

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

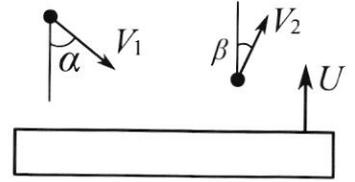
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

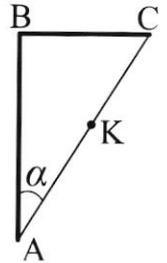


1) Найти скорость V_2 .
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

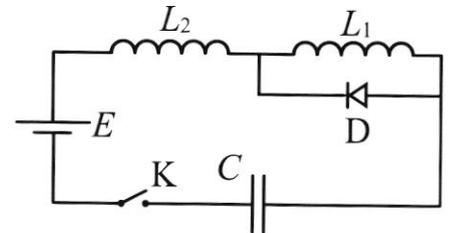
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



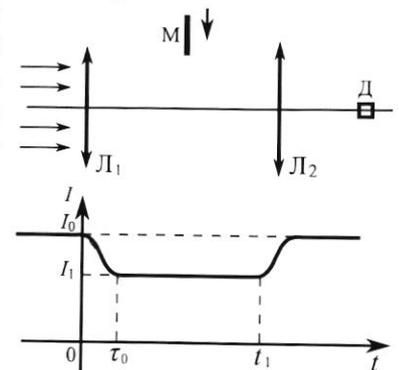
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



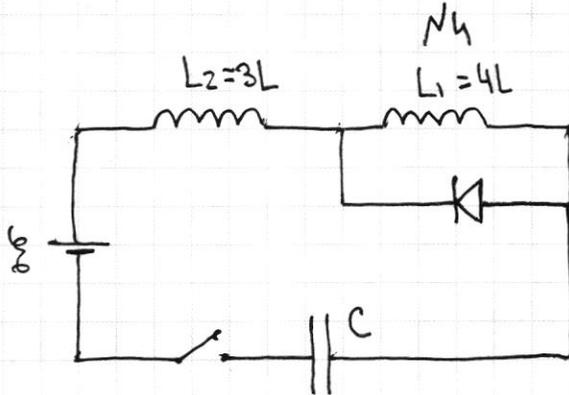
- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 . Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) В ~~первые~~ ~~по~~ ~~пер~~ Сначала когда ток течет по часовой стрелке диод будет закрыт, то есть будут обычные колебания с $T_1 = 2\pi\sqrt{C(L_1+L_2)}$. Затем через ~~пол~~ ~~ток~~ $\frac{T_1}{2}$ ток будет равен 0 и потом пойдет теперь в др. сторону. Когда он пойдет теперь в др. ст. ток пойдет только через диод. т.к. $U_D = 0$, а через L_1 I будет 0 \Rightarrow будут колеб. с $T_2 = 2\pi\sqrt{L_2C}$. Через пол периода все вернется в иск. положение когда $U_C = 0$ и $I = 0 \Rightarrow$ ~~тогда~~ $T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{C}(\sqrt{L_2} + \sqrt{L_1+L_2}) = \pi\sqrt{C}(\sqrt{3L} + \sqrt{7L}) = \pi\sqrt{C}(\sqrt{3} + \sqrt{7})$

2) В мом. когда I через $L_1 = \max$ и U_{L_1} и U_{L_2} и $U_C = 0$ т.к. $\dot{I} = 0 \Rightarrow U_C = \varepsilon$ в силу 2-го пр. Кирхгофа. Теперь ЗСЭ: ~~$\varepsilon \cdot q = \frac{q^2}{2C} + \frac{(L_1+L_2)I_{m1}^2}{2}$~~ ~~$q = C\varepsilon$~~

