Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

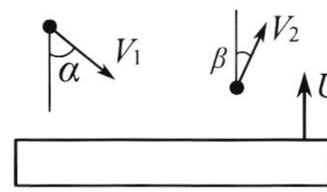
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



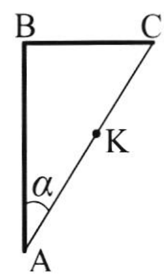
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

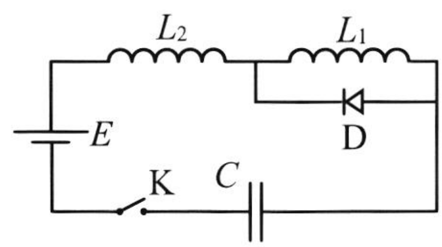
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

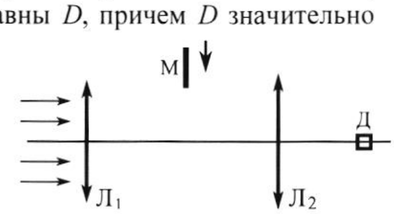
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

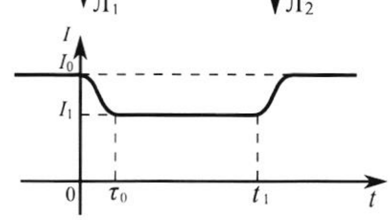
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

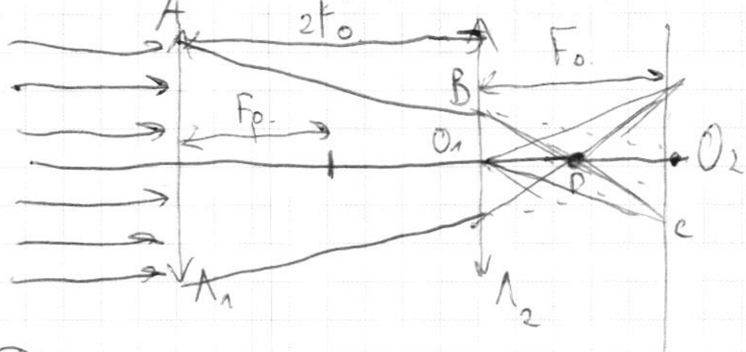
№5

Дано:
D
F_0,
τ_0,
$\frac{I_1}{I_0} = \frac{5}{9}$.

Найти:
L_1?
V?
t_1?

Решение:

Рассмотрим изображение лучей в этих двух линзах:



Т.к. лучи параллельны оптической оси Λ_1, то они проходят через фокус Λ_1. Тогда они образуют конус и т.к. Λ_2 находится ближе фокусного расстояния преломляются в ней. Построим точку пересечения лучей после преломления в Λ_2. Для этого сделаем доп. построение. Проведём из центра Λ_2 луч, параллельный AB, где A - точка на границе линзы, а B - точка на Λ_2, через которую проходит луч перпендикулярный плоскости Λ_1, проходящий через A. Получим на фокальной плоскости для Λ_2 точку c. Тогда после преломления AB пройдёт через C. Точка O_1 - центр Λ_2, а точка O_2 - фокус Λ_2 и Λ_1

№5 (продолжение)

Тогда треугольники BO_1D и CO_2D равны, а значит $O_1D = O_2D = \frac{O_1O_2}{2} = \frac{F_0}{2}$.

Значит $L = \frac{F_0}{2}$.

2) Найдём диаметр мишени. Эта мишень закрывает $\frac{4}{9}$ ~~общ~~ лучей пучка. Заметим, что диаметр пучка на расстоянии F_0 от $Л_1$ равен $\frac{2}{3}D$, тогда после того, как мишень полностью попала в пучок, её площадь будет равна $\frac{4}{9}$ · площади пучка на расстоянии F_0 от $Л_1$. Т.е. $\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{1}{3}D\right)^2 \cdot \pi = \frac{4D^2\pi}{81}$.

Тогда радиус мишени равен $\frac{2}{9}D$, а диаметр – $\frac{4}{9}D$.

