



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

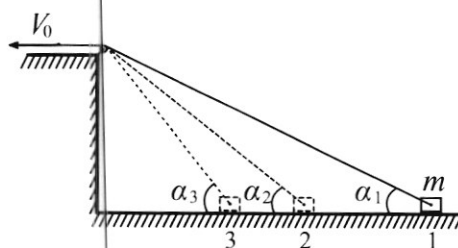
Класс 11

Вариант 11-07

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Груз массой  $m$  подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью  $V_0$ . Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых  $\sin \alpha_1 = \frac{1}{4}$ ,  $\sin \alpha_2 = \frac{1}{2}$ ,  $\sin \alpha_3 = \frac{4}{5}$ . От точки 1 до точки 2 груз



перемещается за время  $t_{12}$ .

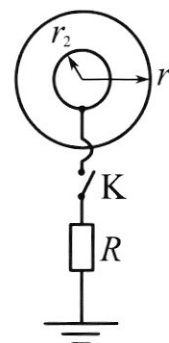
- √1) Найти скорость  $V_3$  груза при прохождении точки 3.
- √2) Найти работу лебедки  $A_{13}$  при перемещении груза из точки 1 в точку 3.
- √3) Найти время  $t_{23}$  перемещения груза из точки 2 в точку 3.

2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура  $T_0 = 373 \text{ K}$ . Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом  $V_1$ , в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление  $P_0/7$ , где  $P_0$  – нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

- √1) Найти объем  $V_2$  воздуха в сосуде после переворачивания.
- √2) Найти изменение массы  $\Delta m$  воды.
- √3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

Удельная теплота испарения воды  $L$ , молярная масса воды  $\mu$ . Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

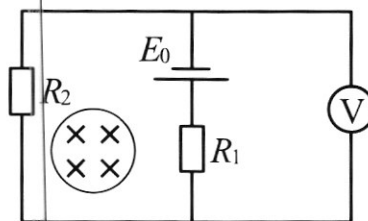
3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами  $r_1$  и  $r_2$  образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится отрицательный заряд  $-Q_0$ , где  $Q_0 > 0$ . Внутренний шар не заряжен и соединен с Землей через ключ  $K$  и резистор  $R$ . Ключ замыкают.



- √1) Найти заряд  $q$  внутреннего шара после замыкания ключа.
- 2) Найти энергию  $W_0$  электрического поля вне шаров до замыкания ключа.
- 3) Какое количество теплоты  $W$  выделится в резисторе  $R$  после замыкания ключа?

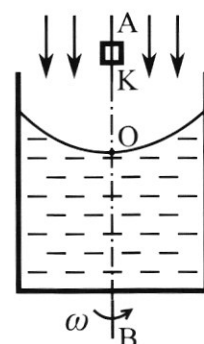
Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

4. В проволочную конструкцию впаяны резисторы с сопротивлениями  $R_1 = R$ ,  $R_2 = 2R$ , идеальный источник с ЭДС  $E_0$ , вольтметр с сопротивлением  $R_V = 4R$  (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области – магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения  $S$ .



- √1) Найти показание  $V_1$  вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.
- √2) Найти показание  $V_2$  вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью  $\Delta B / \Delta t = k > 0$ .

5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью  $\omega = 5 \text{ с}^{-1}$  вокруг вертикальной оси  $AB$ , совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры  $K$ , расположенной на оси вращения.

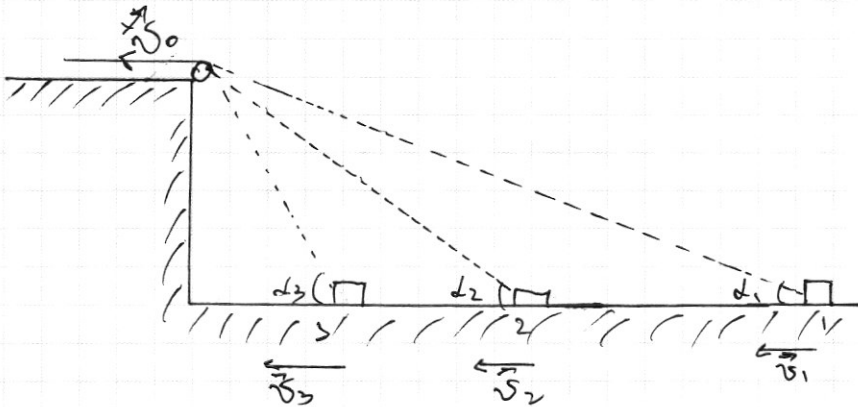


- √1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке  $O$ .
  - 2) На каком расстоянии от точки  $O$  будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?
- Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

