

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

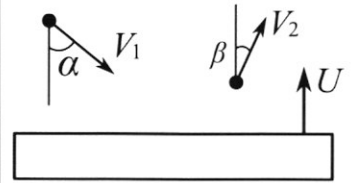
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

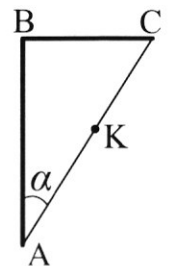


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

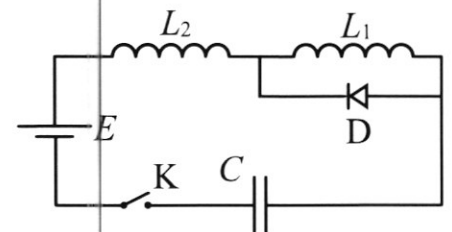
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



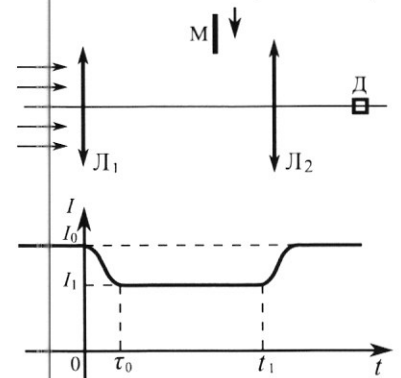
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L, L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

Дано:

$$\nu = 3/7 \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$C_V = \frac{5R}{2}$$

$$\kappa = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{K}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = ?$$

$$T' = ?$$

$$Q = ?$$

ν		ν
T_1		T_2
V_1		V_2

ν		ν
V_1'		V_2'
T'		T'

По 1-му Менделеева-Клайперона для начального

состояния $p_1 V_1 = \nu R T_1$ (азота)

$p_2 V_2 = \nu R T_2$ (кислорода)

Процесс изотермический, поэтому $p_1 = p_2 = p$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

По 1-му Менделеева-Клайперона для конечного, установившегося после выравнивания температур.

$p' V_1' = \nu R T'$ (азот)

$p' V_2' = \nu R T'$ (кислород)

$$\Rightarrow V_1' = V_2' = V'$$

$$V' = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{\frac{3}{5} V_2 + V_2}{2} = \frac{4}{5} V_2$$

$$Q = \Delta U + A$$

В к. Q переданное кислородом = Q полученное азотом

$$\frac{5}{2} \nu R (T' - T_1) + \Delta p (V' - V_1) = -\left(\frac{5}{2} \nu R (T' - T_2) + \Delta p (V' - V_2) \right)$$

$$\frac{5}{2} \nu R (T' - T_1) + \Delta p \left(\frac{4}{5} V_2 - \frac{3}{5} V_2 \right) = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T') + \Delta p \left(V_2 - \frac{4}{5} V_2 \right)$$

$$T' - T_1 = T_2 - T'$$

$$T' = \frac{T_2 + T_1}{2}$$

$$T' = \frac{500 + 300}{2} = 400 \text{ K}$$

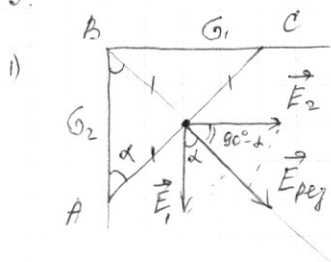
$$|Q| = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) + p (V_2 - V') = \frac{5}{2} \nu R T_2 - \frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{1}{5} p V_2$$

$$Q = \frac{27}{10} \sqrt{RT_2} - \frac{5}{2} \sqrt{RT'} = \boxed{\frac{\sqrt{R}}{10} (27T_2 - 25T')}$$

$$Q = \frac{3 \cdot 8,31}{7 \cdot 10} (27 \cdot 500 - 25 \cdot 400) = 1246,5 \text{ Дж/с}$$

Ответ: 1) $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{3}{5}$; 2) $T' = 400 \text{ К}$; 3) $Q = 1246,5 \text{ Дж/с}$

№3.

