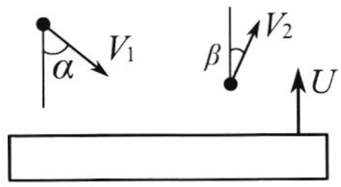
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-04**

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \frac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \frac{3}{5}\right)$ с вертикалью.



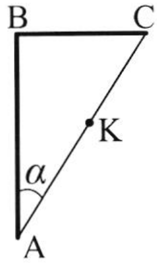
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

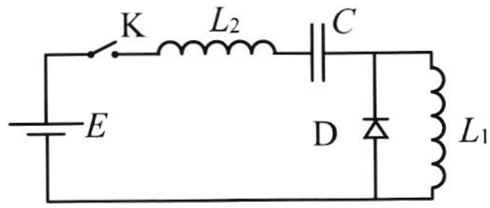
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

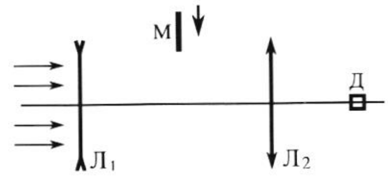
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

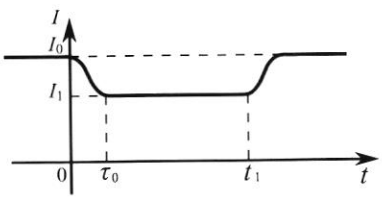
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от $Л_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$





.

1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$v_1 = 18$ м/с

$\sin(\alpha) = \frac{2}{3}$

$\sin(\beta) = \frac{3}{3}$

1) $v_2 = ?$

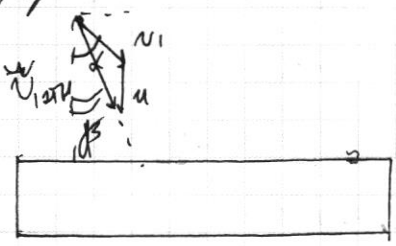
2) $u = ?$

① Перейдём в СО плиты:

По закону сложения скоростей: $\vec{v}_1 = \vec{u} + \vec{v}_{1отн} \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{v}_{1отн} = \vec{v}_1 - \vec{u}$

Рассм. шарик в момент соударения:



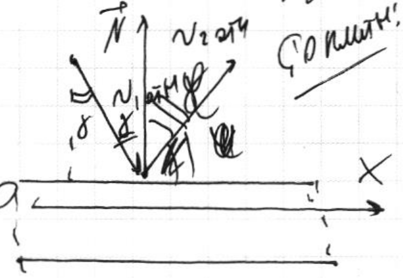
Пусть γ – угол под которым упал шарик в СО плиты:

Рассм. треугольник скоростей

Видно, что

$v_1 \sin(\alpha) = v_{1отн}\cdot \sin(\gamma)$

② Плита массивная, поэтому её скорость не изменяется в момент соударения и эту плиту можно считать ИСО:



СО плиты! Пусть $v_{2отн}$ – скорость шара отн. плиты после соударения, а φ – угол под которым шарик отскочил в ИСО плиты!

В момент соударения для шарика: $m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{N}$

но в проекции на ось x: $m\frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow$

Импульс шарика в проекции на ось x сохраняется.

$\Rightarrow m v_{1отн} \sin(\gamma) = m v_{2отн}\cdot \sin(\varphi)$, но $v_1 \cdot \sin(\alpha) = v_{1отн}\cdot \sin(\gamma)$

$\Rightarrow \boxed{v_1 \cdot \sin(\alpha) = v_{2отн}\cdot \sin(\varphi)}$

(3.) Перейдём в СО земли после соударения:

По ЗСС: $\vec{v}_2 = \vec{u} + \vec{v}_{2\,отн}$

Из треугольника скоростей видно, что

$v_{2\,отн} \cdot \sin(\varphi) = v_2 \cdot \sin(\beta)$, но

$v_{2\,отн} \cdot \sin(\varphi) = v_1 \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow$

$\Rightarrow v_1 \cdot \sin(\alpha) = v_2 \cdot \sin(\beta) \Rightarrow \boxed{v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}}$

$v_2 = 18 м/с \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = 18 \cdot \frac{10}{9} м/с = 2 \cdot 10 м/с = 20 м/с$

(4.) Т.к. соударение неупругое, то после него шарик мог прилипнуть к плите $\Rightarrow$ нам надо найти такое u, что шарик отскочет после соударения.

По закону изменения мех. энергии для системы

"шар + плита": $\frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + Q$ — если шар отскочет;

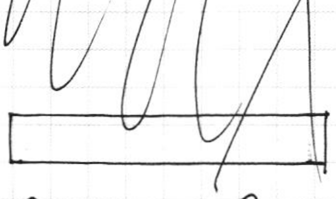
Если же шар не отскочет:

$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = \frac{(M+m)u^2}{2} + Q$;

Запишем закон изменения импульса для системы "шарик + плита": m — масса шарика

M — масса плиты

СО Земли:



СО плиты: в СО плиты после соударения шарик прилипнет:

$\Rightarrow$ в проекции на ось x:

$m v_{1\,отн} \cdot \sin\gamma > 0$!