### Задание 1



- Пусть в точках 1, 2 и 3 тело имеет соответственно скорости  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$
- Если лишь меняется направление троса  $\Rightarrow$  на всем его протяжении ~~ср~~ скорость троса  $v_0$ , а т.к. трос скользит, то скорость тела  $v$  в направлении на трос также должна быть  $v_0$

$$3) \sin \alpha_1 = \frac{1}{4} \rightarrow \cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{15}}{4}; \quad \cos \alpha_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos \alpha_3 = \frac{3}{5} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_3 = \frac{v_0}{\cos \alpha_3} = \boxed{\frac{5}{3} v_0}; \quad v_1 = \frac{v_0}{\cos \alpha_1} = \frac{4 v_0}{\sqrt{15}}; \quad v_2 = \frac{2 v_0}{\sqrt{3}}$$

$$4) \text{Т.к. поверхность гладкая} \Rightarrow F_{тр} = 0 \Rightarrow A_{13} = \Delta E_k =$$

$$= \frac{m}{2} (v_3^2 - v_1^2) = \frac{m}{2} \left( \frac{25}{9} v_0^2 - \frac{16}{15} v_0^2 \right) = \frac{m}{2} v_0^2 \left( \frac{125}{45} - \frac{48}{45} \right) =$$

$$= \frac{m v_0^2}{2} \cdot \frac{77}{45} = \boxed{\frac{77}{90} m v_0^2}$$

5) Скорость троса постоянна  $\Rightarrow$  Мощность лебёдки постоянна  $\Rightarrow A_{12} = P \cdot t_{12} \rightarrow P = \frac{A_{12}}{t_{12}}$

$$A_{12} = \frac{m}{2} \left( \frac{25}{9} v_0^2 - \frac{16}{15} v_0^2 \right) = \frac{m v_0^2}{2} \cdot \frac{4}{15} = \frac{2 m v_0^2}{15} \rightarrow$$

$$P = \frac{2 m v_0^2}{15 t_{12}}$$

$$6) A_{23} = P t_{23} \rightarrow t_{23} = \frac{A_{23}}{P}; A_{23} = \frac{m}{2} \left( \frac{25}{9} v_0^2 - \frac{4}{3} v_0^2 \right) = \frac{m v_0^2}{2} \left( \frac{25}{9} - \frac{4}{3} \right) = \frac{m v_0^2}{2} \cdot \frac{17}{9}$$

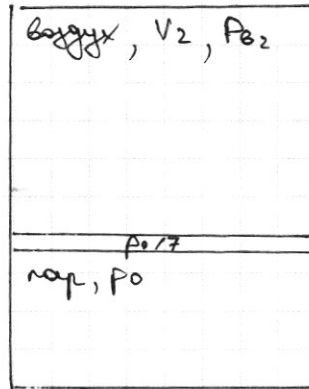
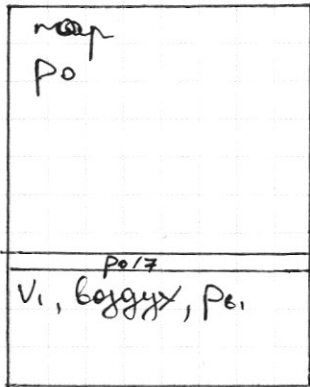
$$= \frac{17 m v_0^2}{18} \rightarrow t_{23} = \frac{17 m v_0^2}{18} \cdot \frac{15 t_{12}}{2 m v_0^2} = \frac{65}{12} t_{12} = \boxed{5,4167 t_{12}}$$

$$t_{23} = \frac{65}{12} t_{12}$$

Ответ: 1)  $v_3 = \frac{5}{3} v_0$ ; 2)  $\frac{77}{90} m v_0^2$ ; 3)  $t_{23} = \frac{65}{12} t_{12}$