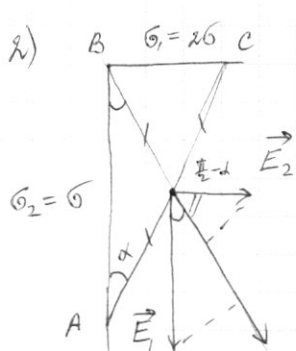


Увеличилась напряженность эл. поля в т. к. была от пластины BC (E_1)
 Кроме того, как AB тоже была заряжена

$$E_{рез} = E_1 \cos \alpha + E_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

П.к. $G_1 = G_2$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то $E_{рез} = E_1 \cos \frac{\pi}{4} + E_1 \cos \frac{\pi}{4} =$
 $= 2E_1 \cos \frac{\pi}{4} = 2E_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = E_1 \sqrt{2}$

$$\boxed{\frac{E_{рез}}{E_1} = \frac{E_1 \sqrt{2}}{E_1} = \sqrt{2}} \text{ - напряженность увеличилась в } \sqrt{2} \text{ раз}$$



$$\vec{E}_{рез} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_{рез} = E_1 \cos \alpha + E_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$E_1 = \frac{26}{2\epsilon_0} = \frac{G}{\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{G}{2\epsilon_0}$$

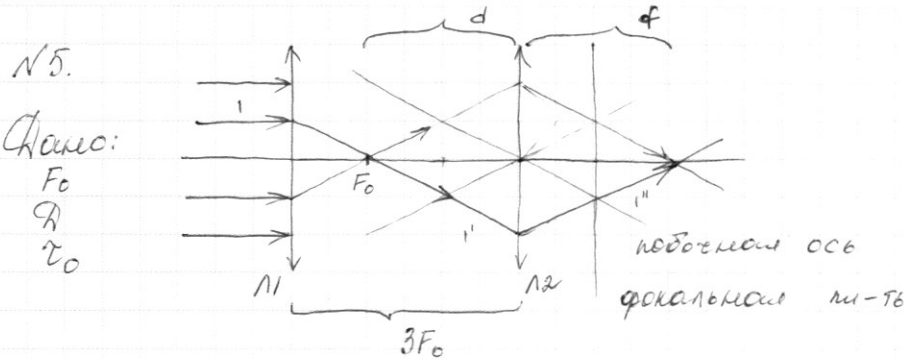
$$E_{рез} = \frac{G}{\epsilon_0} \cos \alpha + \frac{G}{2\epsilon_0} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \boxed{\frac{G}{\epsilon_0} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cos \frac{5\pi}{14} \right)}$$

Ответ:

1) увеличится в $\sqrt{2}$ раз

2) $E = \frac{G}{\epsilon_0} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cos \frac{5\pi}{14} \right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



В.к. пучок света падает парал-но оси системы, но после 1 линзы он сфокусируется в F_0
 Тогда по формуле тонкой линзы для 2 линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow \frac{1}{3F_0 - F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0} = \frac{1}{2F_0} \Rightarrow \boxed{f = 2F_0}$$

- расстояние между 2 линзой и фотодетектором

Если $U \sim$ мощности падающего на экран света, то

$$\frac{U_0 - \frac{3}{4}U_0}{U_0} = \frac{S_M}{S}$$

где S_M - площадь мишени M
 S - площадь лучей на расстоянии $2F_0$ от первой линзы

$$\frac{1}{4} = \frac{\pi r^2}{\pi \left(\frac{R}{4}\right)^2}$$

где r - радиус мишени

$$16 \cdot 4 r^2 = R^2 \Rightarrow r = \frac{R}{8}$$

Из графика видно, что за время $(t_0 - 0)$ мишень полностью вошла в м-ть падения лучей на $2F_0$ от L_1 , то есть она прошла расстояние $2r$

$$v = \frac{S}{t} = \frac{2r}{t_0 - 0} = \boxed{\frac{R}{4t_0}}$$

В t_1 мышь начинает двигаться по направлению к обвешенной м-ти, то есть за время $(t_1 - 0)$ она прошла расстояние $\frac{F_0}{4} \cdot 2 = \frac{F_0}{2}$

$$t_1 = \frac{S'}{V} = \frac{F_0 \cdot 4\tau_0}{2 \cdot F_0} = \boxed{2\tau_0}$$

Ответ: 1) $2F_0$; 2) $V = \frac{F_0}{4\tau_0}$; 3) $t_1 = 2\tau_0$

№1.

