

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

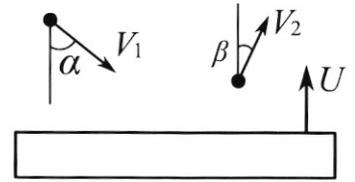
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

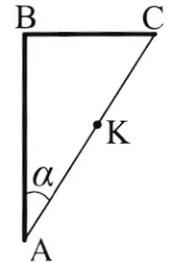


1) Найти скорость V_2 .
 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
 Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

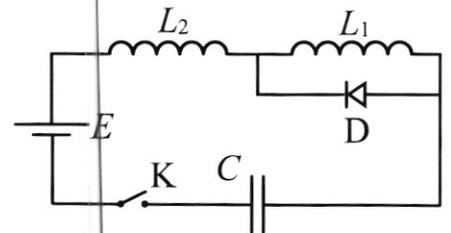
1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



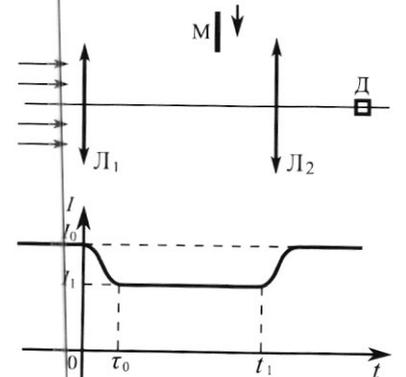
1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



1) Найти период T этих колебаний.
 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



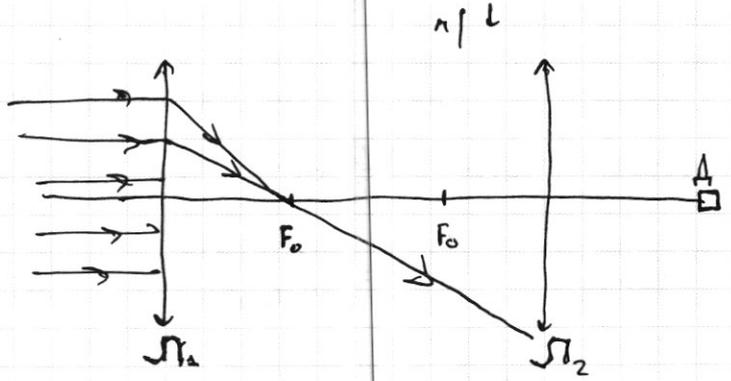
1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5.

Рассмотрим ход лучей,
заметим, что параллельные
лучи u как будто идут
через фокус F_1 , а далее



взаимодействуют с L_2 , соответственно для второй
линзы как будто выходят как будто на расстоянии
 $2F_0$ от неё стоит источник S_0 на FO . А значит,

по формуле тонкой линзы можно рассчитать, где
стоит детектор, который в нём собираются лучи.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{d \cdot F}{d - F} = \frac{2F_0^2}{F_0} = 2F_0, \text{ эту же формулу}$$

мы мы и далее употребим, сказав, что $d \rightarrow \infty$, тогда
да $f = F_0$.

Теперь посмотрим, какие лучи попадают в Δ .

Заметим, что те лучи, которые в L_1 попадают на
расстоянии $x > \frac{D}{2}$ от FO , в L_2 не попадают, как и в Δ ,
т.к. u как 2 подобных Δ с коэф. 2. А катет $CD \leq D$, зна-
чит $AB \leq \frac{D}{2}$, значит как пересекут только
лучи, идущие не более, чем в $\frac{D}{2}$ от FO .



Φ Ч как $N \sim I$, при этом $N \sim P \cdot S$, где P - интенсивность.
Тогда $\frac{I_0}{I_1} = \frac{P \cdot S_0}{S_1}$, S_0 - площадь участка на расстоянии F_0 от
 L_2

А S_1 - на противоположном этому же участке, но минус мощность лампы, которая на протяжении времени $t_1 - t_0$ полностью прекрывает своим светом все части Δ и некоторые лучи, попадающие в Δ .

Получим S_0 на расстоянии R от Δ_2 лучи S_0 не далее, чем $\frac{D}{2}$ от R_0 попадают в Δ_2 .

Получим $\frac{S_0}{S_1} = \frac{\pi D^2 \cdot H}{4\pi(R^2 - d^2)}$, где d - диаметр лампы.