~~С момента попадания шайбы в пучок~~ и

С момента, когда ~~ш~~ мишень только начинает входить в пучок и до полного вхождения проходит τ_0 времени. За это время ~~шайб~~ мишень пройдёт расстояние, равное своему диаметру, значит

$V = \frac{\frac{4}{9}D}{\tau_0} = \frac{4D}{9\tau_0}$

В момент τ_0 нижний конец мишени находится на расстоянии $\frac{4}{9}D$ от верхнего конца пучка, а значит он находится на расстоянии $\frac{2}{9}D$ от нижнего конца пучка на расстоянии F_0 от $Л_1$, тогда

$t_1 = \frac{\frac{2}{9}D}{V} + \tau_0 = \frac{3}{2}\tau_0$.

Ответ: $L = \frac{F_0}{2}$; $V = \frac{4D}{9\tau_0}$; $t_1 = \frac{3}{2}\tau_0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

1)

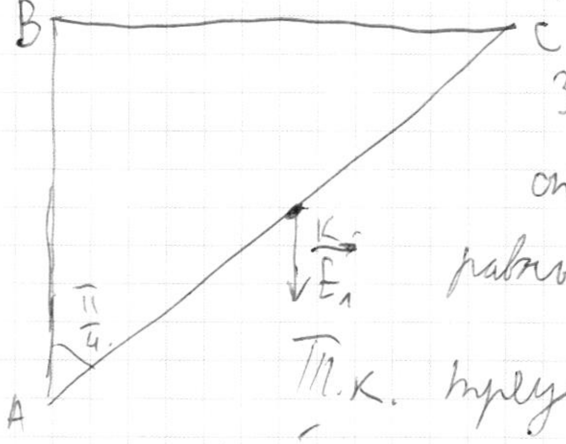
Решение:

Дано: $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$.

Найти: $\frac{|\vec{E_2}|}{|\vec{E_1}|}$

Изначально в точке K напряжённость создается только пластиной $\vec{BC}$. ~~Пусть~~ Эта напряжённость равна $|\vec{E_1}|$.

После того, как пластину AB зарядили с той же поверхностной плотностью, что и BC можно нарисовать такую схему:



Заметим, что расстояние от BC до K и от AB до K равны $\frac{AB}{2}$ и $\frac{BC}{2}$ соответственно.

Т.к. треугольник ABC равнобедренный, эти расстояния равны, а значит и поля создаваемые этими пластинами равны. Тогда $\vec{E_2} = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}$. ~~Эти~~ но Вектора этих полей равны и перпендикулярны, значит $|\vec{E_2}| = \sqrt{2}\,|\vec{E_1}|$

$$\Downarrow$$

$$\frac{|\vec{E_2}|}{|\vec{E_1}|} = \sqrt{2}.$$

Ответ: $\frac{|\vec{E_2}|}{|\vec{E_1}|} = \sqrt{2}$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№3 (продолжение)

2)

Дано:

$\sigma_1 = 3\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$

$\alpha_2 = \frac{\pi}{5}$.

Найти:

~~Напряжённость~~

$E_к$?

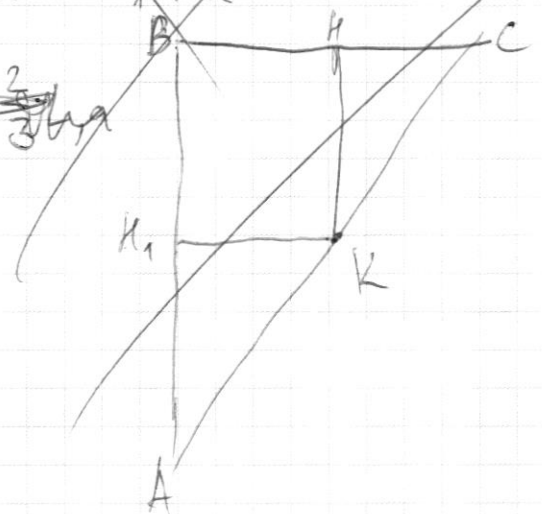
Решение:

Угол $\frac{\pi}{5}$ можно считать малым, значит $\sin\frac{\pi}{5} \sim 0,6$, ~~а со~~

Тогда $\cos\frac{\pi}{5} = 0,8$.

Обозначим $BC = L$, тогда $AB = \frac{4}{3}L$.

Опустим перпендикуляры KH на BC и KH_1 на AB.



~~Тогда $KH = \frac{2}{3}$ на~~

2)

Дано:

$\sigma_1 = 3\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$

$\alpha_2 = \frac{\pi}{5}$.

