac{E}{B} = ? \quad 2) E = ?$$

1) Пусть $AB = d$.

$$BC = AB \cdot \sqrt{3} = d \cdot \sqrt{3}$$

$$S_1 = S_2 = S$$

~~E~~ По теореме Гаусса: $2ES = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = E_1$$

$$\angle(\vec{E}_1, \vec{E}_2) = 90^\circ$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2} E_1$$

$$\frac{E}{E_1} = \sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AB = D$, по условию

CD — средняя линия ΔABP_0 .

$$CD = \frac{D}{2}$$

Пусть L_m — размер шпери.

$$\frac{CD - L_m}{CD} = \frac{I_0}{I_0} = \frac{3}{4}$$

$L_m =$

$$L_m = CD - \frac{3}{4}CD = \frac{1}{4}CD = \frac{D}{8}$$

Также $L_m = v\tau_0 \Rightarrow v = \frac{D}{8\tau_0}$

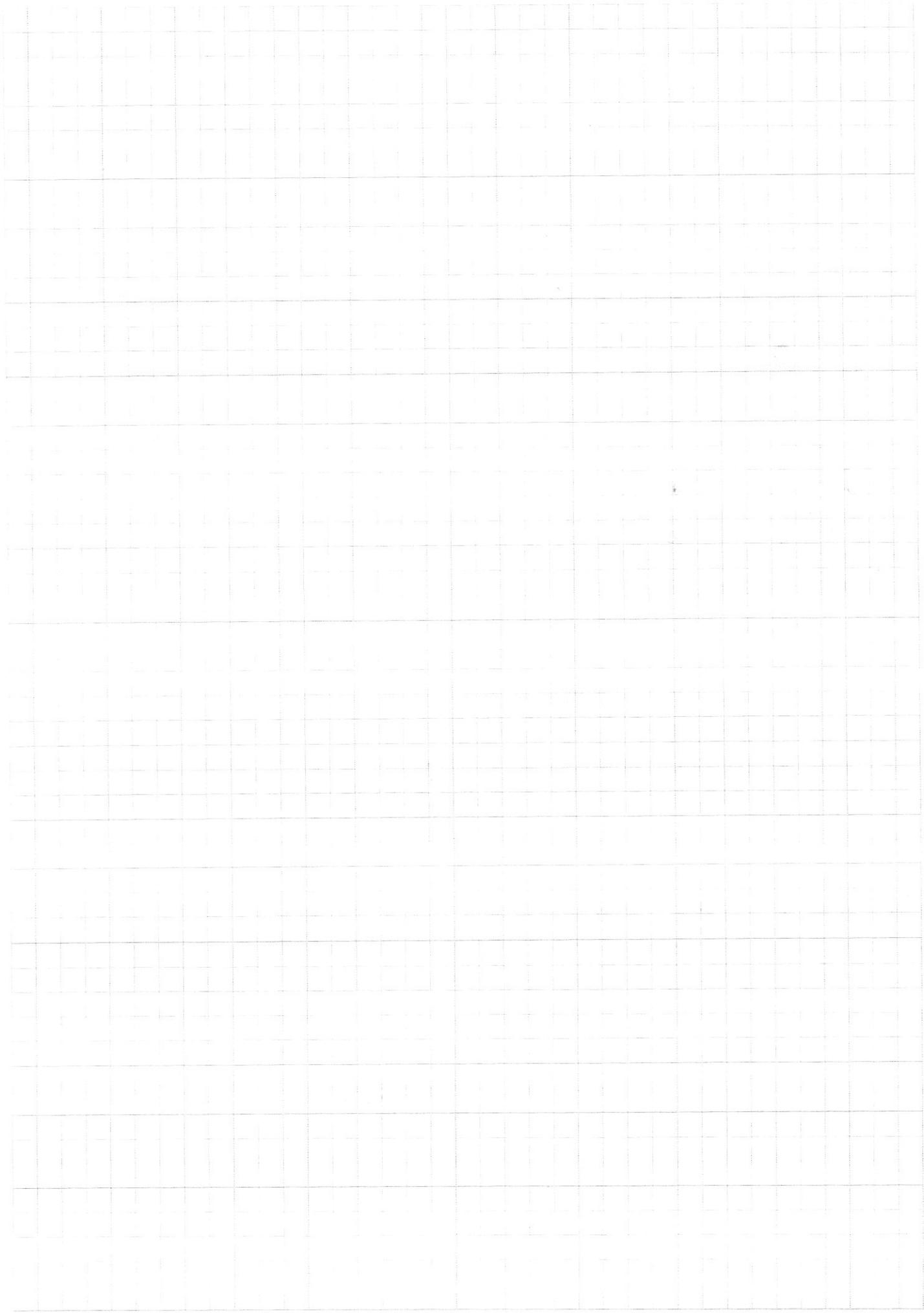
$$3) \quad v(t_1 - \tau_0) = CD - 2L_m = \frac{D}{2} - \frac{D}{4} = \frac{D}{4}$$