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{D^2}{R^2 - d^2} \Rightarrow (I_0 - I_1)D^2 = I_0 d^2$$

$$\frac{1}{4} I_0 D^2 = I_0 d^2$$

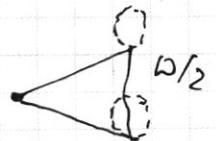
$$d = \frac{D}{2}$$

Получим тогда получается, что за время τ_0 лампа прошла путь, равный своему диаметру \Rightarrow

$$D \tau_0 = \frac{D}{2} \Rightarrow \tau_0 = \frac{D}{2V}$$

Каждым время t_1 - это время, за которое лампа прошла путь от момента включения лампы, где она перекрывает своим светом все части Δ , до момента, когда только краешком лампы из этой зоны, то есть путь, равный $2 \cdot \frac{D}{2} = D$

$$t_1 = \frac{D}{V} = \frac{D \cdot 2\tau_0}{D} = 2\tau_0$$



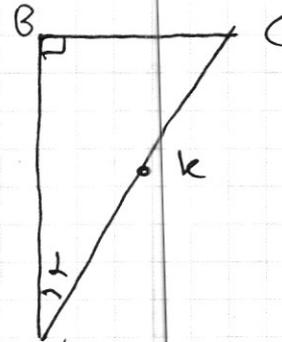
Ответ: S_1 между Δ_2 и детектором $= 2F_0$;

$$V = \frac{D}{2\tau_0} ; t_1 = 2\tau_0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3.

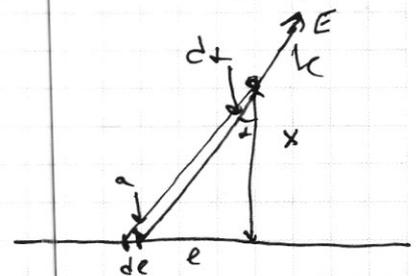
Уточн, ~~то~~ заметим, что
раз k - середина AC , то
напряжённость поля от BC и
от AB направлена перпенд. BC и
 AB соответственно.



Каждый в I случае выведем, как считать поле от
пластинки шириной d , ~~вдоль~~ ~~видимой~~ и точки на ~~серед.~~
серед. плоскости на расстоянии x .

Для этого рассмотрим поучу токми ~~прод.~~
уда.

Рассмотрим токми ~~прод.~~ dl ,
 E от проводка на \varnothing расстоянии r
по т. Гаусса $E \cdot 2\pi r dx = \frac{\rho dx}{\epsilon_0}$



$$E = \frac{\rho dx}{2\pi r} = \frac{2\rho k}{r}, \text{ где } \rho = \sigma dl \text{ где кас.}$$

Тогда выразим $a = dl \cdot \cos \alpha$ через dx , тогда

$$\sqrt{x^2 + l^2} \cdot dx = dl \cdot \cos \alpha \Rightarrow dl = \frac{\sqrt{x^2 + l^2}}{\cos \alpha} dx, \text{ тогда}$$

dE от этого проводка = $\frac{2\sigma k}{\sqrt{x^2 + l^2}} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + l^2}}{\cos \alpha} dx$, но кас интересует
 $E \perp$ пластинки, т.к. у нас k на ~~сер.~~ ~~пер.~~ ~~плоскости~~.

$$dE = 2\sigma k dx \Rightarrow E = \int_{-B}^B 2\sigma k dx = 4B\sigma k.$$

Заметим, что в I случае у нас $\angle BAC = \angle BCA = 45^\circ$, а значит
из k и BC и AB равна под углом $\approx 90^\circ$. Тогда выведем

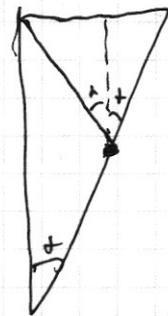
$E = 2 \cdot \frac{\pi}{2} \sigma k$, а затем $\sqrt{E^2 + E^2} = \sqrt{2} \cdot E$, т.к. у нас ~~такая~~ та же поверхностная плотность заряда пластина АВ.

Потом E увеличится в $\frac{1}{\sqrt{2}}$ раз

Во второй системе

$$E_{AC} = 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \sigma_1 k = 8 \sigma k = \frac{8 \pi \sigma k}{7}$$

$$E_{AB} = 4 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2\right) \sigma_2 k = 4 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) \sigma k = 4 \cdot \left(\frac{5\pi}{14}\right) \sigma k = \frac{10 \pi \sigma k}{7}$$



$$\text{Потом } E_k = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{AC}^2} = \frac{1}{7} \frac{\pi \sigma k}{7} \sqrt{10^2 + 8^2} = \frac{\sigma k \pi}{7} \sqrt{164} = \frac{\sigma k \pi \cdot 2}{7} \sqrt{41}$$

Ответ: увеличится в $\frac{1}{\sqrt{2}}$ раз $\approx 0,7$; $E_k = \frac{\sigma k \pi \cdot 2 \sqrt{41}}{7} \approx 1,8 \cdot \sigma k \pi$.