Запишем закон изменения импульса на ось

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

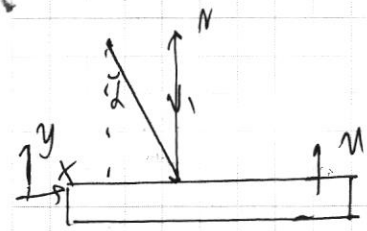
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) Т.к. соударение неупругое, то после удара мячик мог прилипнуть к плите, чтобы такого не произошло на скорость u должны быть наложены ограничения!

Сказано, что плита движется с пост. скоростью u => на неё кто-то действует, оказывая такое влияние => нет смысла рассматривать силы, действующие на плиту!

Рассмотрим силы, действующие на плиту в двух СО:

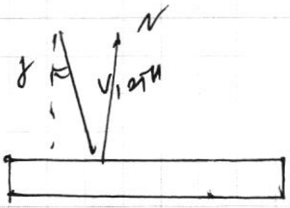
СО земли:



y: $m\,dv_y = N\,dt$

$-m v_1 \cos(\alpha) - m u = \int N\,dt$

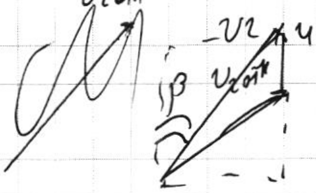
СО плиты:



y: $m\,dv_{1отн \cdot y} = N\,dt$

$-m v_{1отн} \cdot \cos(\gamma) = \int N\,dt$

После соударения: требуется, чтобы скорость шарика отн. плиты не равнялась 0! Закон сложения скоростей после соударения:



=> условие того, что $u \neq v_2$:

$\boxed{v_2 \cos(\beta) > u}$ $\quad v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$

$\Rightarrow v_1 \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \cos(\beta) > u \Rightarrow \boxed{u < v_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta)}}$

$\cos(\beta) = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$ $\rightarrow u < 18\,\text{м/с} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow$

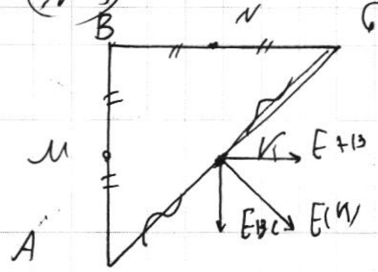
$\Rightarrow u < 18 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}$ $\quad u < 16$ м/с

Ответ: 1) $v_2 = 20$ м/с; 2) $u < 16$ м/с.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

① Вначале

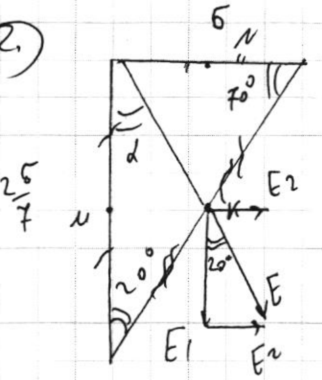
№3



$E(N) = E \cdot \sqrt{2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{E_{кон}}{E_{нач}} = \frac{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{2}}{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}} = \sqrt{2}$

②



$tg(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot 7 = \frac{7}{2}$

$\frac{49}{4} + 1 \quad \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$

$\frac{53}{4} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{53}}$

$\sin(\alpha) = \frac{7}{\sqrt{53}}$

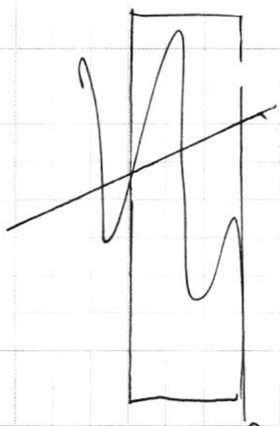
$\sin(60^\circ) = \sin(3 \cdot 20^\circ) =$

$= 3\sin(\alpha) - 4\sin^3(\alpha)$

$\sin(20^\circ) = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = 0\ ?$

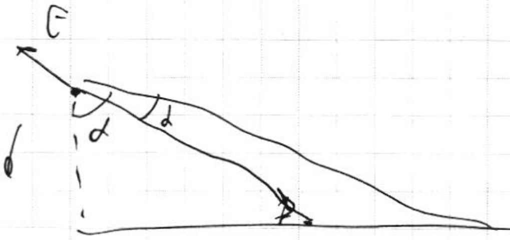
$4\sin(\alpha) - 3\sin^3(\alpha) \quad \sin(3\alpha) = 3\sin(\alpha) - 4\sin^3(\alpha)$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sin(\alpha) - 4\sin^3(\alpha)$



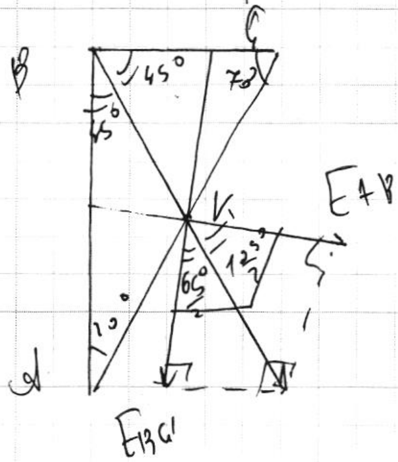
$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9} = \frac{9\pi - 2\pi}{18} = \frac{7\pi}{18}$