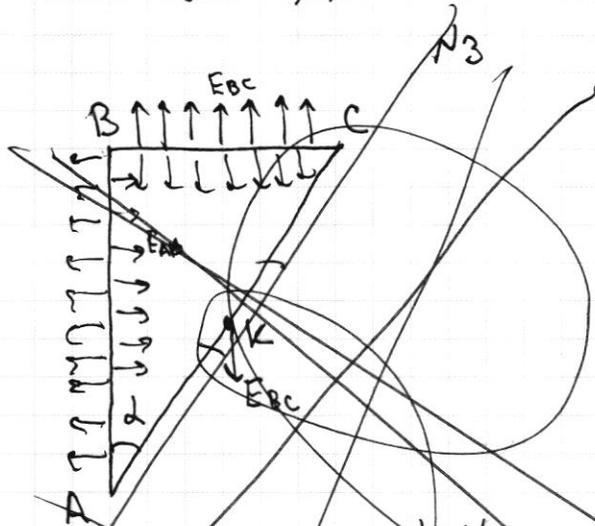
$\varepsilon \cdot q = \frac{q^2}{2C} + \frac{(L_1+L_2)I_{m1}^2}{2}$; $q = C\varepsilon$ (т.к. заряд протек. через $\varepsilon = q$ на конд.)

$$C\varepsilon^2 = \frac{C\varepsilon^2}{2} + \frac{(L_1+L_2)I_{m1}^2}{2} \Rightarrow I_{m1} = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}} = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{7L}}$$

3) I через L_2 будет макс когда диод будет открыт, т.к. тогда энергия на L_1 будет = 0 $\Rightarrow I_{m2}$ будет $> I_{m1}$. Аналогич. $U_C = \varepsilon$ $q = C\varepsilon$

$$\varepsilon \cdot q = \frac{C\varepsilon^2}{2} + \frac{L_2 I_{m2}^2}{2} \Rightarrow I_{m2} = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{L_2}} = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{3L}}$$

Ответ: $T = \sqrt{11} \sqrt{C} (\sqrt{3} + \sqrt{2})$; $I_{m1} = \frac{q}{2} \sqrt{C/7L}$; $I_{m2} = \frac{q}{2} \sqrt{C/3L}$



1) Поле пластины = $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$. Когда заряд только BC то вт.к

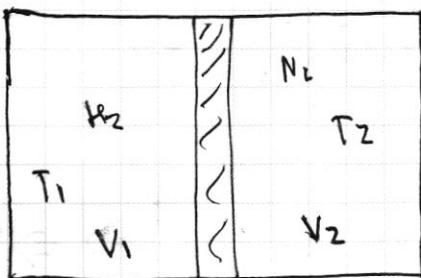
$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$. Если зарядить AB то E_{AB} тоже = $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ и $E_{AB} \perp E_{BC}$

$\Rightarrow E_2^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2 \Rightarrow E_2 = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\epsilon_0} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$
(прин. суперпоз)

2) Аналогично $E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}$ $E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ $E_{BC} = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} \Rightarrow E_K = \frac{\sqrt{10}\sigma}{2\epsilon_0}$

Ответ: $\sqrt{2}$; $\frac{\sqrt{10}\sigma}{2\epsilon_0}$

N2



$T_1 = 350K$

$T_2 = 550K$

$V = V_1 + V_2$

1) И-к. для 1 отсека: $PV_1 = \nu RT_1$

$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{11}$

для 2: $PV_2 = \nu RT_2$

2) т.к. сосуд не изолирован то Q (Q извне = 0 и A извне = 0. \Rightarrow)

\Rightarrow $\sum U$ газ = const $\Rightarrow U_1 + U_2 = U_1' + U_2'$

$U_1 = \nu C_V RT_1$, $U_2 = \nu C_V RT_2$

$U_1' = \nu C_V RT$, $U_2' = \nu C_V RT$

$\nu C_V (T_1 + T_2) = \nu C_V 2RT \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450K$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Посчитаем давление газов в конце когда темп. уравниваются
объема равны (т.к. P равны и T равны)

$$P_1 V_1 = P_2 \frac{V_1}{2} = \nu R T$$

$$\frac{V_1}{2} = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad \frac{V_1 (\frac{1}{2} + 1)}{2} = \frac{9}{2} V_1$$

Также $P V_1 = \nu R T_1$

$$\frac{9}{2} P_2 V_1 = \nu R T$$

$$P V_1 = \nu R T_1$$

$$\frac{P_2}{P} = \frac{T}{T_1} \cdot \frac{7}{9} = \frac{9}{9}$$

Т.к. процесс медленный, то можно сказать, что $P = \text{const}$. Тогда

1-ый з. терм. для 1-го отска:

$$Q_1 = A + \Delta U = P \Delta V + C_V \nu \Delta T = \nu R \Delta T + C_V \nu \Delta T = (C_V + R) \nu \Delta T$$

↑ тепло погл газ расш.