Задача №1.

$$V_1 = 8 \text{ м/с}$$

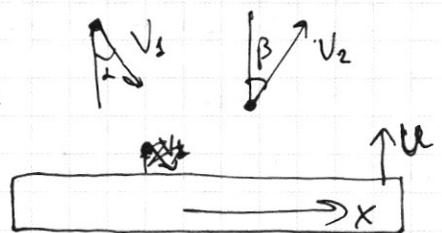
$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

$V_2 = ?$

Упр. - ?

Заметим, что раз пластина ~~не~~ магнетная, то в момент удара действовала только сила N , направленная $\perp \parallel U$, а значит ~~по~~ ~~на~~ ось Ox у нас скорость шарика осталась та же.



$$\text{Потом } V_1 \cdot \sin \alpha = V_2 \cdot \sin \beta$$

$$V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \cdot \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = \frac{3}{2} V_1 = 12 \text{ м/с}$$

Теперь найдём возможные значения U и θ :

У нас удар был неупругий \Rightarrow часть энергии перешла в тепло,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение задания №1.

но поскольку плита массивная, можно считать, что $U = \text{const}$ до и после.

Во-первых у нас $U \leq V_2 \cdot \cos \beta \approx \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 12 = 6\sqrt{3} \text{ м/с}$

Закон сохранения в дэф. форме:

$$\vec{F} d\vec{T} = m d\vec{U}$$

$$N dt = m dU$$

Поэтому $\int_{p_1}^{p_2} N dt = m \cdot (V_2 \cos \beta + V_1 \cos \alpha)$

При этом ~~$V_1 \cos \alpha$~~ $V_1 \cos \alpha + U \leq V_2 \cos \beta$ можно переписать
в CO плиты, и тогда

Ответ: $V_2 = 12 \text{ м/с}; \quad U \leq 6\sqrt{3} \text{ м/с}.$

Задача №2.

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$\nu = \frac{3}{7} \text{ моль}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{K}$$

$$C_v = 5R/2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = ?$$

$$T_k = ?$$

$$Q = ?$$

В начальный момент времени у нас

$$\nu RT_1 = P V_1$$

$$\nu RT_2 = P \cdot V_2 \quad \text{, поскольку равновесие}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu RT_1}{\nu RT_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

Что у нас происходит:

начинается выравнивание температур

В конце у нас объёмы становятся равными, т.к. P одинаково, как и T.

$$\nu RT_k = P_k \frac{V_1 + V_2}{2} \quad \text{для обоих}$$

$$\nu RT_k = P_k V_k$$

пусть $P_k = 2P$, тогда

Для 2. PV увеличился в $2 \cdot \frac{4}{5}$, значит

$$T_k = 2 \cdot \frac{4}{5} T_2 \quad \text{, а для 1. в } 2 \cdot \frac{4}{3}, \text{ значит}$$

$$T_k = 2 \cdot \frac{4}{3} T_1 \quad \text{. У нас система излучива}$$

ка и энергия ~~ва~~ у нас const выходя и входя.

Т.к. А поршень скользит без трения, то есть Акиндро

$$Q_A = A \cdot \Delta z \text{ (аргумент)} \Rightarrow U_1 + U_2 = 2U_k \quad \text{газа}$$

$$\nu RT_1 + \nu RT_2 = 2 \nu RT_k \Rightarrow T_k = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K.}$$

Найдём Q^{-} , ~~результат~~ у нас

$$dQ = dU + dA, \text{ где } dU = \frac{5}{2} \nu R dT, \text{ т.к. } i=5. \text{ Найдём}$$

dA , у нас ~~поскольку~~ процесс медленный $P \sim \text{const}$ весь процесс.

$$dQ = C_p dT = (C_v + R) \cdot dT = \frac{7}{2} R \cdot \nu \cdot (T_2 - T_k) = 100 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,31 =$$

$$= 831 \cdot 1,5 = 1246,5 \text{ Дж}$$

$$\text{Объём: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5} \text{ (объём азота к об. } O_2); \quad T_k = 400 \text{ K}; \quad Q = 1246,5 \text{ Дж}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4.