### Задание 2.

Вначале



- 1) Т.к.  $T = 373 \text{ K} \Rightarrow t = 100 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow$  давление пара  $P_0$
- 2) Воздух не кипит  $\Rightarrow$  давлением, создаваемым его на поршень можно пренебречь
- 3)  $P_{01}$  - давление воздуха до переворачивания,  $P_{01} = \frac{P_0}{7} + P_0 = \frac{8}{7} P_0$ ;  $P_{02}$  - давление воздуха после переворачивания,  $P_{02} = P_0 - \frac{P_0}{7} = \frac{6}{7} P_0$

4) Запишем уравнение Менделеева - Клапейрона для двух составов воздуха:  $\frac{8}{7} P_0 V_1 = \nu R T$  и  $\frac{6}{7} P_0 V_2 = \nu R T$

$$\rightarrow \frac{8 P_0 V_1}{6 P_0 V_2} = 1 \rightarrow V_2 = \boxed{\frac{4}{3} V_1}$$

- 5) Пусть  $V'$  - объем пара до переворачивания  $\rightarrow \begin{cases} P_0 V' = \nu_{\text{п}} R T \\ P_0 (V' - \frac{V_1}{3}) = \nu_{\text{п}} R T \end{cases}$   
~~Вопрос~~ Вопрос у верхнего и нижнего:  
 $\frac{P_0 V_1}{3} = \Delta \nu_{\text{п}} R T \rightarrow \Delta \nu_{\text{п}} = \frac{P_0 V_1}{3 R T} \Rightarrow \Delta m = \Delta \nu_{\text{п}} \mu = \boxed{\frac{P_0 V_1 \mu}{3 R T}}$

- 6) При сжатии пара пара выделяет пара происходит его конденсация, и, следовательно, выделяется  $Q$

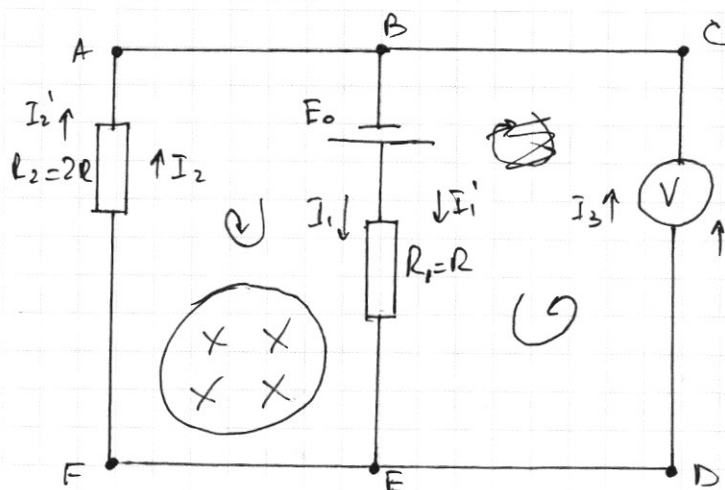
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = \Delta m L = \frac{\rho_0 V_1 \mu}{3RT} \nu L$$

7) Внутренняя энергия воздуха не изменяется, внутренняя энергия той части воды, которая была в начале, а также энергия пара, оставшегося после конденсации, не изменяется. На величину  $Q$  уменьшается энергия пара, ~~перешедшего~~ перешедшего в воду.  $\rightarrow$  ~~Внутренняя энергия системы~~ Внутренняя энергия системы содержащего сосуда уменьшилась на  $Q$

Ответ: 1)  $V_2 = \frac{4V_1}{3}$ ; 2)  $\Delta m = \frac{\rho_0 V_1 \mu}{3RT}$ ; 3)  $\Delta U = -\frac{\rho_0 V_1 \nu L}{3RT}$ .

