

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

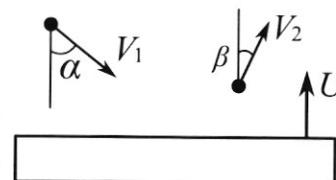
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



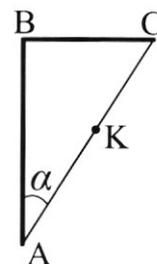
- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

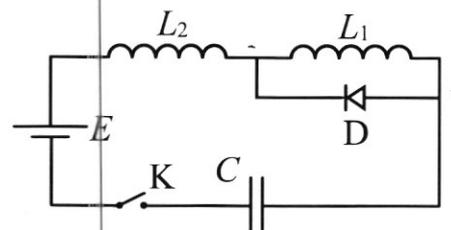
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



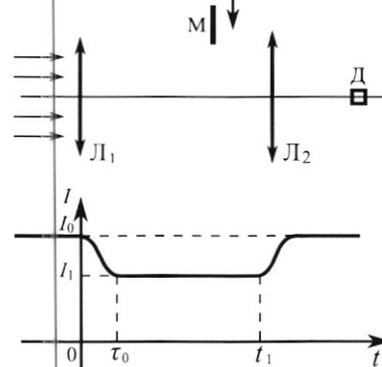
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L, L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.

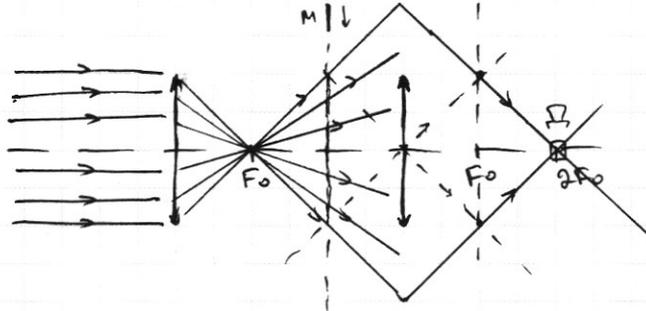


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. $\frac{F_0, D, \tau_0}{V, t_1 - ?}$



Параллельный пучок света после прохождения собирающей линзы собирается в её фокусе \Rightarrow первое пересечение всех лучей пучка на расстоянии F_0 от L_1

Эта точка находится на расстоянии $3F_0 - F_0 = 2F_0$ от L_2 и является для неё источником.

~~Увеличение~~ Увеличение изображения источника, находящегося на расст. $2F_0$ от линзы (где F_0 её фокус) равно 1 ($\Gamma_{\text{эф}} = 1$)

$\Rightarrow f = \Gamma d = d \Rightarrow$ в следующий раз пучок соберётся на расст. $2F_0$ от L_2 , там и расположен детектор

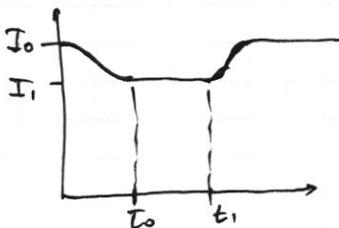
Построение показано на рисунке \uparrow

Другой сп.: $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$

$d_1 = \infty \quad f_1 = F_0$

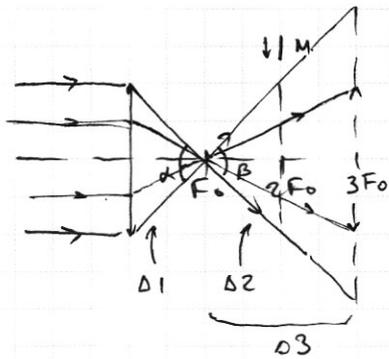
$d_2 = 3F_0 - f_1 = 2F_0 \quad f_2 = \left(\frac{d_2 - F_0}{d_2 F_0}\right)^{-1} = \left(\frac{2F_0 - F_0}{2F_0 \cdot F_0}\right)^{-1} = \frac{2F_0}{1} = 2F_0$

Детектор расположен на расст. $2F_0$ от L_2



Мишень, проходя через пучок закрывает часть площади

На расстоянии $2F_0$ от L_1 диаметр пучка:



$\angle \alpha = \angle \beta$ тк вертикальные

Треугольники 1 и 2 - равнобедренные, тк.