$$\frac{D}{8\tau_0} (t_1 - \tau_0) = \frac{D}{4}$$

$$t_1 - \tau_0 = 2\tau_0$$

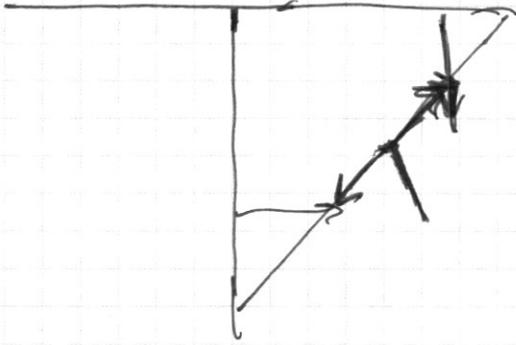
$$t_1 = 3\tau_0$$

Ответ: 1) $2R_0$, 2) $v = \frac{D}{8\tau_0}$ 3) $t_1 = 3\tau_0$

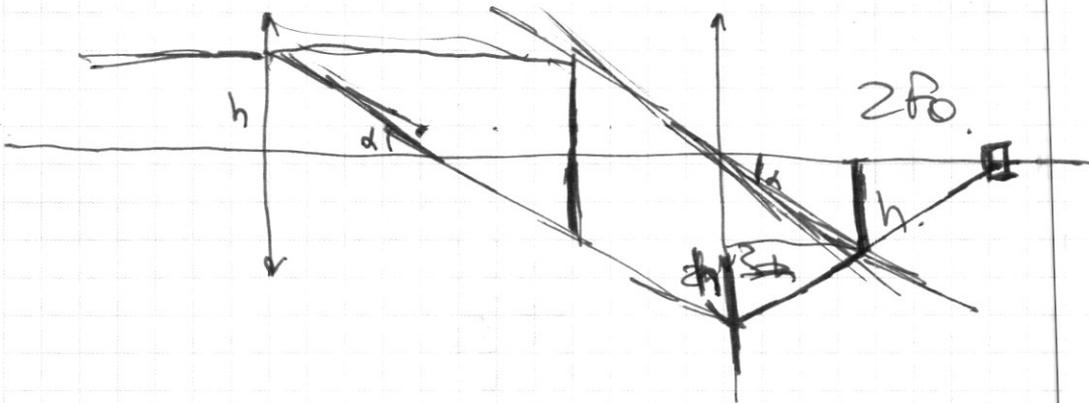


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$$\underline{(E_1 \cos \alpha - E_2 \sin \alpha) = E}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_1^2 + U^2 + 2V_1U \cos \alpha \geq V_2^2 + U^2 - 2V_2U \cos \beta$$

$$2U \left(\frac{1}{2} (V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) \right) \geq V_2^2 - V_1^2$$

$$U \left(\frac{\sqrt{7}}{4} + \frac{12\sqrt{3}}{2} \right) \geq 40$$

$$U (\sqrt{7} + 3\sqrt{3}) \geq 40$$

$$U \cdot 2,6 + 3 \cdot 1,7 \geq 40$$

$$7,7$$

$$U > 5,2$$

$$\begin{array}{r} 2,6 \\ \times 2,6 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r} 2,65 \\ \times 2,65 \\ \hline 1355 \\ 1590 \\ \hline 530 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 400 \quad | \quad 77 \\ 385 \quad | \quad 152 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\frac{80}{2(\sqrt{2} + 3\sqrt{3})} \cdot 8$$

$$\frac{\frac{9}{16} \rightarrow \frac{1}{4}}{\frac{5}{16}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 200 \quad | \quad 77 \\ 154 \quad | \quad 26 \\ \hline 460 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$pV_1 = \nu RT_1$$

$$pV_2 = \nu RT_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{5}$$

$$U_1 = U_{\text{об}} + U_{\text{вн}} = \frac{5}{2} \nu R (T_1 + T_2)$$

$$U_2 = U_{\text{об}} + U_{\text{вн}} = 2 \nu R T_2$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K}$$

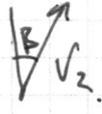
~~$$\Delta U = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu C_V \left(T_2 - \frac{T_1 + T_2}{2} \right) = \nu C_V \frac{T_2 - T_1}{2} =$$

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{8,31}{7} \cdot 100 = 8,31$$

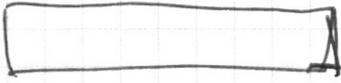
$$100 \cdot 8,31 = 831$$

$$\frac{831}{2} = 415,5$$~~

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{8,31}{7} \cdot 100 = \frac{2493}{2} = 1246,5 \text{ Дж}$$



$$V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$$



$$V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{8 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \frac{3}{2} = 12$$

$$V_1'^2 = V_1^2 + U^2 + 2V_1U \cos \alpha$$

$$\cos \beta = \frac{1 - \frac{9}{16}}{\frac{\sqrt{7}}{4}}$$

$$V_2'^2 = V_2^2 + U^2 + 2V_2U \cos \beta$$

$$\frac{mV_1'^2}{2} \Rightarrow \frac{mV_2'^2}{2}$$

$$V_1'^2 + U^2 + 2V_1U \cos \alpha \Rightarrow V_2'^2 + U^2 + 2V_2U \cos \beta$$

$$2U(V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) = V_2'^2 - V_1'^2$$

$$2UV_1 \left(\cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{\tan \beta} \right) = V_1'^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} - 1 \right)$$