Для нити:



$180^\circ - 70^\circ - \frac{10^\circ}{45^\circ} = 110^\circ - 45^\circ = \frac{65^\circ}{2} =$

$180^\circ - 45^\circ - 20^\circ = 180^\circ - 65^\circ = \frac{135^\circ}{2}$



$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot AB \cdot \frac{7\pi}{18} \cdot \frac{2\sigma}{7 \cdot 2\varepsilon_0}$

$E_{BG} = BG \cdot \frac{\pi}{9} \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№2

$\nu = \frac{3}{5}$ моль

$T_1 = 320$ K

$T_2 = 400$ K

$i = 3$

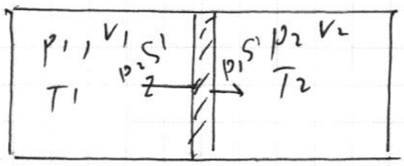
$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$

1) $\frac{V_1}{V_2} = ?$

2) $T = ?$

3) $Q = ?$

(1.) Рассм. газы в нач. сост:



на поршень действуют силы $p_1 S$ и $p_2 S$, но в начале поршень покоится $\Rightarrow$ $\boxed{p_1 = p_2}$

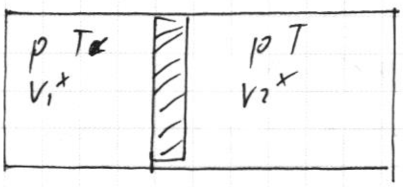
(2.) По ур-ию Клапейрона – Менделеева

Аргон: $p_1 V_1 = \nu R T_1$

Криптон: $p_2 V_2 = \nu R T_2$ $\Rightarrow \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{320}{400} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

(3.) Рассм. поршень в новом установивш. состоянии:



p – новое установивш. давление

V_1^+ и V_2^+ – новые объёмы

Аргон: $p V_1^+ = \nu R T$

Криптон: $p V_2^+ = \nu R T$

(4.) Запишем первое начало термодинамики для

Аргона: $0 = A_{Ar} + \frac{3}{2} \nu R (T - T_1)$

Криптона: $0 = A_{кр} + \frac{3}{2} \nu R (T - T_2)$, $A_{Ar} = -A_{кр} \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{3}{2} \nu R (T - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T - T_2) \Rightarrow -T + T_1 = T - T_2$

$\Rightarrow 2T = T_1 + T_2 \Rightarrow \boxed{T = \frac{T_1 + T_2}{2}}$ $T = \frac{320 + 400}{2}$ К $=$

$= \frac{720}{2}$ К $= 360$ К

(5.) Кол-во теплоты, которое получил Аргон от Криптона есть изменение внутр. энергии Аргона:

$Q = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot 8{,}31 \cdot (360 - 320)$ Дж $=$

$= \frac{9}{10} \cdot 8{,}31 \cdot 40$ Дж $= 36 \cdot 8{,}31$ Дж $\approx 299{,}16$ Дж

$8{,}31 \times 36$: 4986 + 2493 = 299,16

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = 0{,}8$; 2) $T = 360$ K; 3) $Q = 299{,}16$ Дж

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

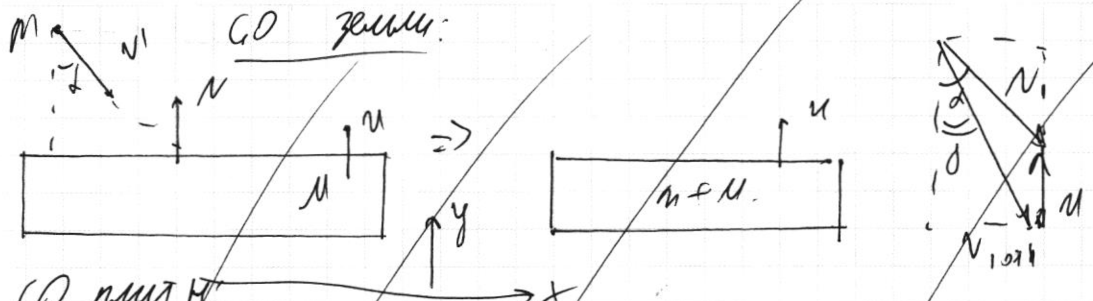
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

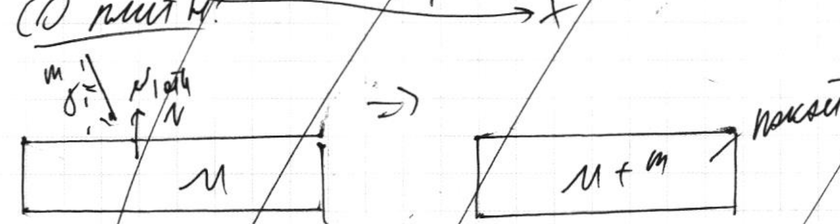
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

СО земли:



СО плиты:



в СО земли

По закону изменения импульса на ось y для шарика:

$-mv_1\cos(\alpha) \cancel{+} mu = N\cdot\tau$, τ – время соударения

В СО плиты N – сила действ. в мом. соуд.

