

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

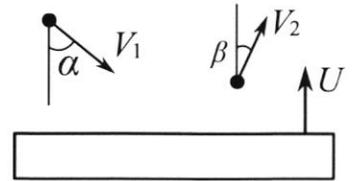
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

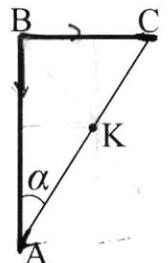


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

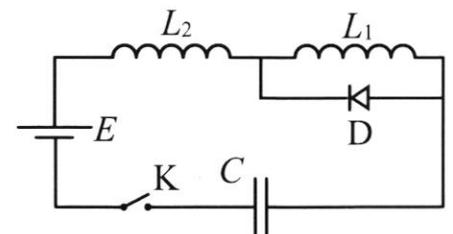
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



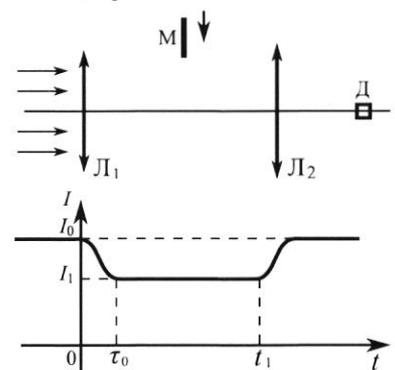
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

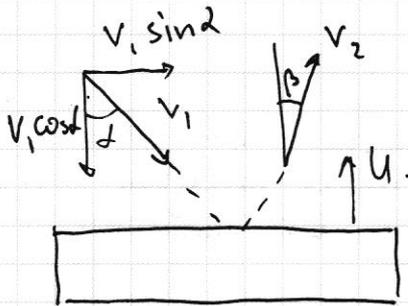
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№1.

Дано:

$$v_1 = 12 \text{ м/с.}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3} \rightarrow \cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Найти:

$$v_2 - ?$$

$$u - ?$$

Реш: ~~Заметим, что~~ Разложим скорость шарика на вертикальную и гориз. скорости.

Заметим, что ^{при ударе} горизонт. составляющая при ударе сохраняется $\Rightarrow v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$. (т.к нет трения и гор. сил)

$$v_2 = \frac{3}{2} v_1 = 18 \text{ м/с.}$$

Заметим, что если масса шара много больше массы шара, то при ударе скорость шара ~~практически~~ не меняется. В системе отсчёта, связанной с шарами, шарик совершает упругий отскок. $\Rightarrow v_1 \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta - u$

$$\begin{aligned} \text{Отсюда } 2u &= v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha = v_2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - v_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \\ &= 12\sqrt{2} - 6\sqrt{3} \rightarrow u = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

~~Также возможен вариант:~~

$$v_1 \cos \alpha - u = v_2 \cos \beta + u.$$

Заметим, что $v_1 \cos \alpha < v_2 \cos \beta$.

$$12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} < \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 18.$$

$$6\sqrt{3} < 12\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{3} < 2\sqrt{2}$$

Значит при угле шарик получит деп. верт. скорость.

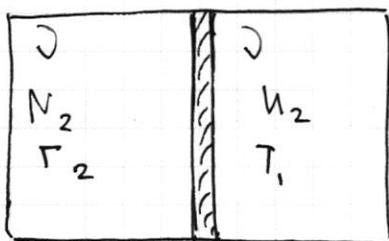
Значит ш и мяч движется строго вверх и $u = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ — единственный вариант.

Отв: 1) 18 м/с.

2) $u = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ м/с.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.



Дано:

$$V = \frac{6}{7} \text{ моль. } C_V = \frac{5}{2} R$$

$$T_1 = 350 \text{ K}$$

$$T_2 = 550 \text{ K.}$$

Реш:

- 1) В самом начале,
т.к. поршень медленно
двигался, давления
водорода и азота были
равны \Rightarrow

Найти: 1) $\frac{V_{H_2}}{V_{N_2}} - ?$

2) $T_0 - ?$

3) $Q - ?$

$$\frac{V_{H_2}}{V_{N_2}} = \frac{pRT_{H_2}}{pRT_{N_2}} = \frac{T_{H_2}}{T_{N_2}} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$

- 2) В конце на поршень действуют одинаковые
давления со стороны обоих газов \Rightarrow .