Дано:

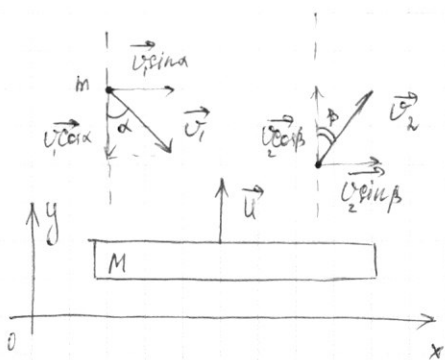
$$v_1 = 8 \text{ м/с}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

$$v_2 = ?$$

$$u = ?$$



По y -ю сохраним импульс
 со на Ox : $mv_1 \sin \alpha = mv_2 \sin \beta$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} v_1 = \frac{3 \cdot 2}{4} \cdot 8 = 12 \text{ м/с}$$

По z -ю на Oy : $Mu - mv_1 \cos \alpha = mv_2 \cos \beta + Mu'$

П.к. удар был упругим, то $0 < Mu' \leq Mu$

$$0 < Mu - mv_1 \cos \alpha - mv_2 \cos \beta \leq Mu$$

$$Mu > m(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)$$

Итого $u > v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta$

$$u > 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} + 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$u > 2\sqrt{7} + 6\sqrt{3}$$

Ответ: 1) $v_2 = 12 \text{ м/с}$

2) $u > 2\sqrt{7} + 6\sqrt{3} \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

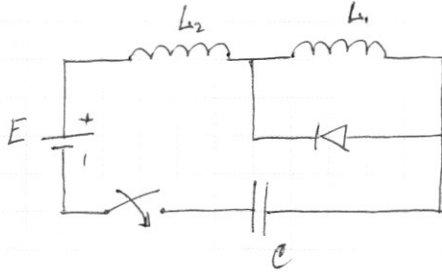
Дано:

$$\begin{aligned} E \\ L_1 = 2L \\ L_2 = L \\ C \end{aligned}$$

τ - ?

γ_{m1} - ?

γ_{m2} - ?



ток идет через L_1 , а будет ток через диод,

потому что $\tau = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} + \pi \sqrt{L_2 C}$

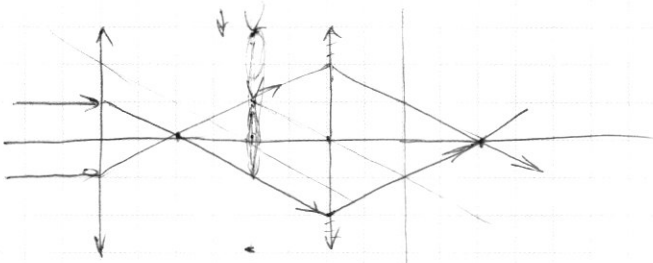
$$\tau = \pi (\sqrt{3LC} + \sqrt{LC}) = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{3} + 1)$$

По 2-му закону Ома для полной цепи

$$\gamma_{m1} = \frac{E}{R_{\text{внут}}}$$

Полюс замыкаем ключа
в цепи возникнут коле-
бания, и в "обратной"
направлении ток не будет