$mv_{1отн}\cos(\gamma) = N\cdot\tau \Rightarrow mv_1\cos(\alpha) + mu = mv_{1отн}\cos(\gamma)$

$v_1\cos(\alpha) + u = v_{1отн}\cos(\gamma)$

☑ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №7

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

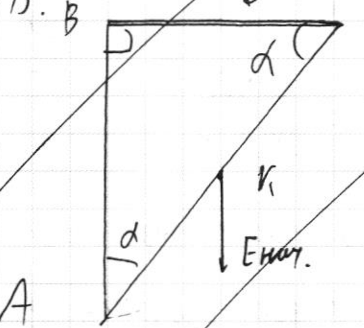
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

1) $\frac{E_{кон}}{E_{нач}} = ?$

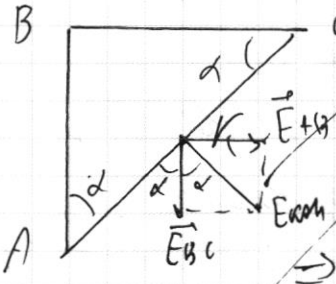
1. Рассм. ситуацию до того как зарядили AB:

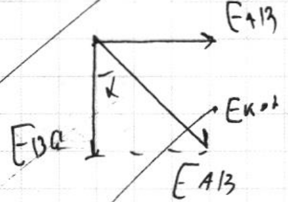


можно считать, что пластина BC' создаёт электростат. поле

$$\boxed{E_{BC} = \frac{б}{2\varepsilon_0} = E_{нач}}$$

После того как зарядили AB $\vec{E_\Sigma} = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}$ по принципу суперпозиции полей (также заметим, что $\angle ABC$ – равноб);





из рисунка видно, что

$$E_{кон} = \frac{E_{BC}}{\sin\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}\, E_{нач}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{E_{кон}}{E_{нач}} = \sqrt{2}} \Rightarrow \text{увеличится в } \sqrt{2} \text{ раз.}$$

2.

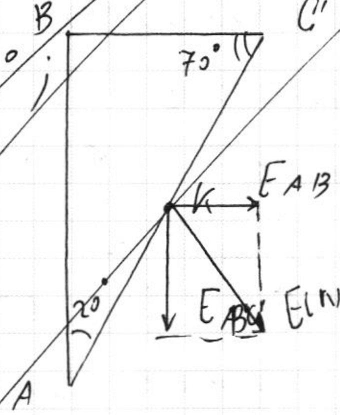
$б_{BC} = б$

$б_{AB} = \frac{2б}{7}$

$\alpha = \frac{\pi}{9}$

$E(K) = ?$

$\frac{\pi}{9} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$



2) По принципу суперпозиции полей:

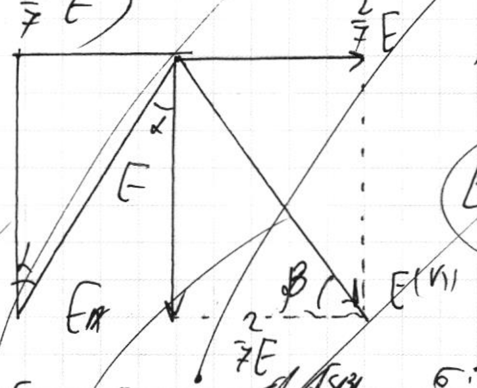
$\vec{E}(K) = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}$

Т.к. $BC' \perp AB \Rightarrow$

$\Rightarrow E_{BC} \perp E_{AB}$;

(3.) Пусть $E = \frac{6}{2\varepsilon_0}$; тогда $E_{19C} = E$;

$E_{4B} = \frac{6}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7} E$



Пусть β – угол такой, что:

$E(K) = \sqrt{E^2 + E^2\frac{4}{49}} =$

$= E\sqrt{1 + \frac{4}{49}} =$

$= E\frac{\sqrt{53}}{7} = \frac{6}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{\sqrt{53}}{7}$

Ответ: 1) $\frac{E_{кон}}{E_{нач}} = \sqrt{2}$; 2) $E(K) = \frac{6 \cdot \sqrt{53}}{14\varepsilon_0}$.

№4

E

$L_1 = 5L$

$L_2 = 4L$

C D

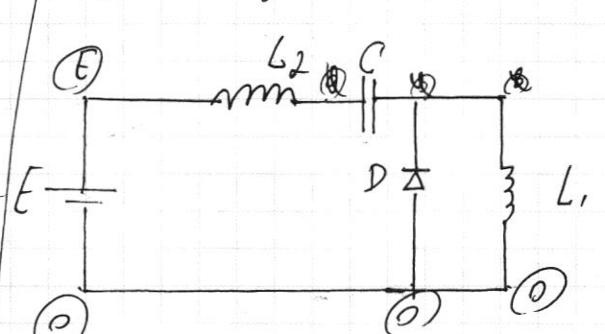
1) $T = ?$

2) $I_{01} = ?$

2) $I_{02} = ?$

(1) Рассм. цепь сразу после замыкания ключа:

здесь и далее используем метод узловых потенциалов.



