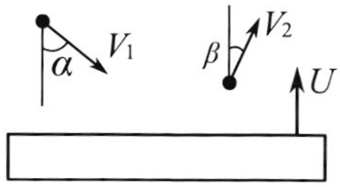
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)



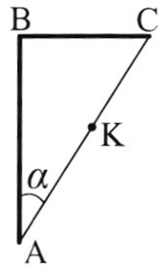
1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.

1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.
$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

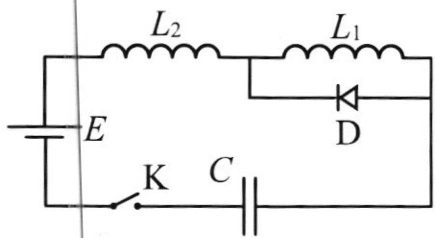
1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?



3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.

1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

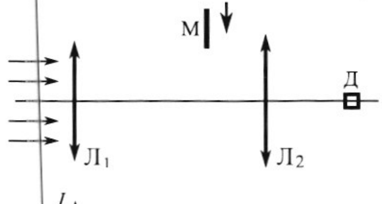
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

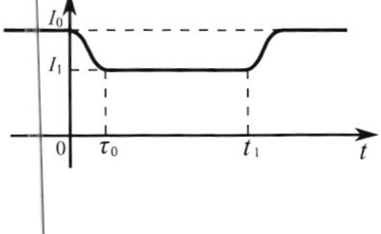


4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

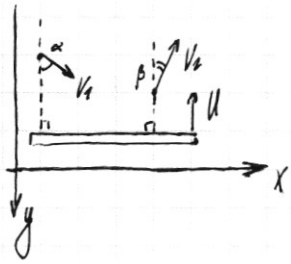
Дано:

$V_1 = 8$ м/с

$\sin\alpha = \frac{3}{4}$

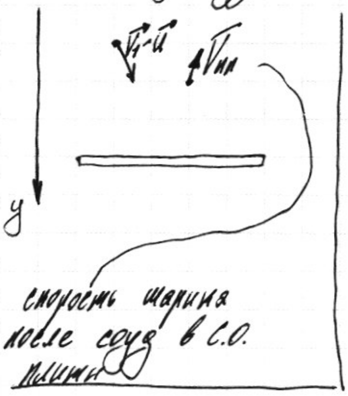
$\sin\beta = \frac{1}{2}$

$V_2, U = ?$



Направим ось x ∥ плите (⊥ её скорости). Т.к. сила соуд. направлена ⊥ O.x (~~...~~) на шарик по O.x не действуют силы ⇒ (~~его им~~) ⇒ проекция импульса шарика на O.x сохраняется ⇒ ⇒ (~~скорость шарика~~) проекция скорости шарика на O.x постоянна ⇒ $V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$ ⇒ $\boxed{V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 8 \cdot \frac{3}{2}\text{ м/с} = 12\text{ м/с}}$

Соуд. неупр. ⇒ кин. энергия сис-мы до удара > кин. энергии сис-мы после. Перейдём в С.О. плиты. Кин. энергия до удара ≠ кин. энергии после ⇒ скорость шарика до соуд. ≠ скорости шарика после (в С.О. плиты).



При переходе в Л.С.О. скорость шарика будет равна $\vec V_{пп} + \vec U$. При ~~проекции~~ проекции на O.y (ось ⊥ O.x) видно, что:

$$V_2 \cos\beta = V_1 \cos\alpha + 2U - c$$

c — часть скорости, потерянной при соударении. Она не может быть больше $V_1\cos\alpha + U$ и меньше 0, иначе соуд. невозможно / оно проходит без потерь.

$$\begin{cases} c = V_1\cos\alpha - V_2\cos\beta + 2U < V_1\cos\alpha + U \\ c = V_1\cos\alpha - V_2\cos\beta + 2U > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U < V_2\cos\beta \\ 2U > V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha \end{cases} \rightarrow \begin{cases} U < 6\sqrt{3}\text{ м/с} \\ U > 3\sqrt{3} - \sqrt{7} \end{cases}$$

1. (прод.)

Ответ: $V_2 = 12$ м/с

$U \in (3\sqrt{3}-\sqrt{7};\ 6\sqrt{3})$

2.