Найти:

$E_к$?

Решение:

BC создаёт в точке K ~~напряжённость~~ поле с напряжённостью $\frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$, а AC создаёт в этой точке поле с напряжённостью $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

Тогда $E_к = \sqrt{\left(\frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2} = \sqrt{10}\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$,

где $E_к$ – напряжённость поля в точке K.

Ответ: $\sqrt{10}\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$V_1 = 12$ м/с,

$\sin\alpha = \frac{1}{2}$

$\sin\beta = \frac{1}{3}$

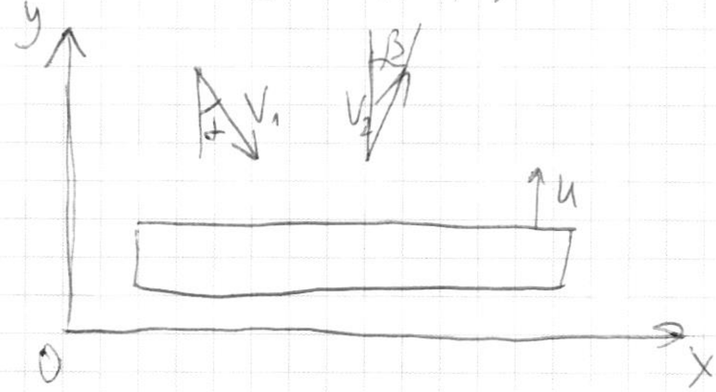
Найти:

V_2?

U?

Решение:

1) По закону о сохранении импульса ~~импульс~~ по оси Ox не изменится; тогда $mV_1 \cdot \sin\alpha = mV_2 \cdot \sin\beta$, где m – масса шарика



$$V_1 \cdot \sin\alpha = V_2 \cdot \sin\beta.$$

$$12 \cdot \frac{1}{2} = V_2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$V_2 = 18 \text{ м/с}.$$

2) После столкновения с плитой скорость шарика по оси Ox стала равняться $V_1 \cdot \cos\alpha + U$, но нам также известно, что после столкновения скорость шарика стала равна $V_2 \cdot \cos\beta$.

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}}$$

№1 (продолжение)

$\cos\beta = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$V_1 \cdot \cos\alpha + U = V_2 \cdot \cos\beta$

$12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + U = 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$U = 12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$ м/с

Ответ: $V_2 = 18$ м/с; $U = 12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$ м/с.

№2

Дано:

$\nu = \frac{6}{7}$ моль

$T_1 = 350\,K$

$T_2 = 550\,K$

$C_V = \frac{5R}{2}$

$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К)

Найти:

$\frac{V_A}{V_B}$?

$T_{уст}$?

ΔQ?

Решение:

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для каждого газа в начальном положении, учитывая, что их давления в этот момент одинаковые.

$P_0 \cdot V_A = \nu \cdot R \cdot T_2$

$P_0 \cdot V_B = \nu R T_1$.

$V_A = \frac{\nu R T_2}{P}$

$V_B = \frac{\nu R T_1}{P}$

$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{\nu R T_2}{P}}{\frac{\nu R T_1}{P}} = \frac{T_2}{T_1}$.

$\frac{V_A}{V_B} = \frac{11}{7}$, где P_0 – давление в начальный момент времени, а V_A и V_B – ~~давле~~ объёмы азота и водорода.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

Найдём начальную ~~*~~ энергию газов.

$E_{B1} = c_V \cdot \nu \cdot \cancel{R} \cdot T_1.$

$E_{A1} = c_V \cdot \nu \cdot \cancel{R} \cdot T_2. \Rightarrow E_{общ.} = E_{B1} + E_{A1} = c_V \cdot \nu \cdot \cancel{R} (T_1 + T_2)$

В конце $E_{BK} = c_V \cdot \nu \cdot T_{уст.}$ $E_{AK} = c_V \cdot \nu \cdot T_{уст.}$

$E_K = c_V \cdot \nu \cdot 2T_{уст.}$

$E_{общ.} = E_K \Rightarrow T_1 + T_2 = 2T_{уст.}$

$T_{уст} = \frac{350+550}{2} = 450K.$

$\Delta Q = E_{A1} - E_{AK} = c_V \cdot \nu \cdot \cancel{R} T_2 - c_V \cdot \nu \cdot T_{уст.}$

$\Delta Q = c_V \cdot \nu \cdot (T_2 - T_{уст.}) = \frac{5R}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 100. = \frac{1500R}{7} =$

$= 1781$ Дж.