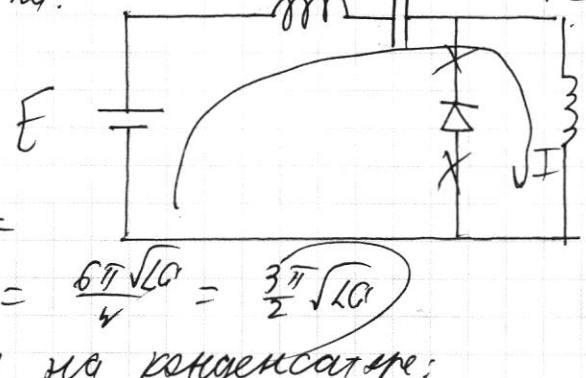
Напряжение на конденс. скачком не появится, так на катушках скачком не появится

Для тех пор пока конденсатор не зарядится до максимального напряжения

ток через диод не будет идти => диод закрыт: =>

=> наша цепь эквивалентна:

цепь(1)



так происходит в течение одной четверти периода:

$T_1 = 2\pi\sqrt{L_{экв} \cdot C} = 2\pi\sqrt{9L \cdot C} =$

$= 6\pi\sqrt{LC} \Rightarrow t_1 = \frac{T'}{4} = \frac{6\pi\sqrt{LC}}{4} = \frac{3\pi}{2}\sqrt{LC}$

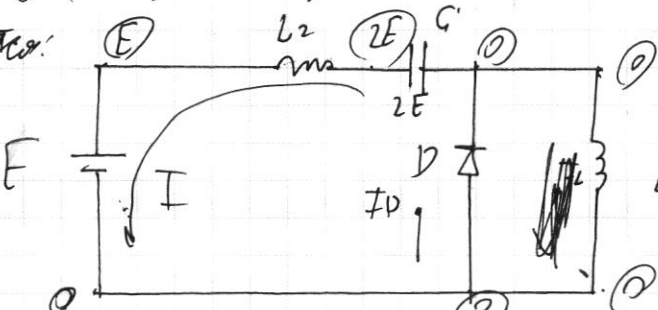
(2.) Найдём макс. напряжение на конденсаторе:

По ЗСЭ: $A_{ист} = \Delta W \Rightarrow CU \cdot E = \frac{CU^2}{2} \Rightarrow E = \frac{U}{2} \Rightarrow U_{max} = 2E$

После этого конденсатор начинает разряжаться

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассм. цепь в момент, когда конденсатор только начинает разряжаться:



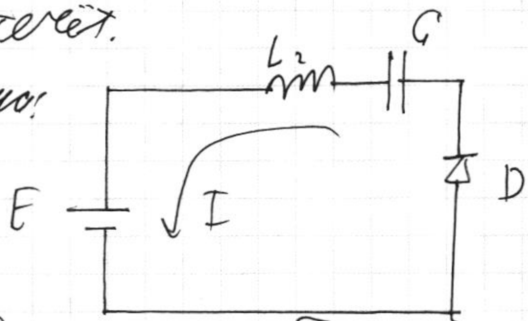
Теперь диод D открыт и через него идёт ток => $U_D = 0 = const$

=> Это говорит о том, что напряжение на катушке L_1 тоже постоянно и равно $U_{L_1} = U_D = 0$:

известно, что $U_{L_1} = L_1 \cdot \frac{dI}{dt}$, но если $U_{L_1} = 0 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow$

=> когда конденсатор разряжается ток через катушку L_1 не течёт.

Цепь эквивалентна:



Цепь (2)

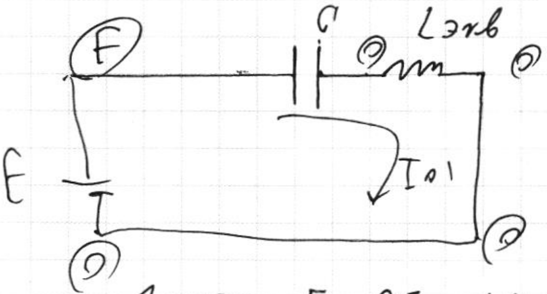
и так происходит.

в течение половины периода T_2: $t_2 = \frac{T_2}{2} = \frac{2\pi\sqrt{L_2 C}}{2} = \frac{2\pi\sqrt{4LC}}{2} = \frac{4\pi\sqrt{LC}}{2} = 2\pi\sqrt{LC}$

3. После этого конденсатор начнёт заряжаться в течение времени $2t_1 = 2 \cdot \frac{3\pi}{2}\sqrt{LC} = 3\pi\sqrt{LC}$ => найдут колебания период которых $T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = 3\pi\sqrt{LC} + 2\pi\sqrt{LC} = 5\pi\sqrt{LC}$

4. Найдем макс. ток, текущий через катушку L_1:

наша цепь эквивалентна Цепи (1), в момент, когда $I_{01} = I_{max}$ напряжения на катушках равны 0:



Заметим, что в такой цепи ток, текущий через 2, равен току через L_2!