### Задача 4.



1) Пусть если  $B = \text{const}$ , то пусть в цепи текут токи  $I_1, I_2, I_3$  так, как показано на рисунке  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  по 1-му правилу Кирхгофа:  
 $I_1 = I_2 + I_3$  (для узла E)

2) Запишем 2-е правило Кирхгофа для контуров ABEF и BCDE:  
 $E_0 = I_1 R + 2I_2 R$ ,  $E_0 = I_1 R + 4I_3 R$

$$3) I_2 = \frac{E_0 - I_1 R}{2R}, I_3 = \frac{E_0 - I_1 R}{4R} \Rightarrow I_1 = \frac{E_0 - I_1 R}{2R} + \frac{E_0 - I_1 R}{4R} \rightarrow$$

$$\rightarrow 4I_1 R = 2E_0 - 2I_1 R + E_0 - I_1 R \rightarrow 7I_1 R = 3E_0 \rightarrow I_1 = \frac{3E_0}{7R} \rightarrow$$

$$\rightarrow I_3 = \frac{E_0 - \frac{3E_0}{7}}{4R} = \frac{E_0}{7R} \rightarrow U_1 = \frac{4E_0}{7}$$

4) Если  $\frac{\Delta B}{\Delta t} = k > 0 \rightarrow$  Пусть токи  $I_1', I_2'$  и  $I_3'$ , как на рисунке.

5)  $I_1' = I_2' + I_3'$ ; В контуре ABEF возникает  $\mathcal{E}_i = \frac{-\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{-\Delta B S}{\Delta t} = -kS$

6) П.к.  $k > 0 \rightarrow$  в контуре ABEF эдс индукции создаётся ток ~~по~~ часовой стрелке

7)  $I_1' = I_2' + I_3'$

$$\begin{cases} E_0 + kS = I_1' R + 2I_2' R & \rightarrow I_2' = \frac{E_0 + kS - I_1' R}{2R}, I_3' = \frac{E_0 - I_1' R}{4R} \\ E_0 + k - E_0 = I_1' R + 4I_3' R \end{cases}$$

$$I_1' = \frac{E_0 + kS - I_1' R}{2R} + \frac{E_0 - I_1' R}{4R} \rightarrow 4I_1' R = 2E_0 + kS - 2I_1' R + E_0 - I_1' R$$

$$7I_1' R = 3E_0 + 2kS \rightarrow I_1' = \frac{3E_0 + 2kS}{7R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_3' = E_0 - \frac{3E_0 + 2kS}{7} = \frac{7E_0 - 3E_0 + 2kS}{28R} = \frac{4E_0 + 2kS}{28R} =$$

$$= \frac{2E_0 + kS}{14R} \rightarrow U_2 = \frac{(E_0 + kS) \cdot 4R}{14R} = \boxed{\frac{4E_0 + 2kS}{7}}$$

Ответ: 1)  $U_1 = \frac{4E_0}{7}$ ; 2)  $U_2 = \frac{4E_0 + 2kS}{7}$

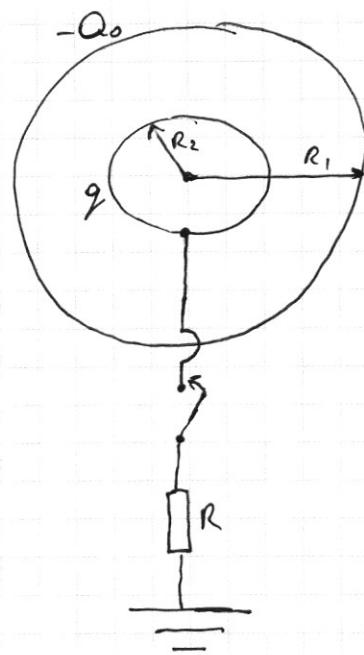
### Задание 3

1) Изначально ~~на~~ внутренний шар не заряжен, после замыкания ключа потенциал этого шара будет равняться потенциалу Земли  $\rightarrow 0$ , при этом на нём будет какой-то заряд  $q \rightarrow$

$$\rightarrow \varphi_{R_2} = 0 = -\frac{kQ_0}{R_2} + \frac{q}{R_1} \rightarrow \frac{q}{R_1} = \frac{Q_0}{R_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow q = \boxed{\frac{Q_0 R_2}{R_1}}$$