$$L_1 = 2L$$

$$L_2 = L$$

Когда замкнем

кнопку, у нас

до момента, когда

$U_C \leq \varepsilon$ будут колебания

$$\varepsilon = (L_2 + L_1) \cdot \dot{I} + \frac{q}{C} = (L_2 + L_1) \ddot{q} + \frac{q}{C}, \text{ тогда}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{L_2 + L_1} \cdot \frac{1}{36C}}} = 2\pi \sqrt{36LC}, \text{ то есть правильно}$$

$$\text{Время } t = \frac{T_1}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{36LC}.$$

Затем у нас U на $L_2 = 0$ и начинает работать диод, но есть ток на $L_2 \downarrow$, а на L_1 остается I , т.к. будет течь через L_1 I на L_1 , и недостающий до I_{max} будет течь через диод. Тогда здесь будут колебания вида

$$\varepsilon = L_2 \ddot{q} + \frac{q}{C}, \text{ то есть } \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}, \text{ тогда у нас}$$

здесь дальше будут будет так:

Доидет до амплитудного U на C , затем по-прежнему будет работать диод, и ток на L_1 равный I_{max} . до момента, когда I на L_2 не будет 0 опять, то есть гра-

$$\text{дет } \frac{3T_2}{4} = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{LC} = \frac{3}{2} \pi \sqrt{LC}, \text{ а затем опять бу-}$$

дет контур из L_2 и L_1 и $\frac{1}{4} T_1$. То есть

$$T = \frac{1}{4} T_1 + \frac{3}{4} T_2 = \frac{3}{2} \pi \sqrt{LC} + \frac{\pi}{2} \sqrt{36LC} = \frac{\pi \sqrt{LC}}{2} (3 + \sqrt{3})$$

Тогда у нас I_{max} будет равен I_{max} в первый момент, т.к. затем энергия на катушке L_1 будет быстрее увели-

$$\text{max. } E_L \sim I^2.$$

Потрета & максимален I_{max}

$$CE^2 = \frac{CE^2}{2} + \frac{3LI_{\text{max}}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad CE^2 = 3LI_{\text{max}}^2$$

$$\Downarrow$$

$I_{\text{max}} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}}$

 максимален на L_1 .

Отговор: $T = \frac{\pi\sqrt{LC}}{2}(\sqrt{3}+3)$; $I_{\text{max}} = I_{\text{max}} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{CE^2}{3}(\sqrt{3}-1)^2 + E \cdot C \cdot (E(1-\sqrt{3}+1)) = \frac{LI^2}{2} + L(I_m + I)^2 + \frac{CE^2}{2}$$

$$\frac{CE^2}{3}(\sqrt{3}-1)^2 + CE^2 \cdot (2-\sqrt{3}) = \frac{LI^2}{2} + L \frac{CE^2}{3L} + LI^2 + 2LI \cdot \frac{\sqrt{CE^2}}{3L} +$$

$$CE^2 - \frac{CE^2}{3} - \frac{CE^2 2\sqrt{3}}{3} + CE^2 2 - CE^2 \sqrt{3} = \frac{CE^2}{2}$$

$$= 1,5LI^2 + \frac{CE^2}{3} + 2I \cdot \sqrt{\frac{CE^2 L}{3}}$$

$$3CE^2 - \frac{2CE^2}{3} - \frac{CE^2}{3}(8\sqrt{3}) = 3I^2(4L)$$

$$\frac{7-5\sqrt{3}}{3} CE^2 = 1,5LI^2 + 2I \cdot \sqrt{\frac{CE^2 L}{3}} + \frac{5\sqrt{3}-7}{3} CE^2$$