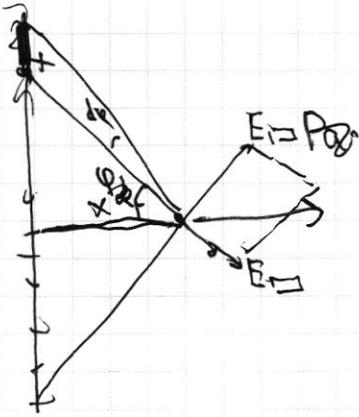
$$\Delta T = T - T_1 = 150 \text{ K}$$

$$Q_1 = \frac{7}{2} R \nu \Delta T = \frac{7}{2} \cdot \frac{8.3}{2} \cdot 8.3 \cdot 150 \approx 25 \cdot 150 = 3750 \text{ Дж}$$

тепло погл к 1 =
тепло отв от 2
⇒ $Q_2 = -3750 \text{ Дж}$

Ответ: $V_1/V_2 = 7/11$; $T = 450 \text{ K}$; $Q = 3750 \text{ Дж}$.

С. М. В. М. В. Г.
М. С. Т.



Разобьем мн-во таких полосок на куски. Мы знаем, что поле 1-ой такой полоски $E = \frac{2k\sigma}{x} \sin \alpha$

Сделаем аналогично (как с поиском поля 1-ой полоски)

$$E_{\square} = \frac{2k\sigma \sin \alpha}{x} \cos \varphi dy$$

$$\int dE = \int \frac{x dy}{\cos^2 \varphi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2k\sigma \sin \alpha \cos^2 \varphi}{x} \cdot \frac{x}{\cos^3 \varphi} d\varphi = 2\pi k \sigma \sin \alpha$$

$$E = \frac{\sigma \sin \alpha}{2\epsilon_0} \text{ - Найми поле во всех полосок.}$$

$$E_{AB} \text{ Тогда } E_{AB} \text{ в т.к.} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cos \alpha$$

$$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sin \alpha$$

~~$$\text{Поле } E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{8\cos^2 \alpha + 1}$$~~

~~$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{8\cos^2 \frac{\pi}{5} + 1}$$~~

~~$$\text{Ответ: } \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{8\cos^2 \frac{\pi}{5} + 1}$$~~

$$E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{\cos^2 \alpha + 9\sin^2 \alpha} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{8\sin^2 \frac{\pi}{5} + 1}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{8\sin^2 \frac{\pi}{5} + 1}$$

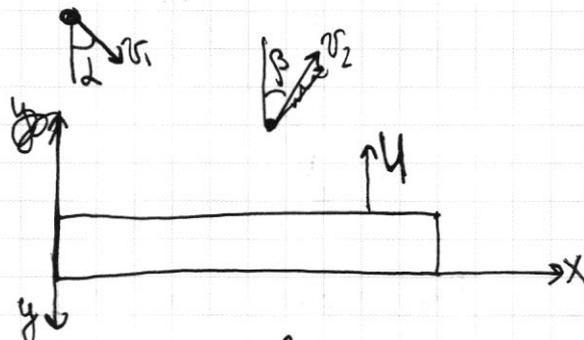
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \quad v_2 = ?$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3} \quad u = ?$$

$$v_1 = 12 \text{ м/с}$$



на шарик

1) Запишем ЗСИ по оси x . Импульс будет сохр. т.к. внешних сил по оси нет: $m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta \rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \underline{18 \text{ м/с}}$