Дано:

$\nu = \frac{3}{7}$

$T_1 = 300K$

$T_2 = 500K$

$C_V = \frac{5}{2}R$

$R = 8,31$

$\frac{V_1}{V_2};\ T_к;\ Q$

V_1 - нач. объём азота.

V_2 - — " — кислорода.

$T_к$ - конечная темп. ~~сис-мы~~ газов.

Q - переданное кислородом азоту тепло.

p - нач. давление газов (их разд. поршень => давл. газов равны)

$pV_1 = \nu R T_1$

$pV_2 = \nu R T_2$

$\Downarrow$

$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}}$

Газы находятся в теплоизолированном сосуде => тепло в сис-ме = const.
Процесс квазистат. => разница давлений в любой момент времени незначительна => работа газов пренебрежимо мала

$\Downarrow$

Внутренняя энергия сис-мы = const (по I-му началу т/д)

$\Downarrow$

$C_V \nu T_1 + C_V \nu T_2 = C_V(\nu+\nu)T_к$

$\boxed{T_к = \frac{T_1+T_2}{2} = 400K.}$

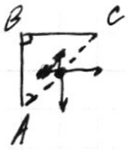
Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$

$T_к = 400K.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.1

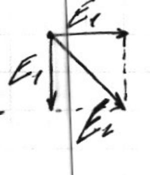
Дано:
$\alpha = \frac{\pi}{4}$
$k = \frac{E_2}{E_1}$



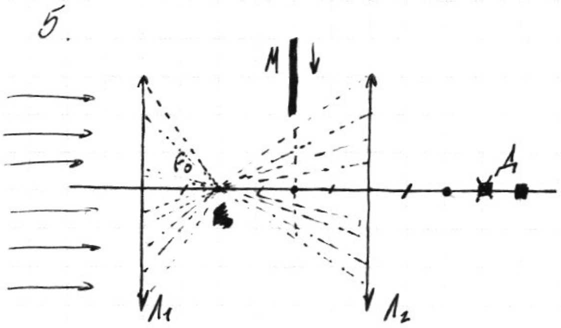
$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow AB = BC$. Из сообр. симметрии напряжённость от BC (E_1) будет равна напряжённости от AB. Также из сообр. симметрии эти напряжённости будут направлены от „центра" соотв. пластин. Тогда сумм. напр-ть E_2 будет равна:

$$\boxed{E_2 = \sqrt{E_1^2 + E_1^2} = \sqrt{2}\,E_1}$$

Ответ: $\boxed{\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}}$



5.



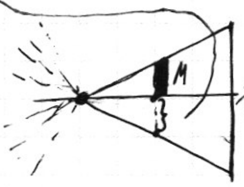
Лучи идущие ∥ главной опт. оси сходятся в т. фокуса $Л_1$, тем самым создавая точечный источник света на расстоянии $2F_0$ от $Л_2$. Тогда, по ф-ле тонкой линзы лучи из этой т. соберутся снова на расстоянии $\boxed{f = \frac{2F_0 \cdot F_0}{2F_0 - F_0} = 2F_0}$ от $Л_2$. В этой т. и находится фотодетектор.

$I_1 = \frac{3}{4} I_0 \Rightarrow$ мишень закрывает $\frac{1}{4}$ часть пучков света. $\Rightarrow$ его диаметр равен $\frac{1}{2}$ диаметра пучка (площади кругов относятся друг к другу как квадраты расстояний). Диаметр пучка $= \frac{D}{2}$ (пучок и $Л_2$ обр. подобные тр-ки) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ диаметр $M = \frac{D}{4} \Rightarrow \boxed{V = \frac{D}{4\tau_0}}$

5. (прод.)

Пока M в этой обл $\left(\frac{D}{2}-\frac{D}{4}\right)$ она будет „закрывать" равное кол-во лучей $\Rightarrow I = const$. Нас интересует время за которое эта обл. будет пройдена.



$$t_1 = T_0 + \frac{\left(\frac{D}{2}-\frac{D}{4}\right)}{V} = T_0 + \frac{D}{4}\cdot\frac{4T_0}{D} = 2T_0$$

~~3.2.~~

~~Дано: $\alpha = \pi/7$, $6_1 = 26$, $6_2 = 6$. Найти: E_k~~

Ответ: $F = 2F_0$

$V = \frac{D}{4T_0}$

$t_1 = 2T_0$

Для I.

$$q = -\varepsilon C\cos(\omega_I t) + \varepsilon C$$

Для II.

$$q = \varepsilon C\cos\left(\omega_{II} t - \pi\frac{\omega_{II}}{\omega_I}\right) + \varepsilon C$$

для II

момент перехода II → I.

$$I = -\varepsilon C\omega_{II}\sin\left(\omega_{II} t_0 - \pi\frac{\omega_{II}}{\omega_I}\right) = 0$$

$$\omega_{II} t_0 - \pi\frac{\omega_{II}}{\omega_I} = 2\pi$$ (фаза равнялась π при первом переходе I → II).