$$\Rightarrow \frac{pRT}{V} p_{\text{уст}} V'_{H_2} = pRT_0 = p_{\text{уст}} V'_{N_2}. \text{ Значит:}$$

$$V'_{H_2} = V'_{N_2} = \frac{V}{2} - \text{уст. объёмы водорода и азота.}$$

$$p_{\text{уст}} T_0 = \frac{p_{\text{уст}} V}{2R} \cdot 2. \text{ т.к. } p_{\text{уст}} \text{ у газов будут одинаковые вн. энергии в конце}$$

Запишем ЗСЭ: $U_1 + U_2 = 2U_0 = 2 \cdot C_V \Delta T_0.$

для всей системы $T_1 + T_2 = 2T_0 \Rightarrow T_0 = 450 \text{ K.}$

~~Q~~ ^{меньше}, которое азот передает водороду, это работа, которую ~~он~~ ^{водород} проделал при расширении.

$$U_2 = U_0 - A.$$

$$A = U_0 - U_2 = C_V \downarrow (T_0 - T_2) = \frac{5}{2} R \downarrow \cdot 100 = \\ = \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \frac{6}{7} \cdot 100 = \frac{8,31}{7} \cdot 1500 \approx 1,2 \cdot 1500 = 1800 \text{ Дж}.$$

Отв: 1) $\frac{V_{H_2}}{V_{N_2}} = \frac{7}{11}$ ~~к 0,63.~~

2) $T_0 = 450 \text{ K}.$

3) $Q = 1800 \text{ Дж}.$

2) Найти максим. напряжение на конденсаторе
через ЗСГ:

$$A_{\text{дат}} = \frac{CU_m^2}{2}$$

$$\xi CU_m = \frac{CU_m^2}{2}$$

$$U_m = 2\xi \Rightarrow \text{Максимальный ток в}$$

цепи с катушкой индукт. L : \rightarrow

$$A_{\text{дат}} = \frac{C\xi^2}{2} + \frac{LI_m^2}{2}$$

$$C\xi^2 - \frac{C\xi^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$$

$$I_m = \xi \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Значит: $I_{m1} = \xi \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = \xi \sqrt{\frac{C}{7L}}$

$$I_{m2} = \xi \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

Ответ: 1) $I = \xi (\sqrt{7LC} + \sqrt{3LC})$.

2) $I_{m1} = \xi \sqrt{\frac{C}{7L}}$

3) $I_{m2} = \xi \sqrt{\frac{C}{3L}}$

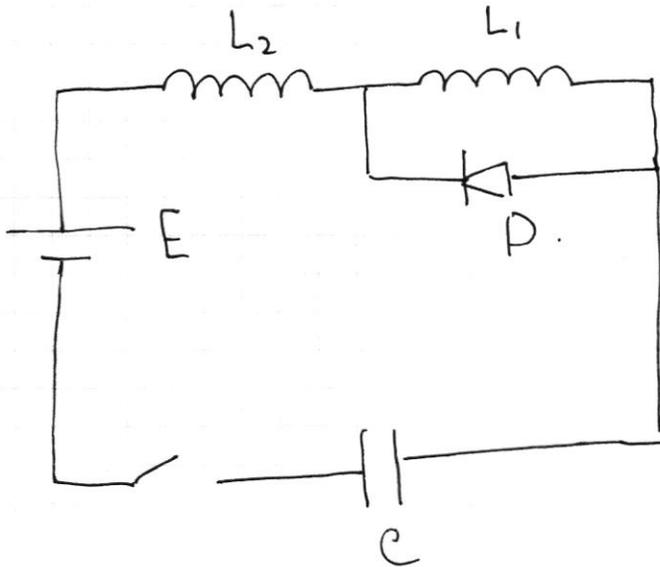
(в катушке макс. ток
когда:

$$L \frac{dI}{dt} = \xi - U_C = 0$$

$$\xi = U_C$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



Дано:

$L_1 = 4L$ $L_2 = 3L$ принимая (E) .
 E (будем обозн. за \mathcal{E}).