2) Через ключ, а, следовательно, через резистор протечёт



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

заряд  $q$

3)  $W$  - кол-во теплоты, выделившейся на  $R$ ,  $W = I$

Ответ: 1)  $q = \frac{Q_0 k_2}{R_1}$

### Задание 5

1) Рассмотрим маленький участок поверхности; на него действуют  $mg$ ,  $N$  (со стороны нижних слоёв жидкости):  $N \sin \alpha = ma \rightarrow N \cos \alpha = mg$

$\rightarrow \tan \alpha = \frac{a}{g}$  - угол наклона этого участка

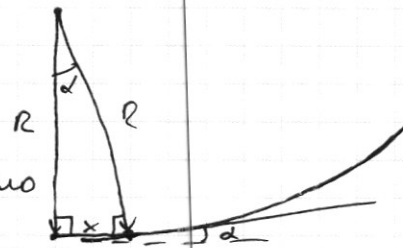
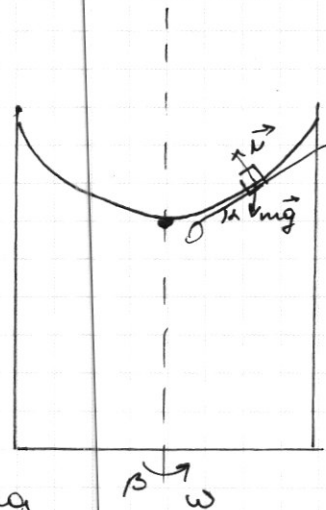
к горизонтали,

2)  $\tan \alpha = k = y' \rightarrow \tan \alpha = \frac{\omega^2 x}{g} \Rightarrow y = \frac{\omega^2 x^2}{2g}$  - уравнение

поверхности жидкости (зависимость от  $x$  - расстояния от т.О по горизонтали).

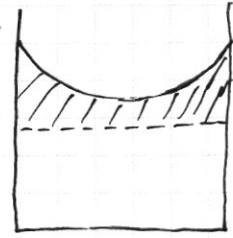
3) Рассмотрим очень малый участок свободной поверхности около т.О; построим <sup>треугольник</sup> как на рисунке

$\rightarrow \sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha = \frac{\omega^2 x}{g} = \frac{x}{R} \rightarrow R = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{25} = \boxed{0,4 \text{ (м)}}$





ч) Можно представить, что за счёт вращения у нас получается плоско-вогнутая линза =>  
=> изображение Солнца получится при пересечении солнечных лучей в фокусе линзы

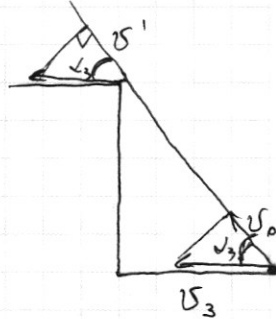


### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 1) ①  $\cos \alpha_3 = \frac{3}{5} \rightarrow$

$$\cos \alpha_1 = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$v_3 = \frac{v_0}{\cos \alpha_3} = \frac{5}{3} v_0$$



~~$v_0 \cos$~~   
 $\cos \alpha_3 = \frac{v_1}{v_0}$   
 $\rightarrow v_1 = v_0 \cos \alpha_3$   
 $v_3 =$

$$v_3 = \frac{v_0}{\cos \alpha_3} \Rightarrow v_3 =$$

✓ 2)  $v_1 = \frac{4v_0}{\sqrt{15}} \rightarrow A_{13} = \frac{m}{2} (v_3^2 - v_1^2) =$

$$= \frac{m}{2} \left( \frac{25}{9} v_0^2 - \frac{16}{15} v_0^2 \right) = \frac{m v_0^2}{2} \left( \frac{125}{45} - \frac{48}{45} \right) = \frac{77}{90} m v_0^2$$