2) Вд переходим в СО плиты в момент удара. Тогда до удара $v_{\text{шарика}}$ по Oy будет $u + v_1 \cos \alpha$. После удара $v_{\text{шарика}}$ будет $v_2 \cos \beta - u$ (по оси y). Тогда ~~можно сказать, что~~ импульс шарика ~~по~~ по оси y сохранится. То есть $u + v_1 \cos \alpha = v_2 \cos \beta - u \Rightarrow$

$$u = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

Найдём $\cos \alpha$ и $\cos \beta$ $\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ~~(не $\frac{1}{2}$)~~

$$\cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad \text{Рассм. случаи:}$$

1) $\cos \alpha > 0 \quad \cos \beta > 0$

$$u + \frac{\sqrt{3}}{2} v_1 = \frac{2\sqrt{2}}{3} v_2 - u \rightarrow u = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} v_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} v_1 \right) = \frac{1}{2} (12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}) = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \text{ м/с}$$

2) $\cos \alpha > 0 \quad \cos \beta < 0$

$$u - \frac{\sqrt{3}}{2} v_1 = u < 0 \Rightarrow \emptyset$$

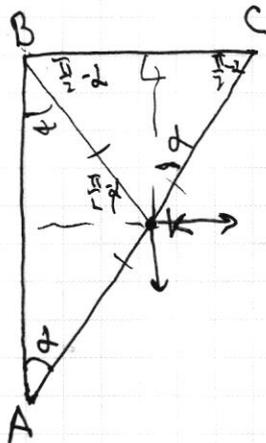
3) $\cos \alpha < 0 \quad \cos \beta > 0$

$$u = \frac{1}{2} \left(18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} + 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \text{ м/с}$$

4) $\cos \alpha < 0 \quad \cos \beta < 0 \rightarrow u = 3\sqrt{3} - 6\sqrt{2} \text{ м/с} < 0 \Rightarrow \emptyset$

Ответ: $v_2 = 18 \text{ м/с}$; $u = (\sqrt{2} - 3\sqrt{3}; \sqrt{2} + 3\sqrt{3}) \text{ м/с}$

№3

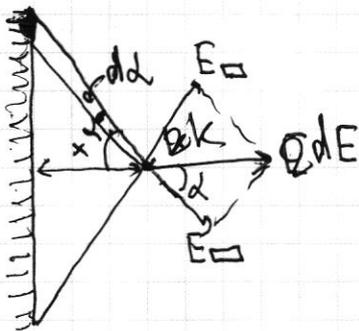


1) $E_{от BC \text{ в т.к.}} = E_{от AB \text{ в т.к.}}$

расст. равны и σ равны и площади равны $\Rightarrow E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = E\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{E}{E_1} = \sqrt{2}$ Ответ: $\sqrt{2}$

2) Посмотрим какое поле созд. полоска на расст. x (т. симметр):



Разобьем на кусочки тогда каждый кусок dq и кусок ему против. будет создавать поле перпенд. пластинке и равное ~~$\frac{k dq}{x^2}$~~

$$E_{\square} = \frac{k dq \cos \alpha}{(x/\cos \alpha)^2} = \frac{k dq \cos^3 \alpha}{x^2}$$

$$\text{где } dq = \sigma \cdot dd \cdot x (\tan(\alpha + d\alpha) - \tan \alpha) = \sigma x \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

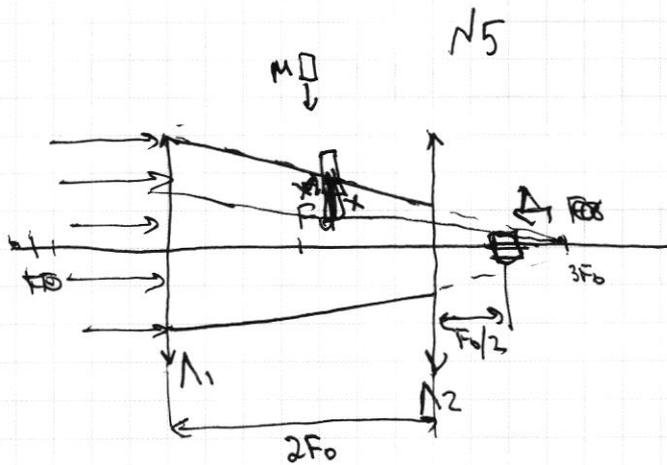
$$E_{\square} = \frac{k \cos^3 \alpha}{x^2} \cdot \sigma x \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

$$\int dE = 2 E_{\square} \cos \alpha = \int_0^{\alpha} \frac{2k\sigma}{x} \cos \alpha d\alpha = \frac{2k\sigma}{x} (1 - \cos \alpha) = \frac{2k\sigma \sin \alpha}{x}$$