Найти:

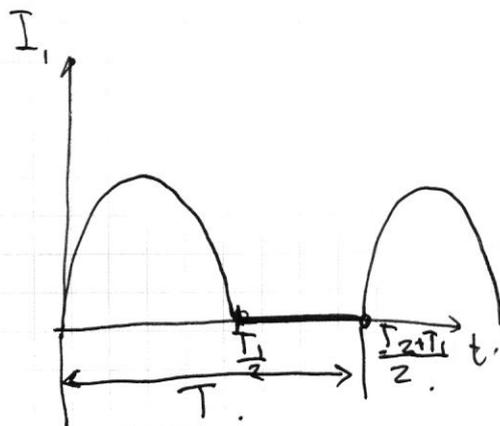
T колебаний в L_1 .

I_{m1} - ?

I_{m2} - ?

- 1) Когда ток ^{в цепи} течёт по часовой стрелке, через L_1 течёт ток, такой же, как и в L_2 .
 Когда против часовой — через L_1 ток не течёт, так как диод обр. переключку.

Значит график тока через L_1 будет примерно такой:



$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \pi \left(\sqrt{(L_1 + L_2)C} + \sqrt{L_2 C} \right) = \pi \left(\sqrt{7LC} + \sqrt{3LC} \right)$$

2) Когда ток в цепи по часовой:

$$(L_2 + L_1) \ddot{q} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$$

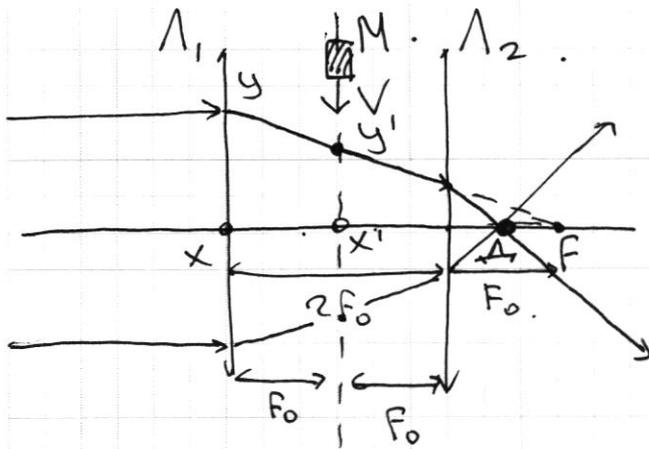
$$(L_2 + L_1) \ddot{I} + \frac{I}{C} = 0$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}}$$

Когда против часовой:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.



Дано:

$$F(L_1) = 3F_0.$$

$$r(L_2) = F_0.$$

$$g(L_1, L_2) = 2F_0.$$

Найти: $g(L_2, \Delta)$
 v
 t_1 .

Реш:

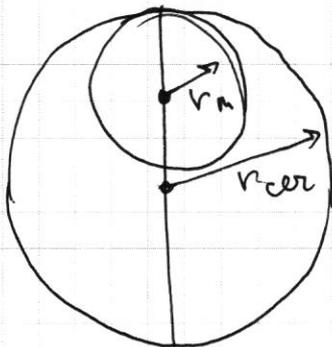
1) ~~Излучение~~ образует первая линза образует сходящийся пучок, который сойдётся в т. F.

По формуле макс. линзы:

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2}{F_0} \rightarrow b = \frac{F_0}{2}.$$

2) Заметим, что $I \sim P_{св} \sim S_{пуч.} \Rightarrow$

\Rightarrow В момент τ_0 линза полностью вошла в сечение пучка на $g(\Delta, \tau_0)$ расстоянии F_0 от L_1 .



$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_1}{S_{св}} = \frac{S_{св} - S_M}{S_{св}} = \frac{5}{9}$$

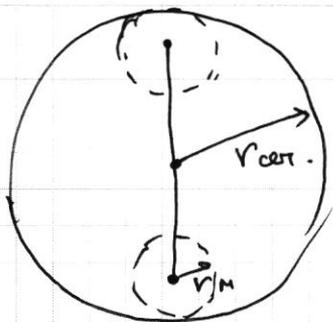
$$S_M = \frac{4}{9} S_{св} \Rightarrow r_M = \frac{2}{3} r_{св} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{2r_M}{\tau_0} = \frac{4}{3} r_M = \frac{4}{9} r_{L_1} = \frac{2}{9} D.$$

Это следует из подобия $\triangle XYF$ и $\triangle X'_2Y'_1F$ по двум углам $\angle YXF = \angle Y'_1X'_2F = 90^\circ$ и $\angle XYF = \angle X'_2Y'_1F$ как соответ. углы при парал. прямых.