Аналог:
 F_0
 f
 r_0

$$v = \frac{s}{r_0 - 0} = \frac{2r_0}{2r_0}$$

$$y \sim p$$

$$E = h\nu \quad p = \frac{h\nu}{v}$$

$$\lambda = vT = \frac{c}{\nu}$$

$$\frac{4r_0}{2r_0} = \frac{h\nu}{v}$$

$$v = \frac{c}{\nu}$$

$$S_M = \frac{1}{4} S_0$$

$$r_0^2 = \frac{1}{4} r^2 \Rightarrow r = \frac{1}{2} r_0 \Rightarrow$$

$$\frac{r}{2r_0} = \frac{r \cdot 2r_0}{r \cdot 2} = \frac{r_0}{2}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{16-9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0} = \frac{1}{2F_0}$$

$$f = 2F_0$$

$$P_1 = \frac{h\nu_1}{dt}$$

$$P_2 = \frac{h\nu_2}{dt}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

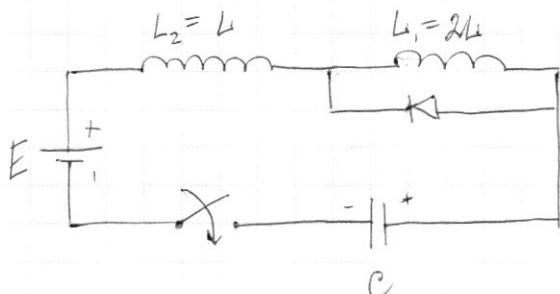
$$\frac{h\nu}{4r_0}$$

$$v = \frac{r}{2r_0}$$

$$28 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} + u = \frac{6\sqrt{3}}{2}$$

$$u = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{7} = 2(3\sqrt{3} - \sqrt{7})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{L_1 \dot{y}^2}{2} + \frac{L_2 \dot{y}^2}{2} = \frac{q^2}{2C} + \frac{L_2 \dot{y}^2}{2}$$
~~$$E = U = \frac{q}{C}$$~~

$$E + \frac{L_2 \Delta \dot{y}}{\Delta t} + \frac{L_1 \Delta \dot{y}}{\Delta t} = \frac{C U^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

~~$$q = U \cdot C$$~~

$$\ddot{q} + \omega^2 q = 0$$

$$(L_1 + L_2) \ddot{q} = \frac{q^2}{2C}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{(L_1 + L_2)C} + \pi\sqrt{L_2 C}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

~~$$U_{\text{рез}} = \sqrt{U_L^2 + U_C^2 + R^2}$$~~

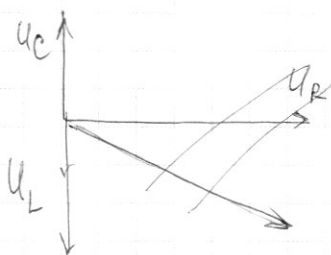
$$U_{\text{рез}} = U_L - U_C$$

$$E = \frac{L_1 \dot{y}}{\Delta t} + \frac{L_2 \dot{y}}{\Delta t} - \frac{q}{C}$$

$$\ddot{q} (L_1 + L_2) - \frac{q}{C} = \frac{E}{C}$$

$$U_{\text{обвз}} = U_L - U_C$$

$$\begin{array}{r} \times 27 \\ 500 \\ \hline 13500 \\ - 10000 \\ \hline 3500 \end{array}$$



$$\frac{3 \cdot 8,31}{7 \cdot 10} (27 \cdot 500 - 25 \cdot 400)$$

$$\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 350}{7} = 8,31 \cdot 150 = 1246,5$$

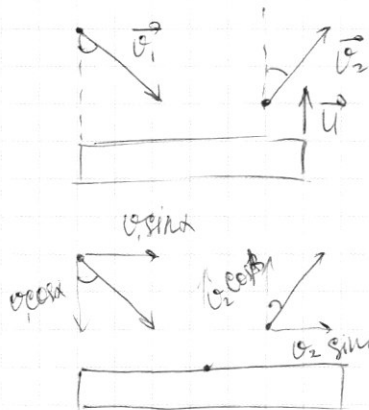
$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 15 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 12465 \end{array}$$

$$U_{\text{рез}} = U_L - \frac{q}{C}$$

$$\begin{array}{r} \times 27 \\ 5 \\ \hline 13500 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 25 \\ 4 \\ \hline 10000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 3500 \\ \hline 7 \cdot 10 \end{array} \quad 150 \cdot 8,31$$