3)  $v_2 = \frac{2v_0}{\sqrt{3}} \rightarrow v_1 = \frac{4v_0}{\sqrt{15}}, v_2 = \frac{2v_0}{\sqrt{3}}; v_3 = \frac{5}{3} v_0$

$$A_{12} = \frac{m}{2} \left( \frac{4v_0^2}{3} - \frac{16}{15} v_0^2 \right) = \frac{m}{2} v_0^2 \left( \frac{4}{15} \right) = \frac{2m v_0^2}{15} \rightarrow$$

$$\rightarrow P = \frac{A}{t_{12}} = \frac{2m v_0^2}{15 t_{12}}$$

$$A_{23} = \frac{m}{2} \left( \frac{25}{9} v_0^2 - \frac{4}{3} v_0^2 \right) = \frac{13m v_0^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} \rightarrow t_{23} = \frac{A_{23}}{P} =$$

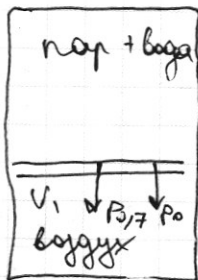
$$= \frac{\frac{m v_0^2}{2} \cdot \frac{15 t_{12}}{2m v_0^2}}{\frac{2m v_0^2}{15 t_{12}}} = \frac{15}{4} t_{12} = 3,75 t_{12}$$

$$\frac{P_0}{7} = \frac{mg}{S}$$

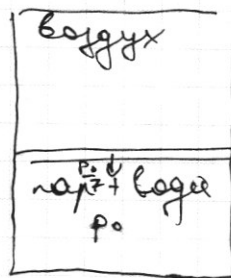
$$h = \frac{v}{S}$$

$$\frac{25}{9} - \frac{4}{3} = \frac{25-12}{9} = \frac{13}{9}$$

②



$$P_{0,1} = \frac{8}{7} P_0$$



1)  $P_{0,2} = \frac{6}{7} P_0$

$$\frac{8}{7} P_0 V_1 = J R T$$

$$\frac{6}{7} P_0 V_2 = J R T \quad \frac{65}{12}$$

$$\frac{8V_1}{6V_2} = 1 \Rightarrow V_2 =$$

$$\frac{4}{3} V_1$$

2)  $P_0 V_2 = J_1 R T$

$$P_0 \left( V_2 - \frac{V_1}{3} \right) = J_2 R T$$

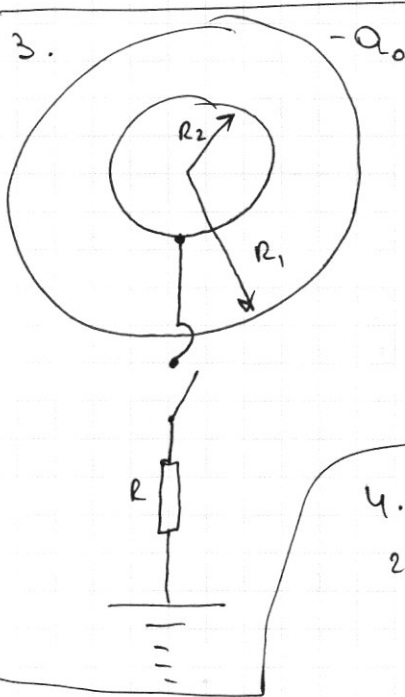
$$\frac{P_0 V_1}{3} = \Delta U R T \rightarrow \Delta m = \Delta U M = \frac{P_0 V_1}{3 R T} \cdot J$$

$$t_{23} = \frac{13m v_0^2}{6 t_8} \cdot \frac{15 t_{12}}{2m v_0^2}$$

~~Q~~ = AmL ;  $U_{b1} = ?$        $\frac{V_1}{3} = h \cdot S \Rightarrow h = \frac{V_1}{3S}$