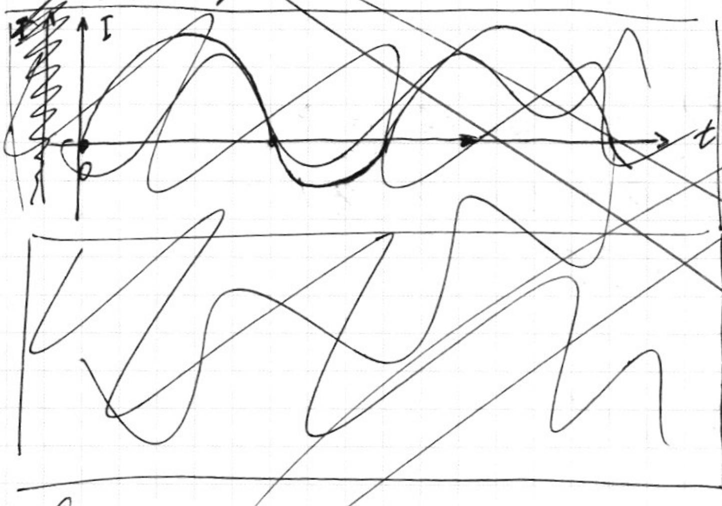
$$t_0 = \frac{\pi}{\omega_{II}}\left(\frac{\omega_{II}}{\omega_I} + 2\right)$$

Тогда общий период.

$$T = \frac{T_I}{2} + t_0 = \frac{\pi}{\omega_I} + \frac{\pi}{\omega_{II}}\left(\frac{\omega_{II}}{\omega_I} + 2\right) = \frac{2\pi}{\omega_I} + \frac{2\pi}{\omega_{II}} = 2\pi\left(\sqrt{L_0 C} + \sqrt{L_2 C}\right) =$$

$$= 2\pi\left(\sqrt{(L_1+L_2)C} + \sqrt{L_2 C}\right).$$

$$I_{m1} = \max\left(\varepsilon C\omega_I \sin(\omega_I t) \text{ для } t\in\left[0; \frac{T_I}{2}\right];\ -\varepsilon C\omega_{II}\sin\left(\omega_{II} t - \pi\frac{\omega_{II}}{\omega_I}\right) \text{ для } t\in\left[\frac{T_I}{2}; T\right]\right).$$

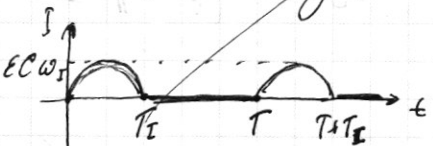


$$\omega_I = \sqrt{\frac{1}{L_1 C}} < \sqrt{\frac{1}{L_2 C}} = \omega_{II}$$

$$\Downarrow$$

$$I_{m1} = \varepsilon C\omega_{II} = \varepsilon C\sqrt{\frac{1}{L_2 C}} = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

Для I_{m2} ситуация аналог., однако нет тока в положении II.



$$\Rightarrow I_{m2} = \varepsilon C\omega_I = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

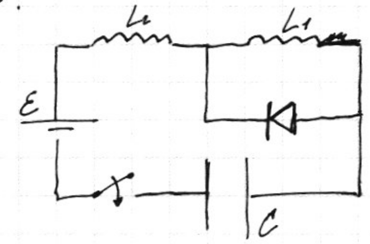
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



I - ток в цепи

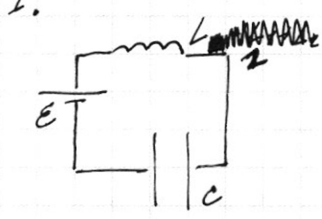
q - заряд конденсатора

$\omega_I = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$

$\omega_{II} = \sqrt{\frac{1}{L_0 C}}$ $(L_0 = L_1 + L_2)$

T_I - период колебаний I $\left(T_I = \frac{2\pi}{\omega_I}\right)$ аналог. для T_{II}

I.