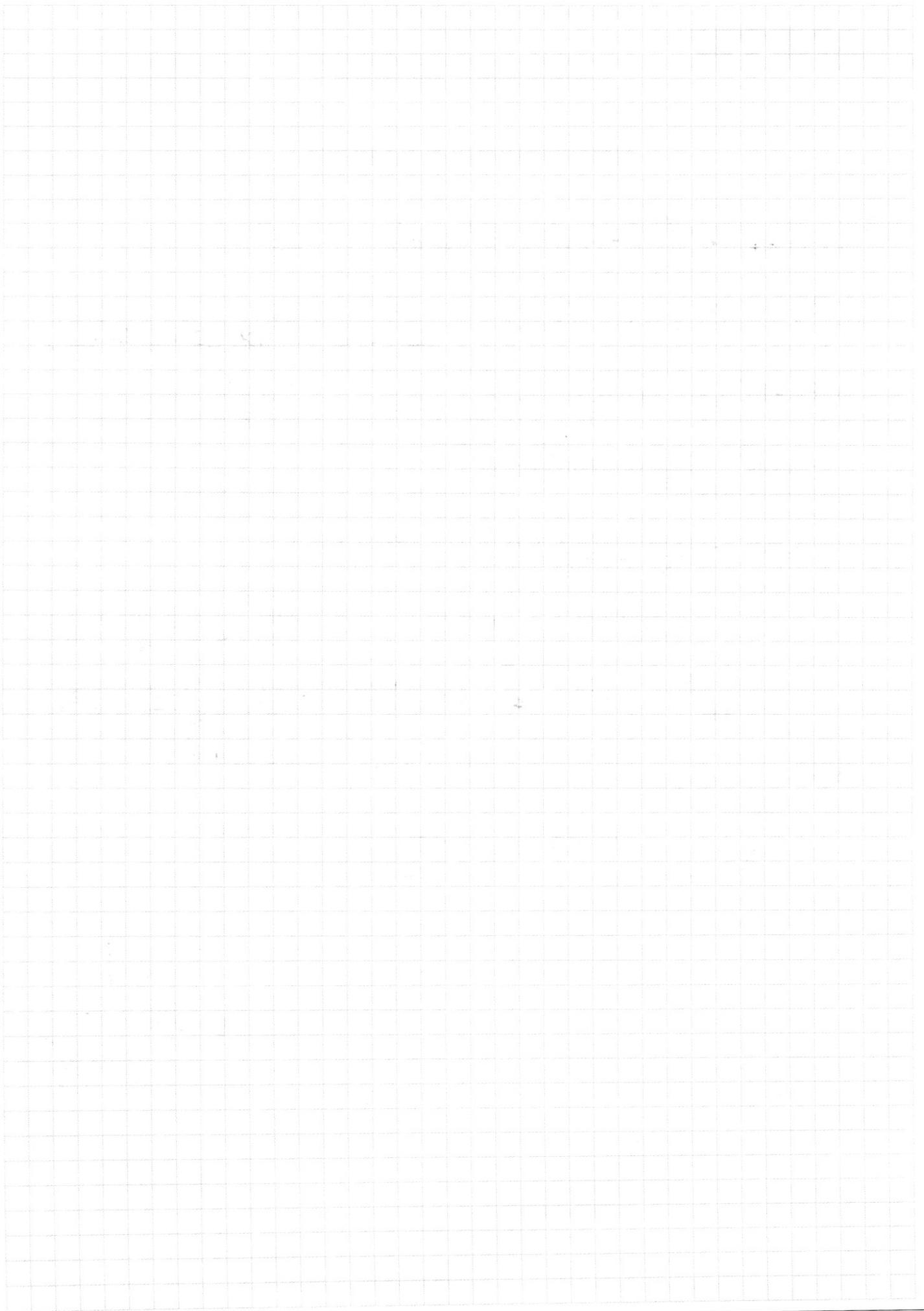
$$\downarrow \quad \frac{dP}{dI} = \frac{\partial R}{\partial I} \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{3} CE^2 - \frac{5\sqrt{3}-7}{3} CE^2 =$$

$$\frac{dQ}{dR} \quad \Rightarrow \quad CE^2 L \left(\frac{4}{3} - 20\sqrt{3} + 14 \right)$$

$$415,5 \cdot 3 = 1245$$

$$1246,5$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \uparrow \\ 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} & 2\sqrt{7} \cdot 653 \\ \textcircled{\sqrt{7}} & \textcircled{309} \end{matrix}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

$$\gamma = \frac{3}{2}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$C_V = \frac{5R}{2}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = ?$$

$$T_K = ?$$

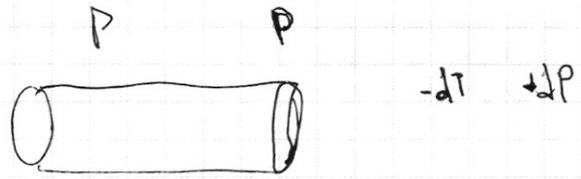
$$\Delta Q = ?$$

$$dA = PdU$$

$$U = \int \frac{1}{2} \gamma R T$$

$$U_1 + U_2 = \text{const} \quad \int \gamma R T_1 + \int \gamma R T_2 = \int \gamma R T_K$$