Ответ: $\frac{V_A}{V_B} = \frac{11}{7}$; $T_{уст.} = 450K$; $\Delta Q = 1781$ Дж.

№4.

Дано:

$\mathcal{E}$

$L_1 = 4L$

$L_2 = 3L$

C

Решение:

Рассмотрим ~~максимальный~~ максимальный ток через L_1. Он достигается, когда ток в цепи движется по часовой стрелке и не проходит через диод.

№4 (продолжение)

Т.к. ток максимальный для данного направления ~~направлен~~ I' для обеих катушек равно 0, тогда.

$\mathcal{E} = \frac{q}{C}$ и $q = \mathcal{E}C$, где q - заряд на обкладке конденсатора.

Рассмотрим энергию в начальном состоянии и в рассматриваемом состоянии.

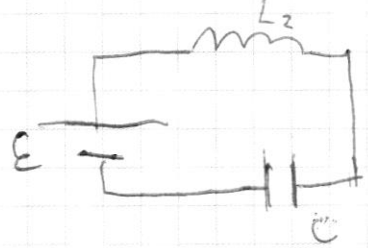
$$0 = \frac{L_2 I_{m1}^2}{2} + \frac{L_1 I_{m1}^2}{2} + \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - A_{\mathcal{E}}$$

$A_{\mathcal{E}} = C\mathcal{E}^2$, тогда,

$$\frac{(L_1 + L_2) I_{m1}^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

$$I_{m1} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{L_1 + L_2}} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{7L}}.$$

Рассмотрим максимальный ток через L_2 при при течении тока против часовой стрелки:



Т.к. ток максимален $I' = 0$, значит
$\mathcal{E} = \frac{q}{C} \Rightarrow q = \mathcal{E}C$.

По закону о сохранении энергии.

$$\frac{L_2 I_{m2}^2}{2} + \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - A_{\mathcal{E}} = 0. \quad A_{\mathcal{E}} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)

Тогда

$$\frac{L_2 I_{m2}^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$$

$$I_{m2} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{L_2}} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{3L}}.$$

Рассмотрим периоды для каждого из направлений течения тока.

Для направления по часовой стрелке:

$L_{экв} = \cancel{\frac{1}{\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}}}\ L_1 + L_2 = 7L$, тогда.

$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{CL_{экв}}} = \frac{1}{\sqrt{7CL}}$. где ω_1 - частота колебаний при направлении тока по часовой стрелке.

$T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = \cancel{\frac{2\pi}{\sqrt{7CL}}}$, ~~но нам~~ $2\pi\cdot\sqrt{7CL}$, но нам нужен полупериод, т.к. при течении тока в обратном направлении индуктивность будет другой.

~~$T_2 = \omega_2$~~ Для движения против часовой стрелки

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{C\cdot L_2}} = \frac{1}{\sqrt{3CL}}$$

$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi\sqrt{3CL}$. Тогда $T = \frac{T_1+T_2}{2} = \pi\sqrt{CL}(\sqrt{7}+\sqrt{3})$

Ответ: $I_{m1} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{7L}}$; $I_{m2} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{3L}}$; $T = \pi\cdot\sqrt{CL}(\sqrt{7}+\sqrt{3})$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Дано:

$V_1 = 12$ м/с

~~L = arcsin~~

$\sin\alpha = \frac{1}{2}$

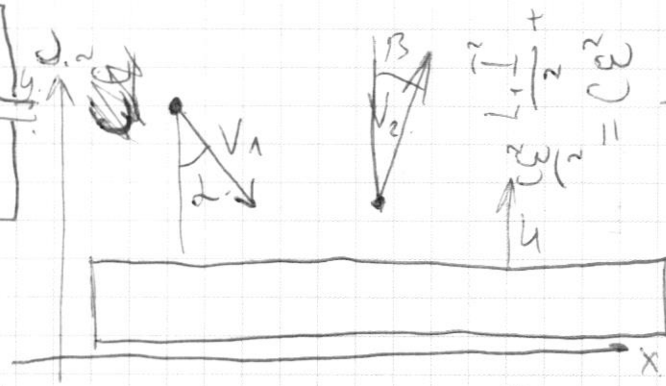
$\sin\beta = \frac{1}{3}$

Найти:

V_2? U?