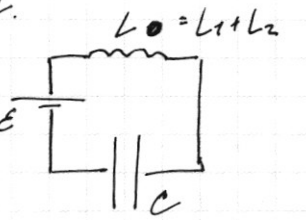
Для I.

$\mathcal{E} = \dot{I} L_2 + \frac{q}{C} \Rightarrow \ddot{q} + \omega_I^2 q = \mathcal{E}\omega_I^2 C.$

$q(t=0) = 0 \quad I(t=0) = 0 \Rightarrow q = -\mathcal{E}C\cos(\omega_I t) + \mathcal{E}C.$

ток отр. при $t = \frac{T_I}{2}$

II.



Когда ток становится отр. (течёт против. ч. стр.) система переходит из I в II и наоборот.

Для II.

$q\left(t = \frac{T_I}{2}\right) = -\mathcal{E}C\cos(\pi) + \mathcal{E}C = 2\mathcal{E}C$

$I\left(t = \frac{T_I}{2}\right) = \mathcal{E}C\omega_I \sin(\pi) = 0$

$\ddot{q} + \omega_{II}^2 q = \mathcal{E}\omega_{II}^2 C$

$q\left(t = \frac{T_I}{2}\right) = A\cos\left(\omega_{II}\frac{\pi}{\omega_I} + \varphi_{II}\right) + \mathcal{E}C = 2\mathcal{E}C$

амплитуда колебаний II.

$I\left(t = \frac{T_I}{2}\right) = -A\omega_{II}\sin\left(\omega_{II}\frac{\pi}{\omega_I} + \varphi_{II}\right) = 0 \Rightarrow \sin\left(\omega_{II}\frac{\pi}{\omega_I} + \varphi_{II}\right) = 0 \Rightarrow \varphi_{II} = -\pi\frac{\omega_{II}}{\omega_I}$

$A = \mathcal{E}C$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

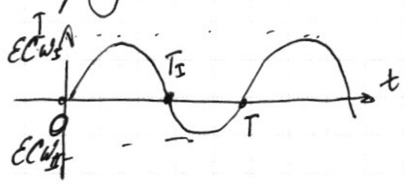
~~4. (прод.)~~

~~Ответ:~~ $\cancel{T = 2\pi\left(\sqrt{L_1+L_2} + \sqrt{L_1}\right)\sqrt{C}}$

$\cancel{I_{m1} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1}}}$

$\cancel{I_{m2} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}}$

4. (прод.)



$$\omega_I = \sqrt{\frac{1}{CL_2}} > \sqrt{\frac{1}{CL_0}} = \omega_{II}$$

$$\left.\begin{aligned} I_{mI} &= \mathcal{E}C\omega_I \\ I_{mII} &= \mathcal{E}C\omega_{II} \end{aligned}\right\}$$

Ответ: $T = 2\pi\left(\sqrt{L_1+L_2} + \sqrt{L_1}\right)\sqrt{C}$

$\boxed{\cancel{I_{m2} = \sqrt{\frac{C}{L_2}}}}$

$I_{m1} = \sqrt{\frac{C}{L_1}}$

$I_{m2} = \sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$p_1 V_1 = \nu R T_1$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

$Q_{вн} = const$

$\Downarrow$

$\Delta U = 0$

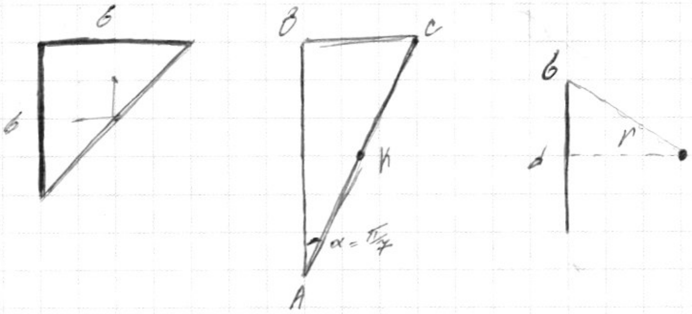
$\Downarrow$

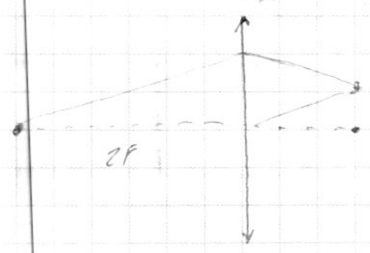
$\frac{5}{2} \nu T_1 + \frac{5}{2} \nu T_2 = \frac{5}{2} \cdot 2\nu \cdot T_к$