$\frac{P_0}{7} = mg$        $h_1 = \frac{V_1}{S}$        $mg \cdot h$

$h_2 = \frac{V_2}{S}$

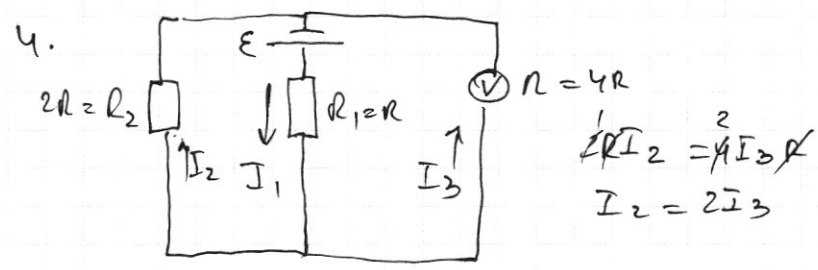


$0 = -\frac{kQ_0}{R_1} + \frac{kq}{R_2}$

$\frac{Q_0}{R_1} = \frac{-q}{R_2} \rightarrow q = \boxed{\frac{+Q_0 R_2}{R_1}}$

$W = \Delta W$

$W = \frac{kq_1 q_2}{d} = qEd = q\varphi$



$I_1 = I_2 + I_3$

$E = I_1 R + 2I_2 R \rightarrow I_2 = \frac{E - I_1 R}{2R}$

$E = I_1 R + 4I_3 R \rightarrow I_3 = \frac{E - I_1 R}{4R}$

$I_2 = \frac{E - \frac{3}{4}E}{2R} = \frac{\frac{1}{4}E}{2R} = \boxed{\frac{2E}{7R}}$

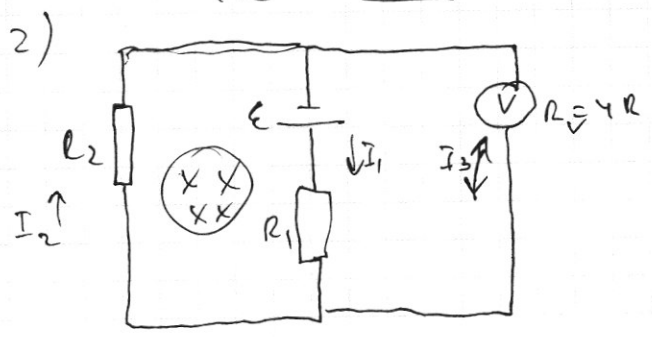
$I_3 = \frac{E - \frac{3}{4}E}{4R} = \boxed{\frac{E}{7R}} \rightarrow U_{V1} = \boxed{\frac{4}{7}E}$

$I_1 = \frac{E - I_1 R}{2R} + \frac{E - I_1 R}{4R}$

$4RI_1 = 2E - 2I_1 R + E - I_1 R$

$7I_1 R = 3E$

$I_1 = \boxed{\frac{3E}{7R}}$



$\epsilon_i = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d\varphi}{dt} = -kS$

$\begin{cases} E + kS = I_1 R + 2I_2 R \\ I_1 = I_2 + I_3 \\ E = I_1 R + I_3 \cdot 4R \end{cases}$

$I_3 = \frac{E - I_1 R}{4R}; I_2 = \frac{E + kS - I_1 R}{2R}$

$I_1 = \frac{E - I_1 R}{4R} + \frac{E + kS - I_1 R}{2R}$

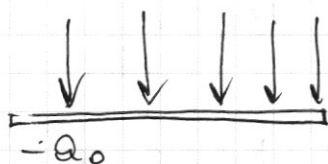
$4I_1 R = E - I_1 R + 2E + 2kS - 2I_1 R$

$7I_1 R = 3E + 2kS \rightarrow I_1 = \boxed{\frac{3E + 2kS}{7R}}$

$$I_1 = \frac{3E_0 + 2kS}{7R} \quad I_2 = \frac{2E_0 - 2kS}{74R}$$

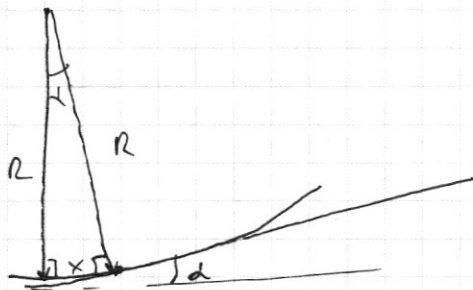
$$I_2 = \frac{E_0 + kS - \frac{3E_0 + 2kS}{7}}{2R} = \frac{7E_0 + 7kS - 3E_0 - 2kS}{14R} = \frac{4E_0 + 5kS}{14R}$$