ГОД - высота и медиана

↓

$$\Delta 1 \sim \Delta 2$$

высота $\Delta 1$: $h_1 = F_0$ высота $\Delta 2$: $h_2 = 2F_0 - F_0 = F_0$

↓

$$h_1 = h_2 \Rightarrow \Delta 1 = \Delta 2$$

Треугольники равны \Rightarrow стороны равны \Rightarrow толщина пучка ^(диаметр)

на расстоянии $2F_0$ от L_1 равна диаметру линзы

~~Диаметр линзы~~

высота $\Delta 3$: $h_3 = 3F_0 - F_0 = 2F_0$

$$\Delta 2 \sim \Delta 3$$

$$\Rightarrow k=2$$

\rightarrow толщина пучка на $3F_0 = 2D$

До плоскости L_2 доходит пучок толщиной $2D$, а через L_2 проходит пучок толщиной всего $D \Rightarrow$ мы видим не весь свет

Пучок расходящийся из F_0 и достигающий на $3F_0$ диаметра D на $2F_0$ имеет диаметр $\frac{D}{2}$

В L_2 попадает пучок в 2 раза меньшей толщины \Rightarrow и на $2F_0$ он имеет толщину в 2 раза меньше, чем весь свет

$$\Rightarrow D_{\text{пучка на } 2F_0} = \frac{D}{2}$$



$E_{\text{пучка}} = \text{const}$ - интенсивность

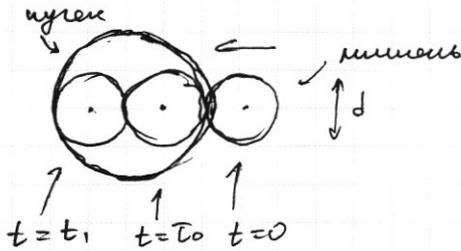
$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{E S_1}{E S_0} = \frac{S_1}{S_0} = \frac{S_0 - S_M}{S_0} = 1 - \frac{S_M}{S_0}$$

$$1 - \frac{S_M}{S_0} = \frac{3}{4} \quad \frac{S_M}{S_0} = \frac{1}{4}$$

d - диаметр мишени

$$\frac{d^2}{D_{\text{пучка}}^2} = \frac{1}{4} \quad d = \frac{D_{\text{пучка}}}{2} = \frac{D}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$l = v_0 t$$

$$\frac{d}{2} + \frac{d}{2} = v (\tau_0 - 0)$$

$$v = \frac{d}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}$$

$$v = \frac{D}{4\tau_0}$$

$$D - \frac{d}{2} - \frac{d}{2} = v (t_1 - \tau_0)$$

$$\frac{D}{2} - \frac{D}{4} = v (t_1 - \tau_0)$$

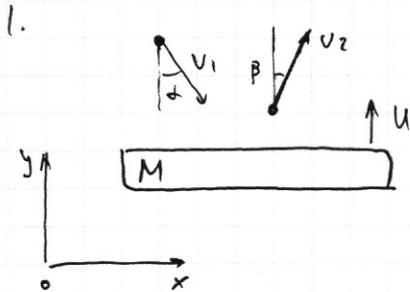
$$t_1 - \tau_0 = \frac{D}{4v} = \frac{D}{4 \cdot \frac{D}{4\tau_0}} = \tau_0$$

$$t_1 = 2\tau_0$$

Ответ: 1) $2\tau_0$

2) $v = \frac{D}{4\tau_0}$

3) $t_1 = 2\tau_0$



m и M - массы шарика и плиты
 плита массивная $\Rightarrow M \gg m$

ЗСЧ:

ОХ: $m v_1 \sin \alpha + M \cdot 0 = m v_2 \sin \beta + M \cdot 0$

$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$

$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$

$v_2 = 8 \cdot \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = 12 \left(\frac{m}{c} \right)$

ЗСЭ: $W_{кн} = W_{кк} + Q$

$\uparrow \quad \uparrow$
 кинетическая энергия в начале и в конце \uparrow выделившаяся в тепло тарелки