$E = \frac{2k\sigma \sin \alpha}{x}$ - это поле 1-ой полоски. Поле бесконечных полосок,

это просто $\sum E$ всех таких полосок. Найдем его

см. ☺



1) лучи проходят поле первой линзы и будут идти в свой фокус но по пути есть 2-ая линза. Можно сказать что на расет $3F_0 - 2F_0$ наход. мн. источник для 2-ой линзы:

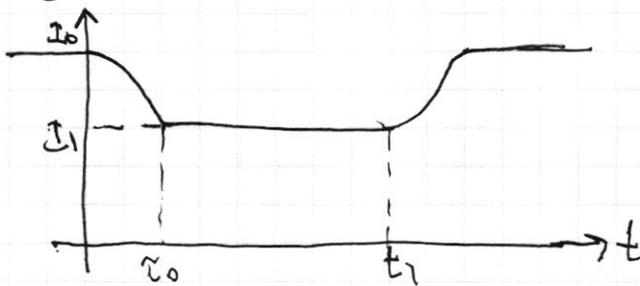
$$-\frac{1}{3F_0 - 2F_0} + \frac{1}{l} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{2}{F_0} \rightarrow \underline{l = \frac{F_0}{2}} \quad \leftarrow \text{лучи до линзы собр. здесь на расет в от } L_2$$

Ответ: $\frac{F_0}{2}$

2) $I \propto P$

$$P = \frac{dW}{dt} \quad P \propto I n$$



$$I_1 = \frac{5}{9} I_0$$

I_n - интенсив.

$$I_n \propto S$$

$$I \propto S \text{ (на } L_2 \text{)}$$

Пусть мишень наход. на x взехая на x от лучей (как показ. на рис)

$$x = vt$$

Посмотрим как зависит $S(t)$ на L_2 . Получится $x \propto S \Rightarrow$

v есть $\frac{dx}{dt}$ есть $\frac{dS}{dt}$ тангенс касательной к $I(t)$ или $\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{I_0 - I_1}{t_0}$

$$v = \frac{4I_0}{9t_0}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

--

ШИФР
(заполняется секретарём)

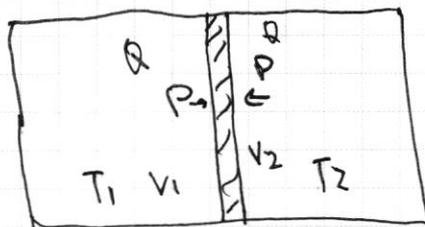
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

--	--	--

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$-Q = -A + \frac{\nu}{2} \Delta R (T_2 - T_1)$$

$$Q = A + \frac{\nu}{2} \Delta R (T_2 - T_1)$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$



$$PV = \nu RT$$

$$\Gamma_1 = 350$$

$$Q - A = \frac{\nu}{2} \Delta R (T_2 - T_1) = \frac{\nu}{2} \Delta R (T_1 - T_2)$$

$$Q = P \Delta V + \nu R \Delta T$$

$$I_m = \frac{450 - \frac{T_2 + T_1}{2} \nu}{\nu m}$$

$$V_2 \left(\frac{T_2}{T_1} + 1 \right)$$

$$V_1 \left(\frac{T_2}{T_1} + 1 \right)$$

$$\delta Q = \delta A + \delta U$$



$$C_p = \frac{Q}{\nu \Delta T}$$

$$C_p = C_v$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{2V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{2V_1}{V_2} = \frac{2}{T_2} \cdot \frac{2(T_2/T_1 + 1)}{T_1 + 1}$$

~~sin~~ $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$$\frac{f'g - fg'}{g^2}$$