$$dQ = dU = \int \gamma R (T_2 - T_K) \quad T_K = 400 \text{ K}$$



$$\gamma R T_1 = P \cdot V_1$$

$$\gamma R T_2 = P \cdot V_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

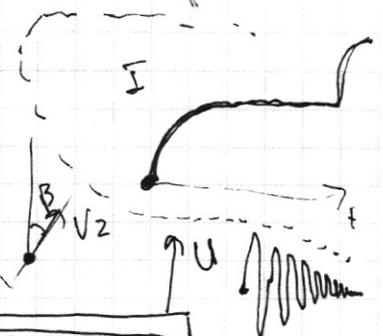
$$\frac{\gamma R T_1 + \gamma R T_2}{P} = \text{const.}$$

$$\gamma R T_K = P \cdot V_K \quad \left(\frac{V_1 + V_2}{2} \right)$$

$$\gamma R T_K = P \cdot V_K \quad \left(\frac{V_1 + V_2}{2} \right)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

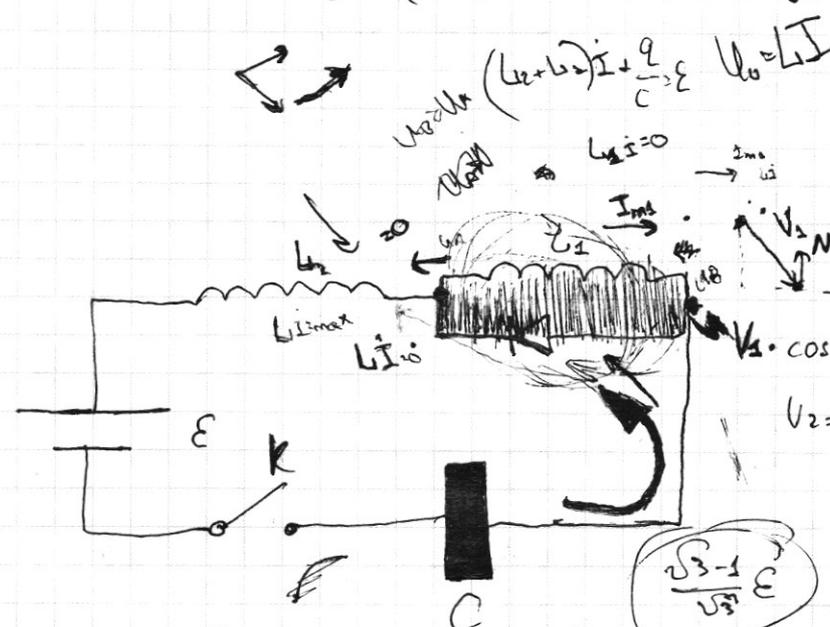
$$2 \gamma R T_K =$$



$$U < V_1 \cdot \cos \alpha + V_2 \cdot \cos \beta = V_1 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} + \frac{\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = V_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{7}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = V_1 \cdot \frac{\sqrt{7} \cdot 2}{4 \cdot 1} = V_1 \cdot \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$\frac{C \cdot \epsilon^2 \cdot (\sqrt{3} - 1)^2}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$



$$\frac{3LI^2}{2} + \frac{C \cdot \epsilon^2}{2} = \frac{1}{3} C \epsilon^2 \cdot \frac{C \cdot \epsilon^2 \cdot (\sqrt{3} - 1)^2}{3} = \frac{LI^2}{2} + 2L \left(\frac{I_{\text{max}} + I}{2} \right)^2$$

$$3LI^2 = C\epsilon^2 \Rightarrow I_{\text{max}} = \sqrt{\frac{C\epsilon^2}{3L}}$$

$$\frac{C U_{\text{max}}^2}{2} + \frac{2LI^2}{2} = \frac{1}{3} C \epsilon^2 U_{\text{max}}$$

$$\frac{1}{2} U_{\text{max}}^2 + \frac{1}{2} \epsilon^2 L = \frac{1}{3} \epsilon^2 U_{\text{max}}$$

$$U_{\text{max}} = \frac{\sqrt{6 \epsilon^2 \cdot 2 \epsilon^2}}{6} = \frac{\epsilon \sqrt{3}}{3}$$

$$3U_{\text{max}}^2 - 6\epsilon U_{\text{max}} + 2\epsilon^2 = 0$$