При абс. упругом ударе $Q = 0$

При абс. неупругом $Q = \max$

\Rightarrow при неупругом
 $0 < Q < Q_{\max}$

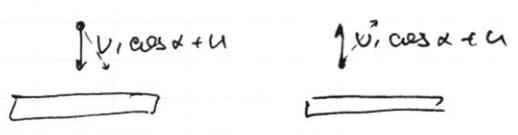
\Rightarrow Абсолютно упругий удар - шиплая тарелка, абсолютно неупругий - веркиная

А.у.у:

~~ЗСЭ: $W_{кн} = W_{кк} + Q$~~

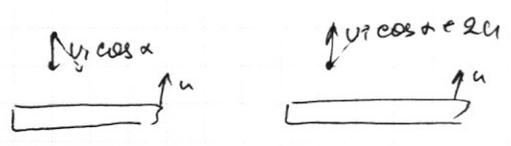
плита массивная \Rightarrow скорость ее мала

с.о. плиты:



(рассматриваем только проекцию на Оу)

с.о. наша:



$v_1 \cos \alpha + 2u = v_2 \cos \beta$

$u = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$

$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ $\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{21}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$u_y = \frac{12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}}{2} = 3\sqrt{3} - \sqrt{7} \left(\frac{m}{c} \right)$

А.и.у:

ЗСЭ: Оу: $m v_1 \cos \alpha + M u = (M + m) u$

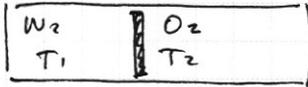
$u_H = v_1 \cos \alpha = 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 2\sqrt{7} \left(\frac{m}{c} \right)$

$u_y < u < u_H$

см. сор. w 9

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.



$$\nu(N_2) = \nu(O_2) = \frac{3}{7} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}, \quad T_2 = 500 \text{ К}$$

$$C_V = \frac{5R}{2}$$

Поршень подвижен $\Rightarrow P_1 = P_2$

$$pV = \nu RT$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$P_1 = P_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}}$$

$$V_1 = \frac{3}{8} V, \quad V_2 = \frac{5}{8} V$$

Сосуд изолирован \Rightarrow тепло отдал кислород, только получил азот

$$pV' = \nu R T_K \quad T\text{-одн} \quad R\text{-const} \quad \nu\text{-const} \quad P\text{-одн}$$

$$\Rightarrow V_1' = V_2' = \frac{V}{2}$$

$$Q = A + \Delta U = p \Delta V + \frac{5}{2} \nu R \Delta T$$

Работа совершаемая одним газом равна работе над другим газом + сосуд теплоизолирован

$$\Rightarrow \Delta U_{\text{общ}} = 0$$

$$\frac{5}{2} \nu R \Delta T_1 = - \frac{5}{2} \nu R \Delta T_2$$

- температура увеличилась кислород

$$\downarrow$$

$$T_2 - T_K = T_K - T_1$$

$$T_K = \frac{T_2 + T_1}{2} = \frac{500 + 300}{2} = 400 \text{ (К)}$$

$$P_1 = P_2 = \frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R \cdot 300}{\frac{3}{8} V} \cdot 8 = \frac{\nu R}{V} \cdot 800$$

$$P_1' = P_2' = \frac{\nu R T_K \cdot 2}{V} = \frac{\nu R}{V} \cdot 800 = P_1 = P_2$$

~~В мод. мом. в.р. $P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$~~

~~$P_{\text{общ.}} = P_1 + P_2 = P_1 + \frac{2RT_1}{V_2} = P_1 + P_2 = 2P_1$~~

В мод. мом. в.р.: $P_1 = \frac{2RT_1}{V_1}$

$P_1 = P_2 = P = \text{const}$

\Downarrow
 $A = P \Delta V \quad \Delta V = \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{2}\right)V = \frac{(5-4)V}{8} = \frac{1}{8}V$