ЗСЭ: $A_{ист} = \Delta W$;

$A_{ист} = E \cdot CE$; $W_K = \frac{CE^2}{2} + \frac{L_{экв} \cdot I_{01}^2}{2}$; $W_0 = 0$

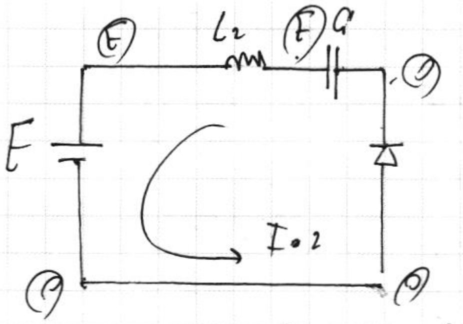
$$CE^2 = \frac{CE^2}{2} + \frac{9L \cdot I_{01}^2}{2} \Rightarrow \frac{CE^2}{2} = \frac{9L I_{01}^2}{2} \Rightarrow CE^2 = 9L I_{01}^2$$

$$\Rightarrow I_{01}^2 = \frac{E^2}{9} \cdot \frac{C}{L} \Rightarrow \boxed{I_{01} = \frac{E}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

5. Максимальные токи через катушку L_2 могут быть как в цепи (1) так и в цепи (2)

в цепи (1) такой ток равен $I_{01} = \frac{E}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}$.

Рассм. цепь (2) в момент, когда $I_{02} = I_{max} \Rightarrow U_{L2} = 0$.



$\Rightarrow$ По ЗСЭ:

$A_{ист} = \Delta W$;

$A_{ист} = 2CE - CE = CE$

$\Delta W = \frac{CE^2}{2} + \frac{L_2 I_{02}^2}{2} - 0$

$$CE^2 = \frac{CE^2}{2} + \frac{4L I_{02}^2}{2} \Rightarrow \frac{CE^2}{2} = \frac{4L I_{02}^2}{2} \Rightarrow CE^2 = 4L I_{02}^2$$

$\Rightarrow I_{02}^2 = \frac{E^2}{4} \cdot \frac{C}{L} \Rightarrow I_{02} = \frac{E}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$, видим, что

$I_{02} > I_{01} \Rightarrow I_{02}$ — действительно макс. ток, текущий через катушку L_2 в процессе колебаний.

Ответ: 1) $T = 5\pi\sqrt{LC}$; 2) $I_{01} = \frac{E}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}$; 3) $I_{02} = \frac{E}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

F_0 D

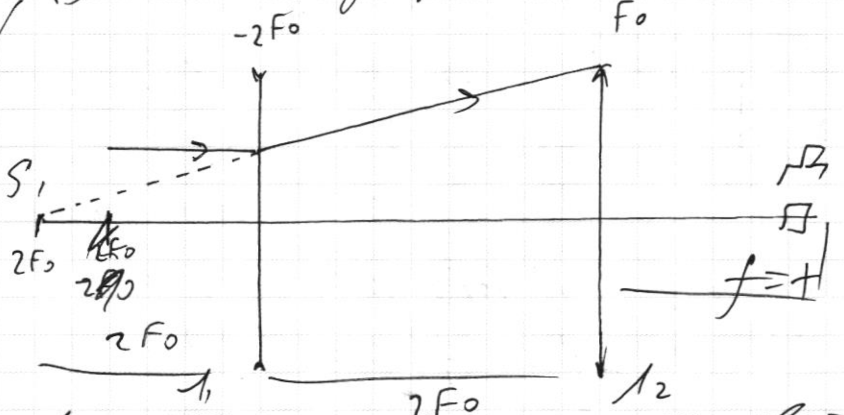
T_0

1) $F = ?$

2) $v = ?$

3) $t_1 = ?$

① Рассм. ход лучей в оптической системе:



На линзу $Л_1$ падает паралл. пучок света ⇒

⇒ Он должен преломиться так, чтобы его продолжения попали в фокус линзы $Л_1$:

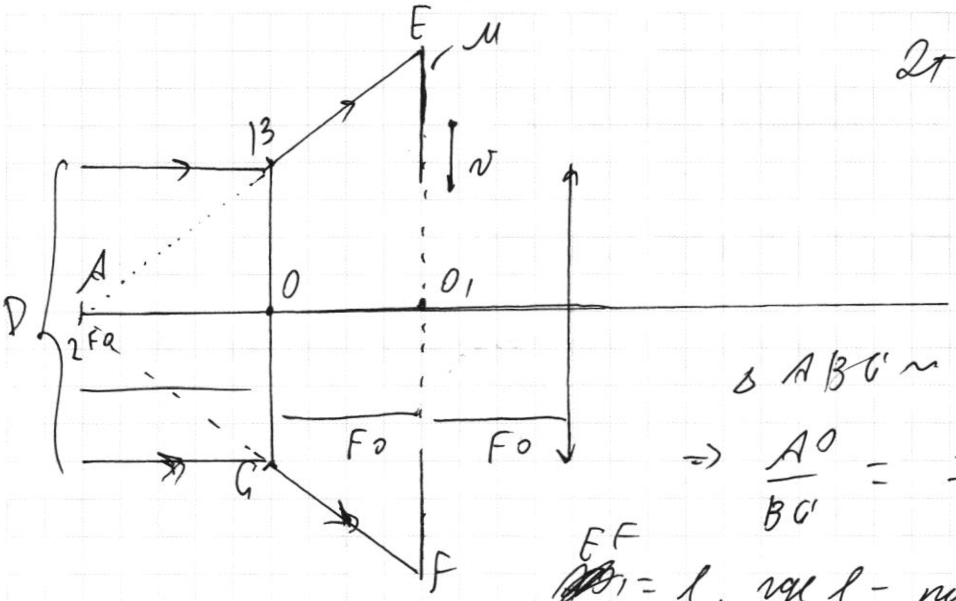
② Пусть S_1 — действ. предмет для линзы $Л_2$, тогда по ф-ле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}; \qquad d = 2F_0 + 2F_0 = 4F_0 \Rightarrow \frac{1}{F_0} = \frac{1}{4F_0} + \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{F_0} - \frac{1}{4F_0} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{4-1}{4F_0} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{3}{4F_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = \frac{4F_0}{3}, \text{ но } f = F \Rightarrow \boxed{F = \frac{4F_0}{3}}$$