Значит $V \cdot \tau_0 = 2r_M$

$$V = \frac{4}{9} \cdot \frac{D}{\tau_0}$$



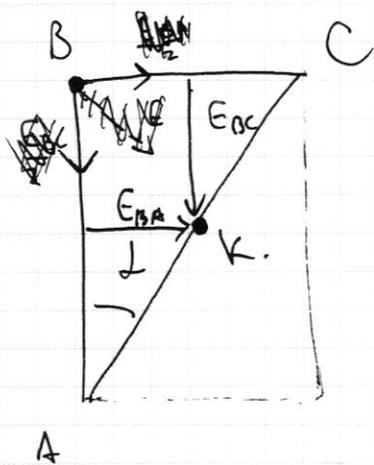
t_1, τ_0 — это время, за которое линия проведет в сетки.

Площадь пятна не меняется, и из-за этого ток тоже не мен.

$$\Rightarrow t_1 - \tau_0 = \frac{D_{\text{сет}} - 2r_M}{V} = \frac{\frac{2}{3}D - \frac{4}{9}D}{\frac{4}{9} \frac{D}{\tau_0}} = \frac{\frac{2}{9}D}{\frac{4}{9} \frac{D}{\tau_0}} = \frac{2 \cdot 9 \cdot D}{9 \cdot 4 \cdot 2D} \tau_0 = \frac{\tau_0}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{3}{2} \tau_0$$

- Ответ:
- 1) $a, b = \frac{r_0}{2}$
 - 2) $V = \frac{4}{9} \frac{D}{\tau_0}$
 - 3) $t_1 = \frac{3}{2} \tau_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№3.

Дано:

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$. BC — заряжена

$\frac{E_2}{E_1} = ?$, если AB также зарядить.

2) $\alpha = \frac{\pi}{5}$.

$\sigma_1 = 3\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$.

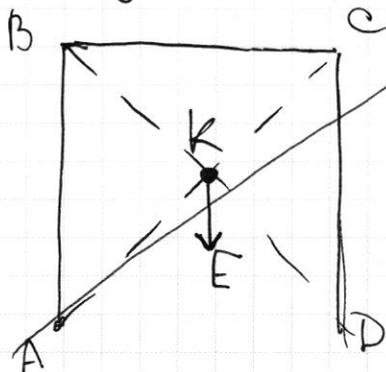
$E_K = ?$

Реш:

1) $E_1 = E_{BC}$

~~$E_2 = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} + \frac{1}{2} \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2}$~~

~~Чтобы понять, какое поле будет в центре, представим пластину ABCD, идентичную AB, как показано на рисунке:~~



~~В этом случае в т.к. должно действовать только вертикальное поле $E = E_{BC}$, но горизонтальное поле не будет, т.к. схема симметрична.~~

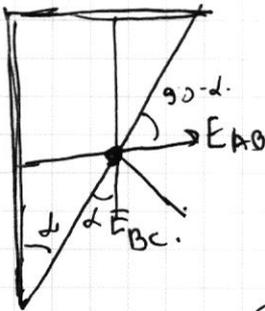
Реш:

$$1) E_1 = E_{BC} = 2\pi k \sigma.$$

$$E_2 = E_{BC} \cdot \overset{\sin}{\cos} \alpha + E_{AB} \cdot \overset{\sin}{\cos} \alpha = 2 \cos \alpha \cdot 2\pi k \sigma$$

$$\frac{E_2}{E_1} = 2 \cos \alpha = \sqrt{2}.$$

2)



$$E_{AB} = 2\pi k \cdot 3\sigma$$

$$E_{BC} = 2\pi k \cdot 3\sigma.$$

$$E_k = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = 2\pi k \sqrt{9\sigma^2 + 9\sigma^2} =$$

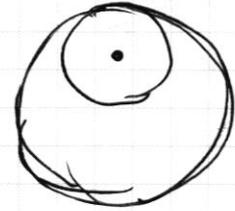
$$= 2\pi k \cdot 2\sqrt{10} \pi k \sigma.$$

Ответ: 1) $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$

2) $E_k = 2\sqrt{10} \pi k \sigma.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N_2 .