$Q = A + \Delta U$

$Q = \frac{2RT_k}{V_1/2} \cdot \frac{1}{8}V + \frac{5}{2}2R\Delta T = \frac{2RT_k \cdot 2}{V} \cdot \frac{1}{8}V + \frac{5}{2}2R\Delta T =$
 $= \frac{3}{7} \cdot R \cdot \frac{400}{4} + \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot R \cdot 100 = \frac{3}{7} R \cdot 100 \left(1 + \frac{5}{2}\right) = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{7} R \cdot 100 =$
 $= \frac{3}{2} R \cdot 100 = \frac{3}{2} \cdot 831 = 1246,5 \text{ Дж}$

Ответ: 1) $\frac{V_{\text{H}_2}}{V_{\text{O}_2}} = \frac{3}{5}$

2) $T_k = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K}$

3) $Q = 1246,5 \text{ Дж} \quad \left(Q = \frac{2R}{8} (11T_2 - 9T_1) \right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.

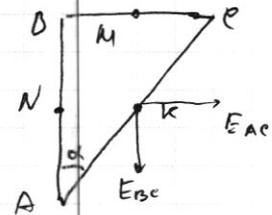
Напряженность вблизи плоскости $E_{пл} = \frac{\sigma}{2\epsilon}$

С равных телесных углов одинаковой напряженности

⇒ об плоскости (бесконечной);



$$E = E_{пл} \cdot \left(\frac{\pi}{2\alpha}\right) = \frac{\sigma}{2\epsilon} \frac{2\alpha}{\pi} = \frac{\sigma\alpha}{\epsilon\pi}$$



K - середина AC , $\triangle ABC$ - пр/угл $\Rightarrow KN \perp AB$, $MK \perp BC$
где N и M - середины AB и BC

⇒ Напряженность направлена \perp заряженной плоскости

1) $\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 90^\circ - \alpha = \alpha$ $E_{BC} = \frac{\sigma\alpha}{\epsilon\pi}$ $E_{AB} = \frac{\sigma(90^\circ - \alpha)}{\epsilon\pi} = \frac{\sigma\alpha}{\epsilon\pi} = E_{BC}$

$$E_{BC} = \frac{\sigma\pi}{4\alpha\epsilon} \quad E_{AB} = \frac{\sigma\pi}{4\epsilon(90^\circ - \alpha)} = \frac{\sigma\pi}{4\epsilon\alpha}$$

\Downarrow
 $E_{BC} = E_{AB}$

$$\vec{E}_{BC} \perp BC, \quad \vec{E}_{AC} \perp AB, \quad BC \perp AB \Rightarrow \vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{AB}$$

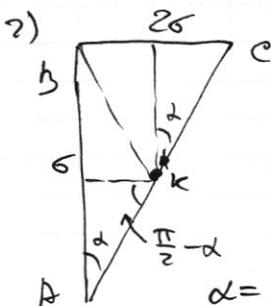
$$\vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{AB}$$

$$E_{BC} = E_{AB}$$

$$\Rightarrow |\vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}| = \sqrt{2} E_{AB} = \sqrt{2} E_{BC}$$

(равнобедренной, прямоугольной Δ)

$$\frac{|\vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}|}{E_{BC}} = \sqrt{2} \quad - \text{увеличено в } \sqrt{2} \text{ раз}$$



$$E_{BC} = \frac{2\sigma\pi}{4\alpha\epsilon} = \frac{\sigma\pi}{2\epsilon\alpha}$$

$$E_{AC} = \frac{\sigma\pi}{4(\frac{\pi}{2} - \alpha)\epsilon} = \frac{\sigma\pi}{4\epsilon \cdot 5\pi} = \frac{14\sigma}{20\epsilon} = \frac{7\sigma}{10\epsilon}$$

$$\frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} = \frac{7\pi - 2\pi}{14} = \frac{5\pi}{14}$$

$$\vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{AC}$$

↓

E - полная напря. в с-к.