③ Рассм. теперь оптич. систему с движением мишени: Понятно, что пока мишень перекрывает ход некоторых лучей, то интенсивность света будет меньше



От момента τ_0 до t_1 мишень будет полностью перекрывать лучи, попавшие на неё

$\Delta ABC \sim \Delta AEF$;

$\Rightarrow \frac{AO}{BC} = \frac{AO_1}{EF}$, $AO = 2F_0$, $BC = D$

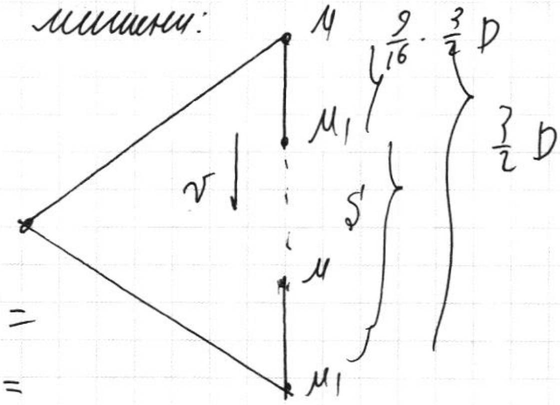
$EF = l$, где l − путь пройденный мишенью M от τ_0 до t_1; $AO_1 = 3F_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2F_0}{D} = \frac{3F_0}{l} \Rightarrow \left(l = \frac{3F_0}{2F_0} D = \frac{3}{2} D\right)$

3) Нам также сказано, что когда мишень перекрывала лучи, то интенсивность света уменьшилась от $\frac{16}{16}$ до $\frac{7}{16} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ длина мишени − это $\frac{9}{16}$ от l

Рассм. движение мишени: от τ_0 до t_1



Путь пройденный точкой M_1:

$S' = \frac{3}{2} D - \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{16} D =$

$= \frac{3}{2} \cdot D \cdot \frac{7}{16} D =$

$= \frac{21}{32} D$, с другой стороны: $\boxed{S' = v \cdot (t_1 - \tau_0)}$

С другой стороны за время τ_0 мишень прошла путь

$S^+ = v \cdot \tau_0 = \frac{9}{16} \cdot \frac{3}{2} D \Rightarrow \boxed{v = \frac{27 D}{32 \tau_0}}$

$\frac{21}{32} D = \frac{27 D}{32 \tau_0} (t_1 - \tau_0) \Rightarrow \frac{21}{27} \tau_0 = t_1 - \tau_0 \Rightarrow t_1 = \tau_0 + \frac{7}{9} \tau_0 \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{16}{9} \tau_0}$

Ответ: 1) $f = x = \frac{4F_0}{3}$; 2) $v = \frac{27 D}{32 \tau_0}$; 3) $t_1 = \frac{16}{9} \tau_0$.

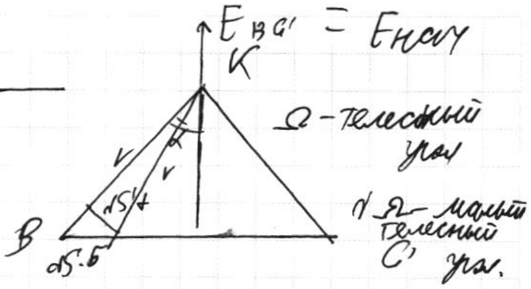
№3 (1) Рассм. △ KBC':

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

$E = ?$

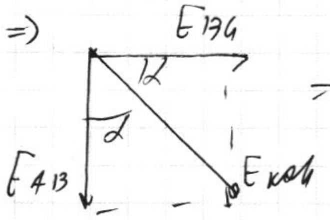
$dE = \frac{k\,dq}{r^2} = \frac{k\sigma\, dS}{r^2} =$

$= k\sigma\, d\Omega \Rightarrow$



$\Rightarrow E_{нач} = k\sigma \int_0^{\Omega} d\Omega = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\sigma\cdot 2\pi(1-\cos(\alpha)) =$

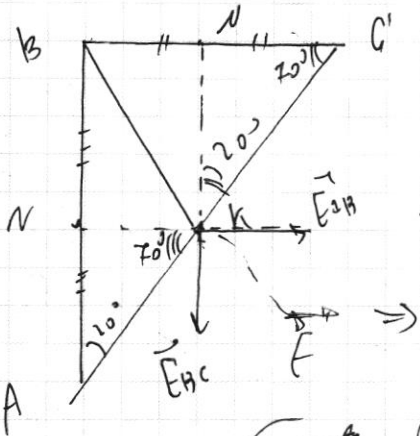
$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos(\alpha))$; Такое же поле в первой ситуации создаёт и AB $\Rightarrow$