$$\begin{aligned} 1) \quad V_1 \sin \alpha &= V_2 \sin \beta \\ N_2 &= V_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2} V_1 \end{aligned}$$



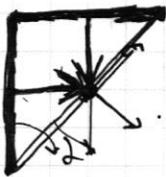
$$\frac{mv^2}{2} + E_{\text{уп}} = \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m(V_1 + 2u)^2}{2}$$

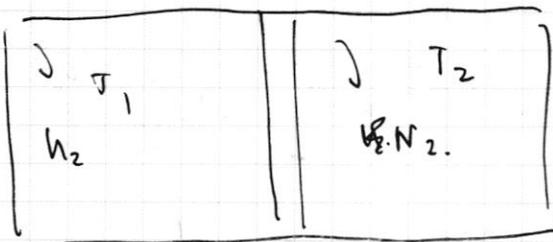
$$-V_2 = V_1 + 2u$$

$$V_1 \cos \alpha + 2u = V_2 \cos \beta$$

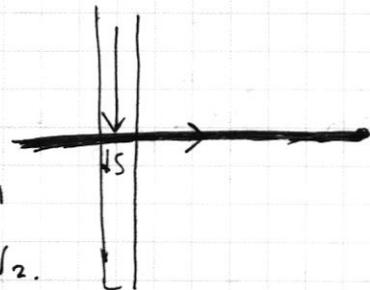
$$u = (-V_1 - V_2) / 2$$



N_2 .