$$E = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AC}^2}$$

$$E_{BC} = \frac{25\alpha}{\epsilon\pi} = \frac{25\pi}{7\epsilon\pi} = \frac{25}{7\epsilon}$$

$$E_{AC} = \frac{5\alpha}{\epsilon\pi} = \frac{55\pi}{14\pi\epsilon} = \frac{55}{14\epsilon}$$

$$E = \sqrt{\left(\frac{25}{7\epsilon}\right)^2 + \left(\frac{55}{14\epsilon}\right)^2} = \frac{5}{7\epsilon} \sqrt{4 + \frac{25}{4}} = \frac{5}{7\epsilon} \sqrt{\frac{16+25}{4}} = \frac{5}{14\epsilon} \sqrt{41}$$

$$E = \frac{5\sqrt{41}}{14\epsilon}$$

Ответ: 1) $\frac{5}{7\epsilon}$ рад

2) $E = \frac{5\sqrt{41}}{14\epsilon}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

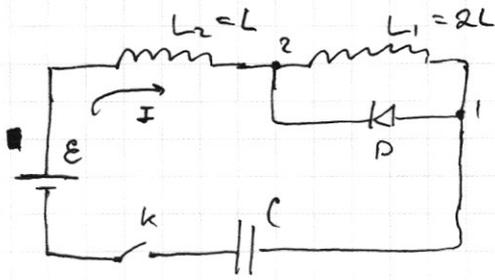
$$3\sqrt{3} - \sqrt{7} \frac{m}{c} < u < 2\sqrt{7} \frac{m}{c}$$

(полюс задачи 1)

Ответ: 1) $N_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \frac{m}{c}$

2) $u \in (3\sqrt{3} - \sqrt{7}; 2\sqrt{7}) \frac{m}{c}$

4.



если $\varphi_1 > \varphi_2$, то D - переключается
~~и происходит разряд~~
 если $\varphi_2 > \varphi_1$ - D - разряд

Диод закрыт:

$$E - L \frac{dI}{dt} - 2L \frac{dI}{dt} = U_C = \frac{q}{C}$$

$$E - 3L \frac{dI}{dt} - \frac{q}{C} = 0$$

$$3L \ddot{q} + \frac{q}{C} = E$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{3LC} q = \frac{E}{3L}$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{3LC} (q - EC) = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{3LC} (q - EC) = 0$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{3LC}} \quad T_1 = 2\pi\sqrt{3LC}$$

Диод открыт:

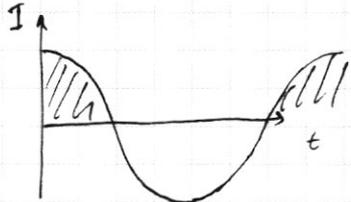
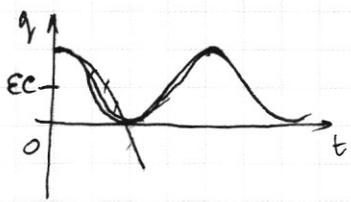
$$E - L \frac{dI}{dt} = U_C$$

$$L \ddot{q} + \frac{q}{C} - E = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC} (q - EC) = 0$$

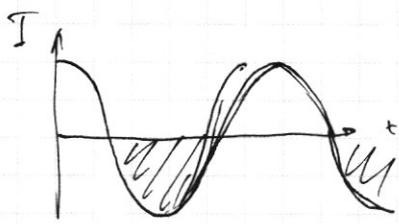
$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{LC}$$

1 колебания



идет только когда $I > 0$

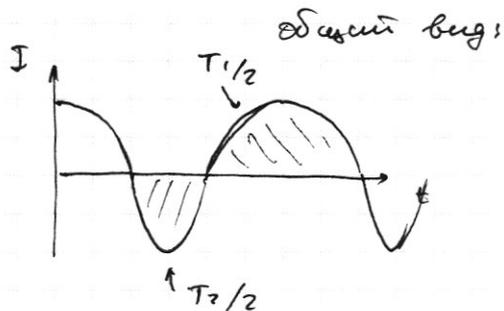
2 колебания



идет когда $I < 0$

← частота выше

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



В катушке L_1 $I > 0$ всегда
(поскольку $I < 0$ лишь L_1 не идет)