$$Q = I R t \rightarrow I t = q; Q = q R$$



$$A_{\text{вс}} = \Delta W + Q$$

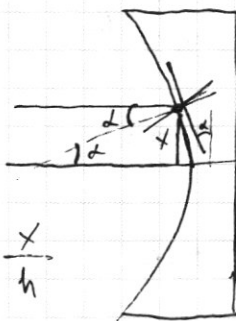
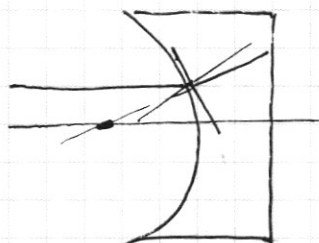
$$E = -\frac{kQ_0}{R^2}$$



$$\alpha = \frac{\omega^2 x}{g} \approx \text{tg } \alpha \approx \sin \alpha$$

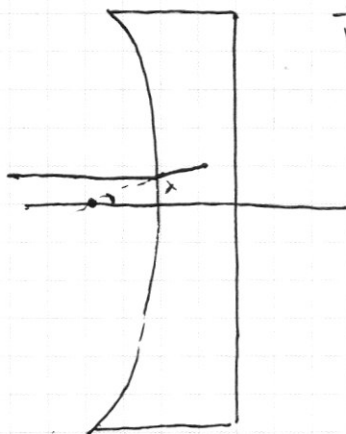
$$x^2 =$$

$$\frac{\omega^2 x}{g} = R \rightarrow \frac{1}{R} = \frac{\omega^2}{g}$$

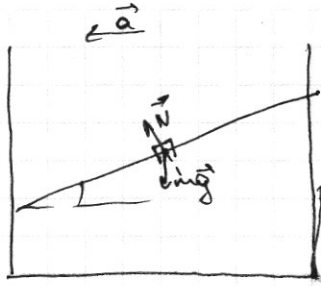


$$\text{tg } \alpha = \frac{x}{h}$$

$$\frac{x}{h} = \frac{\omega^2 x}{g}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\alpha = \arctg\left(\frac{a}{g}\right)$$

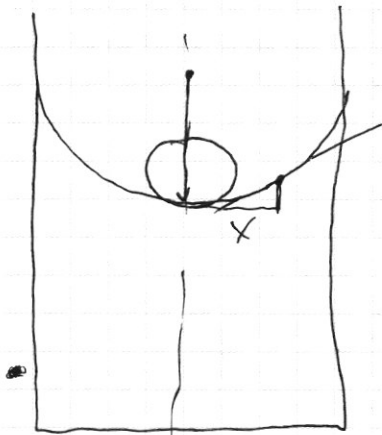
$$\begin{cases} N \cos \alpha = mg \\ N \sin \alpha = ma \end{cases}$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} = k}$$

$$y = \frac{\omega^2 x}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 x}{g} \rightarrow y = \frac{\omega^2 x^2}{g}$$

$$y = \frac{\omega^2 x^2}{g} = 0$$



$$\operatorname{tg} \alpha = k = y'$$

$$a = \omega^2 R$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 x}{g} = y' \rightarrow y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} \quad y = \omega^2 R$$

$$\begin{cases} (x-R)^2 + (y-R)^2 = R^2 \\ (x)^2 + (y-R)^2 = R^2 \end{cases}$$

$$y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} \rightarrow x^2 = \frac{y \cdot 2g}{\omega^2}$$

$$(x-R)^2 + \left(\frac{\omega^2 x^2}{2g} - R\right)^2 = R^2 \quad x^2 + y^2 - 2yR + R^2 = R^2$$

$$\frac{2y \cdot g}{\omega^2} + y^2 - 2yR = 0$$

$$y^2 + y \left( \frac{2g}{\omega^2} - 2R \right) + y \cdot 0$$

$$y = 2R - \frac{2g}{\omega^2}$$

$$x^2 + y^2 = R^2; \quad y = R - \frac{\omega^2 x^2}{2g} \rightarrow \frac{(R-y) \cdot 2g}{\omega^2} = x^2$$

$$\frac{2gR - 2gy}{\omega^2} = R^2 \rightarrow y^2$$

$$\cancel{R = \frac{1}{\omega^2}} \quad R = \frac{1}{\omega^2}$$