$$\begin{aligned} \int RT_1 &= p_1 V_1 \\ \int RT_2 &= p_2 V_2 \end{aligned}$$



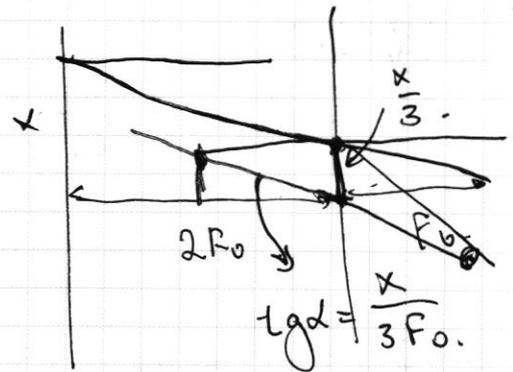
$$\int RT_1 = \int RT_2$$

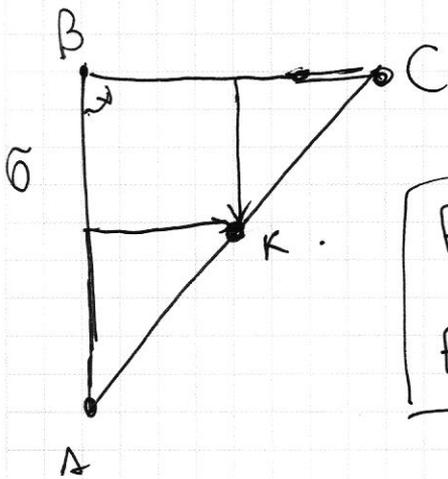
$$U_1 - Q =$$

$$U_1 = U_k + Q + A$$

$$U_2 = U_k - A + Q$$

$$2Q = U_1 + U_2 - 2U_k$$





$$E_1 = 2\pi k \delta$$

$$E_2 = 2\sqrt{2}\pi k \delta$$

~~$$\frac{L I_m^2}{2} + \frac{C U_m^2}{2} = \mathcal{E} C U_m$$~~

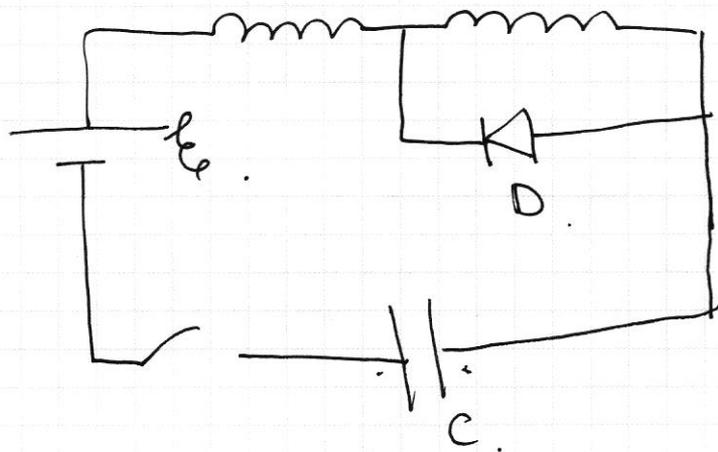
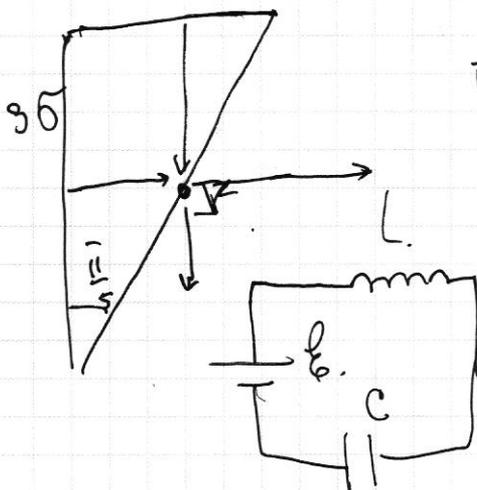


$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1 C}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2) C}}$$

~~$$T = 2\pi \sqrt{\dots}$$~~

$$T = 2\pi (\sqrt{L_1 C} + \sqrt{(L_1 + L_2) C})$$



$$\frac{L I_m^2}{2} + \frac{C U_m^2}{2} = \mathcal{E} \cdot C U_m$$

$$I_m^2 = \frac{C}{L} U_m^2 = \frac{C}{L} \mathcal{E} U_m$$

$$\mathcal{E} = L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = L \ddot{q} + \frac{q}{C}$$

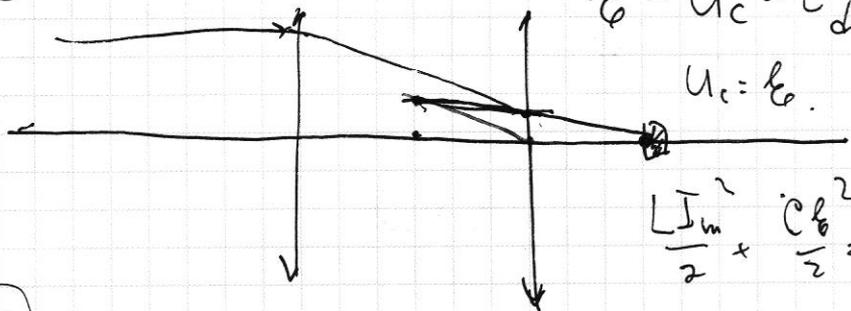
~~$$\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2}$$~~