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{2\pi(\sqrt{3}LC + LC)}{2} = \pi LC(\sqrt{3} + 1)$$

$$T = \pi LC(\sqrt{3} + 1)$$

и энергии, I_{max} : ($q = EC$)

$$\frac{L_1 I_{max}^2}{2} + \frac{L_2 I_{max}^2}{2} + \frac{E^2 C}{2} = \frac{q_{max}^2}{2C}$$

Ответ: 1) $T = \pi LC(\sqrt{3} + 1)$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

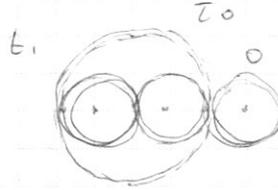
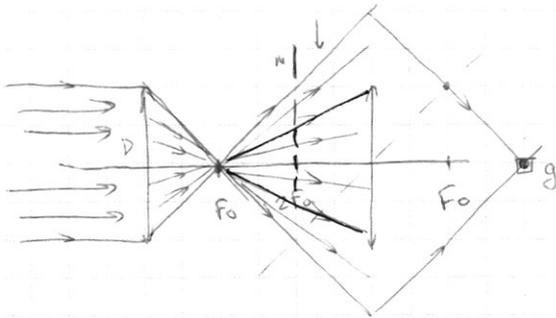
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = \frac{dU}{dt}$$

$$Q = \Delta U$$

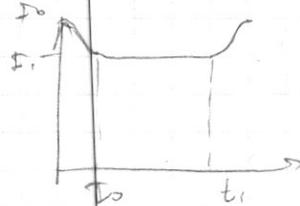
$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\frac{1}{2} U R \Delta T}{\Delta T} = \frac{1}{2} U R$$

$$C = \frac{c}{v} = \frac{1}{2} R = \frac{\Sigma}{2} R$$



$$I_1 = \frac{3 I_0}{4}$$

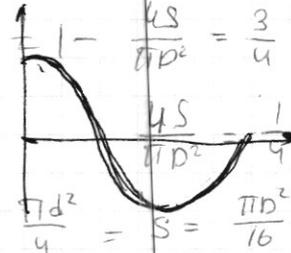
$$g \text{ на } (2F_0 \text{ от } \Lambda_2)$$



на $2F_0$ Диаметр = D

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{P \cdot (\pi D^2/4 - S)}{\pi D^2/4} = \frac{\pi D^2/4 - S}{\pi D^2/4} =$$

$$Q = \frac{a}{u}$$



$$d = v t_0$$

$$v = \frac{d}{t_0} = \frac{D}{2 t_0}$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$F = \frac{F}{d}$$

$$v(t_1 - t_0) = D - \frac{d}{2} - \frac{d}{2} = D - d = D - \frac{D}{2} = \frac{D}{2}$$

$$t_1 - t_0 = \frac{D}{2v} = \frac{D \cdot 2 t_0}{2 \cdot D} = t_0$$

$$t_1 - t_0 = t_0$$

$$t_1 = 2 t_0$$

$$1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ЗСЧ: } -(m v_1 \cos \alpha + M u) = F \Delta t$$

$$v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha = \frac{F \Delta t}{m}$$

ЗСЧ

$$m \cdot v_1 \sin \alpha + M \cdot 0 =$$

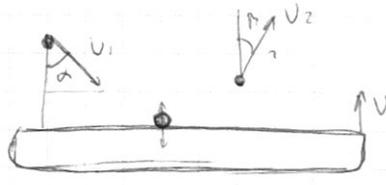
$$m \cdot v_2 \sin \beta + M \cdot 0$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \cdot \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = 8 \cdot \frac{3}{2} = 4 \cdot 3 = 12 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\frac{17 \cdot 8}{4} = \frac{1353}{2}$$

$$4 \sqrt{7} = 6 \sqrt{3}$$



ЗСД

$$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{M u^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{M v^2}{2} + Q$$

$$Q = \frac{m}{2} (v_1^2 - v_2^2) + \frac{M}{2} (u^2 - v^2)$$

$$u_2 = \frac{m}{M} (v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \beta) + u$$

Умножим

$$\frac{25}{3}$$

$$\frac{m v^2}{2}$$

$$\frac{k x^2}{2}$$

$$\frac{Q^2}{2C}$$

$$\frac{\Sigma C}{2}$$