$p \cdot 0{,}1V$

$\Delta U_1 = A + Q = p \Delta V + \quad Q$

$C_V \nu \Delta T$





$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

$\frac{1}{2F} + \frac{1}{2F} = \frac{1}{F}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}$

$\frac{1}{f} = \frac{d-F}{Fd}$

$f = \frac{Fd}{d-F}$

$\frac{1}{4} = \frac{S_{вну}}{S_{вне}} = \frac{D_{вну}^2}{D_{вне}^2} =$

$D_{вну} = \frac{1}{2} D_{вне}$

$dE = \frac{\lambda dl}{2\pi r \varepsilon_0}$

$E = \int_{-l}^{l} \frac{\rho dl}{2\pi\varepsilon_0 (r^2+l^2)} \frac{r}{\sqrt{r^2+l^2}}$

$2\pi r l E = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$

$E = 2\int_0^{l/2} ($

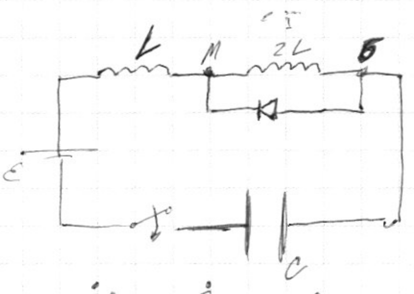
$E = 2\int_0^{l} \frac{\rho r\, dl}{2\pi\varepsilon_0 (r^2+l^2)^2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

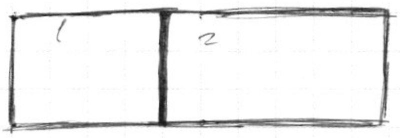
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

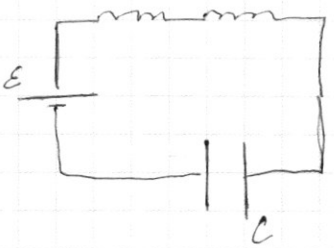


3.2 2.3 4

$\dot{I}L_1 + \dot{I}L_2 + \frac{q}{C} = \varepsilon$

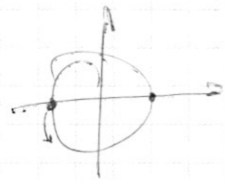


$Q = C_V \Delta T - \int_1^2 p\,dV = C_V \Delta T - \int_1^2 \frac{\partial RT}{V}\,dV$



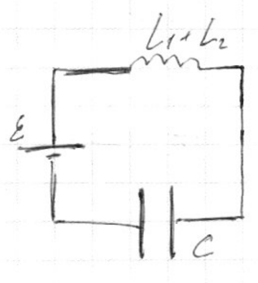
$\varepsilon = \dot{I}L_1 + \dot{I}L_2 + \frac{q}{C}$

$\ddot{q} + \frac{q}{C(L_1+L_2)} = \frac{\varepsilon}{L_1+L_2}$



$q(t=0) = 0 = A\cos(\omega t + \varphi_0) + C\varepsilon$

$\ddot{q}(t=0) = \frac{\varepsilon}{L_1+L_2} = A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0)$

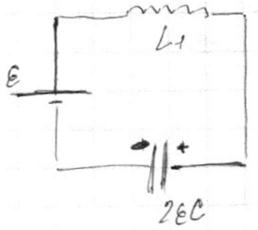


$\omega = \sqrt{\frac{1}{(L_1+L_2)C}}$

$\ddot{q} + \omega^2 q = C\varepsilon\omega^2$

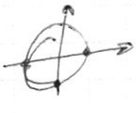
$q(t=0) = 0$

$q = A\cos(\omega t) + \varepsilon C$



$q = \varepsilon C\cos(\omega t + \pi) + \varepsilon C$

$\dot{q} = \varepsilon C\omega\sin(\omega t) + 0$



$\ddot{q} = \varepsilon C\omega^2\cos(\omega t)$

$q = \varepsilon C\,(1 + 1) = 2\varepsilon C$