$$I \cdot dI + \frac{C}{L} \cdot \frac{q}{C}$$

~~$$\mathcal{E} = \ddot{q} + \frac{1}{LC} q = \mathcal{E}$$~~

$$\mathcal{E} - U_C = L \frac{dI}{dt}$$

$$U_C = \mathcal{E}$$

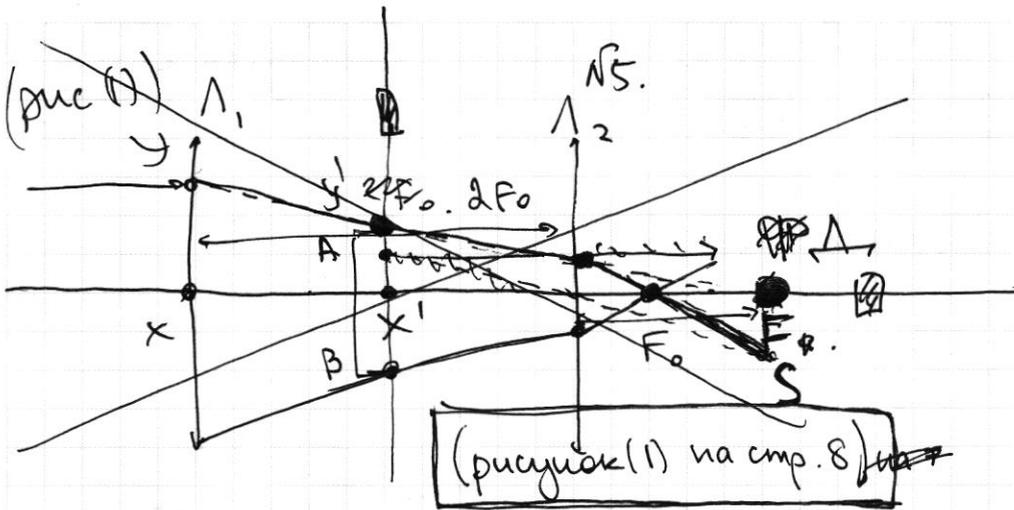


$$I \sim S_{\text{нуля}}$$

$$\mathcal{E} C U = \frac{C U^2}{2}$$

$$\frac{L I_m^2}{2} + \frac{C \mathcal{E}^2}{2} = C \mathcal{E}^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: D.

$$F(L_1) = 3F_0$$

$$F(L_2) = F_0$$

$$g(L_1; L_2) = 2F_0$$

Найти:

$$g(L_2; \Delta)$$

Реш: Построим траекторию луча:

1) в линзе L_2 он преломится и пойдет в фокус, который находится за L_2 . Тогда на L_1 падает сходящийся пучок.

Здесь $a = 3F_0 - 2F_0 = F_0$
 b - расст до изображ.
 $F = F_0$

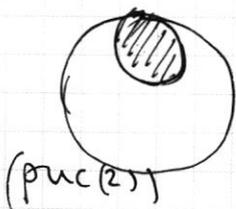
$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{F} + \frac{1}{a} = \frac{2}{F_0} \Rightarrow b = \frac{F_0}{2} \Rightarrow b \text{ — это } \Delta, \text{ нахо.}$$

детектор находится на расстоянии $\frac{F_0}{2}$ от линзы L_2 .

2). Заметим, что $I \sim S_{\text{пад. света}}$.

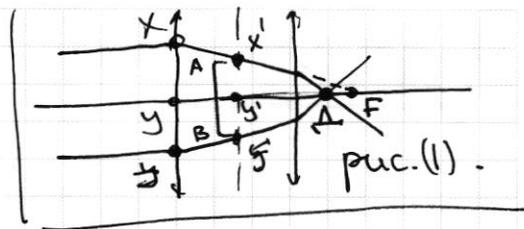
В момент времени t_0 мощность полностью была в сечении пучка AB (см. рис. (1)).



Значит, $\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_1}{S_{AB}} = \frac{S - S_M}{S_{AB}} = \frac{5}{9} F_0$.

$$S_M = \frac{4}{9} S_{AB} = \frac{4}{9} \cdot \frac{S_{\text{линзы}}}{9}$$

Значит $\& r_M = \sqrt{\frac{S_M}{S_{AB}}} = \frac{2}{3}$.



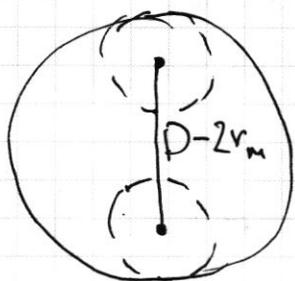
Также $r_{AB} = r_{A_1} \cdot \frac{2}{3}$ из подобия ΔF_0XY и $\Delta F_0X'Y'$
 по 2м углам $\angle XYF = 90^\circ$
 $\angle YX'F = \angle YX'F$

Значит $r_M = \frac{4}{9} \cdot \frac{D}{2} = \frac{2}{9} D$.

За время τ_0 мишень прошла $2r_M \Rightarrow$

$\Rightarrow \tau_0 = V = \frac{4}{9} \cdot \frac{D}{\tau_0}$

рис 3.



Заметим, что $t_1 = \frac{D}{V}$ время, за которое мишень проходит из одного положения вн. касания в другое. (рис 3). Именно тогда

Сила тока не меняется. \Rightarrow

$\Rightarrow t_1 - \tau_0 = \frac{D - 2r_M}{V} = \frac{5}{9} D \cdot \frac{9\tau_0}{4D} = \frac{5}{4} \tau_0$.

$t_1 = \frac{9}{4} \tau_0$.

Ответ: 1) $b = \frac{F_0}{2}$

2) $V = \frac{4}{9} \cdot \frac{D}{\tau_0}$.

3) $t_1 = \frac{9}{4} \tau_0$.