$$2U \frac{\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta} = V_1 \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\sin \beta}$$

$$U \Rightarrow V_1 \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{2 \sin(\beta - \alpha)}$$

$$U < V_1 \frac{\sin \beta - \sin \alpha}{2(\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha)^2}$$

$$= V_1 \cdot \frac{1}{2}$$

~~$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{9}{2} = \frac{9}{2}$$~~

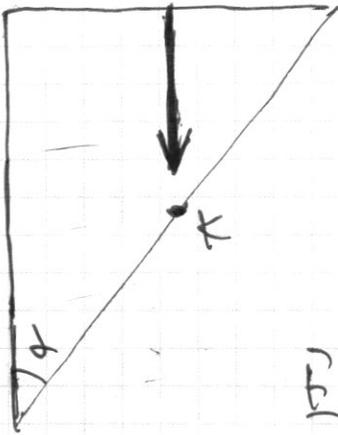
$$\frac{(L_1 + L_2) I_{M1}^2}{2} + \frac{C \epsilon_0^2}{2} = C \epsilon_0^2$$

$$I_{M1}^2 = \frac{C \epsilon_0^2}{L_1 + L_2} = \frac{C \epsilon_0^2}{2L} \quad \left(I_{M1} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{2L}} \right)$$

$$\frac{L_2 I_{M2}^2}{2} + \frac{C \epsilon_0^2}{2} = C \epsilon_0^2$$

$$I_{M2} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$$

3



$$2ES = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E_1 = \frac{Q}{2\epsilon_0}$$

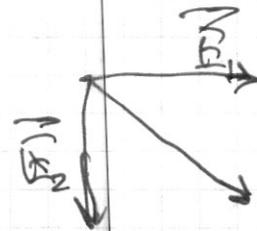
$$E_2 = \frac{Q}{2\epsilon_0}$$

$$E^2 = \sqrt{2} E_1$$

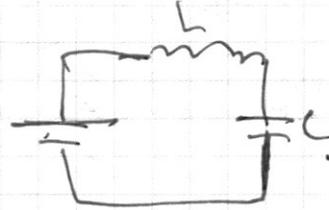
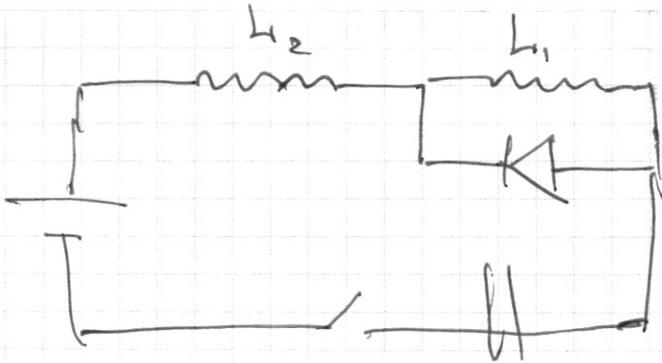
$$E = \frac{2Q}{2\epsilon_0} \quad E^2 = E_1^2 + E_2^2 = \frac{4Q^2}{4\epsilon_0^2}$$

$$E_2 = \frac{Q}{2\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sqrt{2} Q}{2\epsilon_0}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1 + L_2 C}} \quad L_1 \ddot{q} + L_2 \ddot{q} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$$

$$\mathcal{E} = L \dot{I} + \frac{q}{C}$$

~~$\mathcal{E} = L_1 \dot{I}_1 + L_2 \dot{I}_2 + \frac{q}{C}$~~

~~$\mathcal{E} = L_1 \dot{I}_1 + L_2 \dot{I}_2 + \frac{q}{C}$~~
 $\omega_1 t_1 = \bar{u}$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1 + L_2 C}}$$

~~$(L_1 + L_2) \dot{I} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$~~
 $(L_1 + L_2) \dot{I}_1 = \frac{\bar{u}}{\omega_2}$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\mathcal{E} - \frac{q}{C}}{L_1}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\mathcal{E} - \frac{q}{C}}{L_2}$$

$$t_2 = \frac{\bar{u}}{\omega_2}$$

$$\dot{I}_1 = I_0 \cos \omega_1 \omega t$$

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{d\phi_2}{d\phi_1} = \frac{1}{2}$$

$$\dot{I}_2 = I_0 \cos \omega_2 \omega t$$

$$\dot{I}_1 = -\omega_1 I_0 \sin \omega_1 \omega t$$

$$\dot{I}_2 = -\omega_2 I_0 \sin \omega_2 \omega t$$

$$z \bar{u} = \omega_1 t_1 + \omega_2 t_2$$

$$t_1 = \frac{\bar{u}}{\omega_1 + \omega_2} \quad \frac{\bar{u}}{\omega_1} + \frac{\bar{u}}{\omega_2} = \bar{u} \left(\sqrt{\frac{1}{L_1 + L_2 C}} + \sqrt{\frac{1}{L_2 C}} \right)$$