$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 15 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 12465 \end{array}$$



$$-m v_1 \cos \alpha + M U = m v_2 \cos \beta$$

$$m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta \Rightarrow$$

$$v_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} v_1$$

$$v_2 = \frac{3 \cdot 8}{4} = \frac{3}{2} v_1$$

$$v_2 = \frac{3 \cdot 8}{2} = 12 \text{ m/s}$$

$$\sqrt{M U - m v_1^2 = m v_2^2 + M U'^2}$$

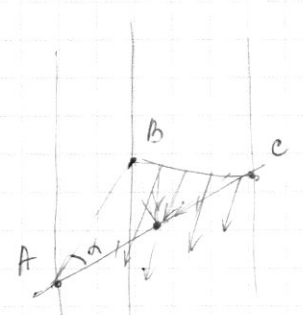
$$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{M U^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{M U'^2}{2}$$

$$M U - m v_1 \cos \alpha = m v_2 \cos \beta + M U' \quad (\text{по закону})$$

$$0 < M U' \leq M U$$

$$0 < M U - m v_1 \cos \alpha - m v_2 \cos \beta \leq M U$$

$$-M U < -m v_1 \cos \alpha - m v_2 \cos \beta \leq 0 \Rightarrow M U > m (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)$$



1) Дано: $\alpha = \frac{\pi}{4}$
 $BC +$
 $AB \rightarrow +$
 $\Delta E - ?$

2) Дано: $\sigma_1 = 2\sigma$
 $\sigma_2 = \sigma$
 $\alpha = \frac{\pi}{7}$

$$E = \frac{\sigma}{R \epsilon_0} \quad E = \frac{kq}{R^2}$$

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

$UM = E, \sqrt{2}$ в $\sqrt{2}$ раз

$$180^\circ - 90^\circ + \alpha - 90^\circ + \alpha - \alpha =$$

$$= \alpha$$

$$E = \frac{k\sigma}{SR^2}$$

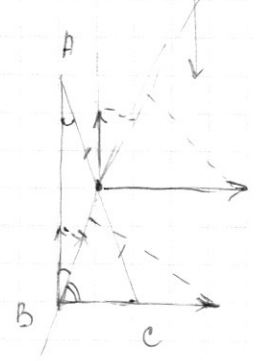
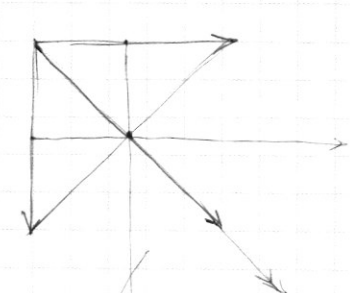
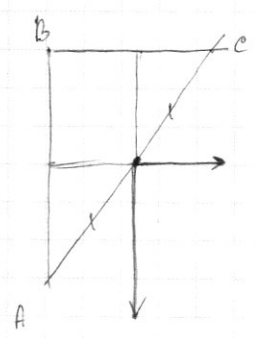
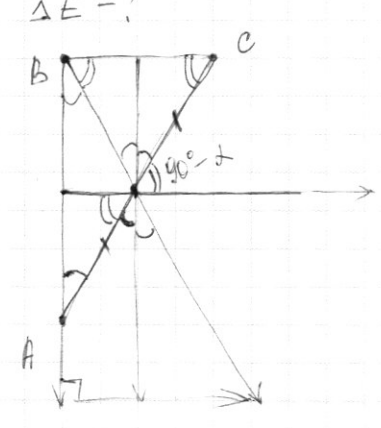
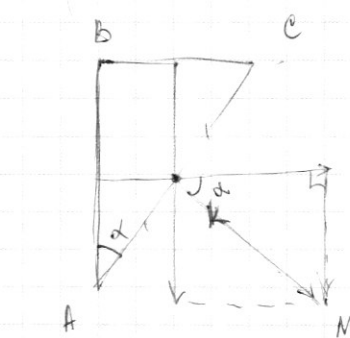
$$\frac{\frac{\pi}{2}}{2} - \frac{\frac{\pi}{2}}{7} = \frac{5\pi}{14}$$