Решение:

$F = \frac{kq^2}{r^2}$ $\qquad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$



Импульс по оси Ox останется неизменным по закону сохранения импульса.

$P_н = MV_1 \sin\alpha$ — где M — масса шарика

$P_к = MV_2 \cdot \sin\beta$, тогда

$P_н = P_к$ и $MV_1 \sin\alpha = MV_2 \sin\beta$

$12 \cdot \frac{1}{2} = V_2 \cdot \frac{1}{3}$

⇓

$V_2 = 18$ м/с.

$-MV_1 \cos\alpha + M_1U = MV_2 \cdot \cos\beta + M_1U_1$. где M_1 — масса плиты, а U_1 — ~~ско~~ её скорость после столкновения.

$\frac{MV_1^2}{2} + \frac{M_1U^2}{2} = \frac{MV_2^2}{2} + \frac{M_1U_1^2}{2}$.

$M(V_1^2 - V_2^2) = M_1(U_1^2 - U^2)$

$M(18^2 - 12^2) = M_1(U^2 - U_1^2)$

$180\,M = M_1(U^2 - U_1^2)$

$-M \cdot 6\sqrt{3} - M \cdot 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = M_1(U_1 - U)$

$6M(2\sqrt{2} + \sqrt{3}) = M_1(U - U_1)$

$$\frac{180\,M}{M(U_1+U)} = M_1(U-U_1) = 6M(2\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

$$\frac{180}{3{,}14} =$$ 180 | 3,14

$\sin \sim 0{,}6$

$$\frac{30}{U_1+U} = 2\sqrt{2}+\sqrt{3}$$

$F = E q$

$\cancel{F = j}$

$$\frac{3{,}14}{5} = 0{,}62\ldots$$

$$U+U_1 = \frac{30}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

$\Delta R \cdot \Delta L$ $\quad \pi(R+\Delta R)^2 - \pi R^2$

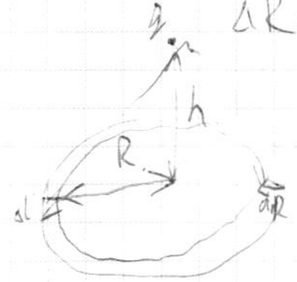
$\cancel{\pi \Delta R(2R+\Delta R)}$

$$U+U_1 = \frac{(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\cdot 30}{5}$$

$\Delta R \cdot 2\pi R$

$$U+U_1 = 12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$$

$\sqrt{h^2+R^2}$



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 R}$$

$$\frac{k\sigma \cdot \Delta L \cdot \Delta R \cdot q}{h^2+R^2}$$

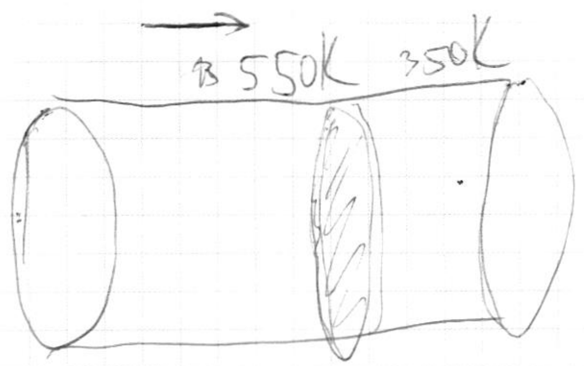
B 550K 350K

$$\cancel{\frac{2\pi R \cdot \Delta R \cdot q}{2\varepsilon_0}}$$

831

$\cancel{7{,}31}$

6



$$\begin{array}{r} \times\, 831 \\ 15 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 12465 \end{array} \quad 12465 \,|\, 7 = 1781.$$

-7, 54, -49, 56

$P_B \cdot V_B = \nu R T_1$

$P_A \cdot V_A = \nu R T_2$

$P_A = P_B$, значит

$V_B = \nu R T_1$

$$V_A = \frac{\nu R T_2 P_B}{P_A}$$

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{\nu R T_1}{P_B}}{\frac{\nu R T_2}{P_A}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{11}$$

$C_V \nu R \Delta(T_2 - T_3) +$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)