$$\tan \frac{\pi}{7} = \frac{BC}{AB}$$

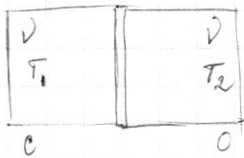
$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E' = E_1 \cos \frac{\pi}{4} + E_1 \cos \frac{\pi}{4} = E_1 \sqrt{2}$$

$$E_{\text{рез}} = E_2 \cos \frac{\pi}{7} + E_1 \cos \frac{5\pi}{14} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cos \frac{\pi}{7} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cos \frac{5\pi}{14}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано:
 $V = \frac{3}{7}$
 $T_1 = 300\text{K}$
 $T_2 = 500\text{K}$

$p_1 V_1 = \nu R T_1$ $p_1 = p_2$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

$V_1 = \frac{\nu R T_1}{p_1}$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$

$V_1 = \frac{3}{5} V_2$

$Q = \Delta U + A$

$A = (p' - p_1)(V' - V_1)$

$\Delta U = \frac{5}{2} \nu R T = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1)$

$T' = \frac{p' V'}{\nu R} = \frac{p' (V_1 + V_2)}{\nu R}$

$p' V_1' = \nu R T'$

$p' V_2' = \nu R T'$

$V_2 = \frac{5}{3} V_1$

$p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$

$A = p_1' V_1' - p_1' V_2' - p_1 V_1' + p_1 V_2 = \nu R T' + \nu R T_1 - p_1 V_1 - p_1 V_2$

$\Delta U = \frac{5}{2} \nu R T' - \frac{5}{2} \nu R T_2$

$p V_1 = \nu R T_1$

$p V_2 = \nu R T_2$

$p' V_1' = \nu R T'$

$V' = \frac{V_1 + V_2}{2} =$

$= \frac{\frac{3}{5} V_2 + V_2}{2} =$

$\left[p' V_2' = \nu R T' \right] = \frac{4}{5} V_2 = \frac{4}{3} V_1$

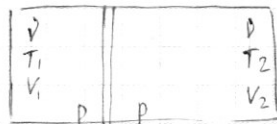
$\Delta p \cdot \frac{2}{3} V_1 = \frac{5}{2} \nu R (T_1 - T_2)$

$\frac{p}{p'} = \frac{V_1' T_1}{V_1 T'} = \frac{4 V_1 T_1}{3 V_1 T}$

$Q = \Delta U + A = \frac{5}{2} \nu R \Delta T + p \Delta V = \frac{5}{2} \nu R (T - T_2) + p (V' - V_2)$

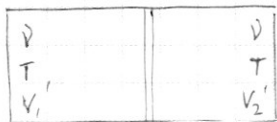
$|Q| = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T) + p V_2 - p V_2' = \frac{5}{2} \nu R T_2 - \frac{5}{2} \nu R T + \frac{1}{5} p V_2 =$

$= \frac{5}{2} \nu R T_2 - \frac{5}{2} \nu R T + \frac{1}{5} \nu R T_2 = \frac{27}{10} \nu R T_2 - \frac{5}{2} \nu R T = \frac{\nu R}{10} (27 T_2 - 25 T)$



$Q_1 = Q_2$

$\Delta U_1 + A_1 = \Delta U_2 + A_2$



$\frac{5}{2} \nu R (T - T_1) + \Delta p \left(\frac{1}{3} V_1 \right) = \frac{5}{2} \nu R (T - T_2) +$
 $\Rightarrow \Delta p \left(\frac{1}{3} V_1 + \frac{1}{5} V_2 \right) = \frac{5}{2} \nu R (T_1 - T_2) + \Delta p \frac{1}{5} V_2$

$T_1 = T_2 = T$ по 1-му закону

$T = \frac{4}{3} T_1 = 400\text{K}$