$\Rightarrow E_{кон} = \sqrt{2}\cdot E_{BC} = \sqrt{2}\cdot E_{нач}$

$\Rightarrow \frac{E_{кон}}{E_{нач}} = \sqrt{2}$

(2) $E = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}$ (по принципу суперпозиции полей)



$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos(20°))$

$E_{AB} = \frac{2}{7}\sigma\cdot\frac{1}{2\varepsilon_0}(1-\cos(70°))$

Т.к. $BC' \perp AB \Rightarrow E_{BC} \perp E_{AB} \Rightarrow$

$\Rightarrow E^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2$

$E = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos 20°)\right)^2 + \left(\frac{2}{7}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos 70°)\right)^2} =$

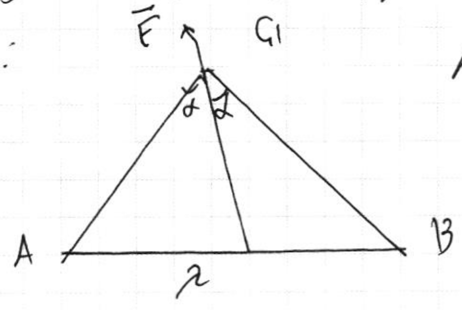
$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{(1-\cos 20°)^2 + \frac{4}{49}(1-\cos 70°)^2}$

Ответ: 1) $\frac{E_{кон}}{E_{нач}} = \sqrt{2}$; 2) $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{(1-\cos 20°)^2 + \frac{4}{49}(1-\cos 70°)^2}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (б) 1. Рассм. поле, создаваемое равном. заряж. нитью

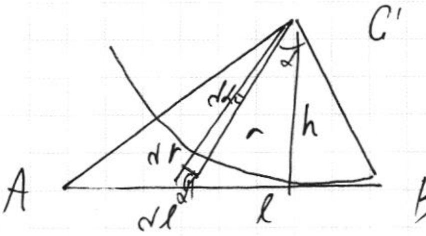
$\lambda = \frac{dq}{dl}$.



результ. напр. поля направлено по бисс. угла C'

Аналогично для плоскостей, только вместо $\lambda \to \sigma$:

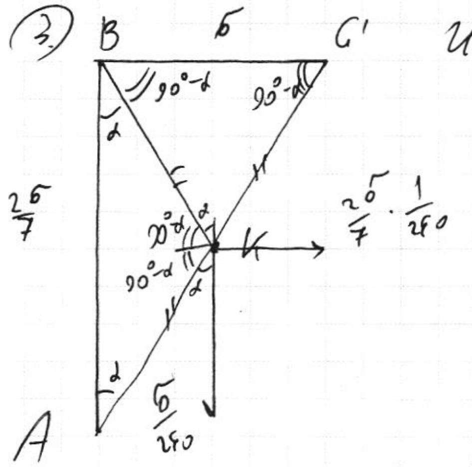
2. Док-во:



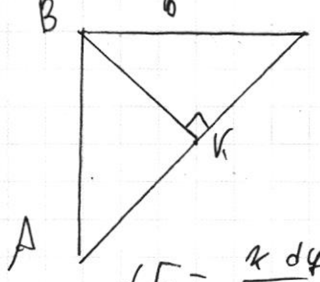
$$dE = \frac{k\,dq}{r^2} = \frac{k\,dl\cdot\lambda}{r^2} = \frac{k\lambda\,dr}{r^2\cos(\alpha)} = \frac{k\lambda\,d\alpha}{h\,r} = \frac{k\lambda}{h}dx$$, dx – маленькая дуга окр $\Rightarrow$

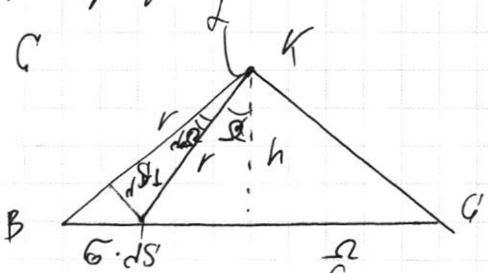
результ. напр. поля направлено вдоль оси симметрии дуги окр. AB, т.е. по биссектрисе.

3.



Из св-ва прямоуг. треуг.: $BK = KC' = KA$;





$$dE = \frac{k\,dq}{r^2} = \frac{k\,\sigma\,dS'}{r^2} = k\sigma\int_0^{\Omega} d\Omega$$

$$\Omega = 2\pi(1-\cos(\alpha)) = 2\pi\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow E = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\cdot 2\pi\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos(\alpha))$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

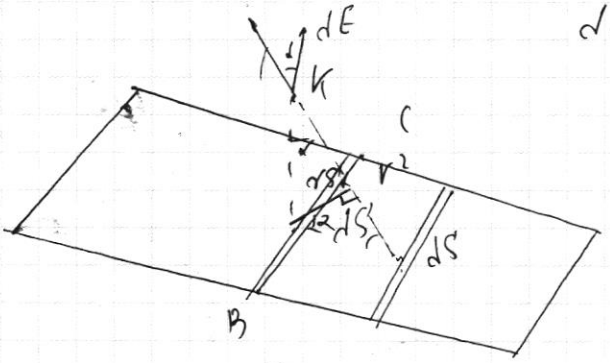
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

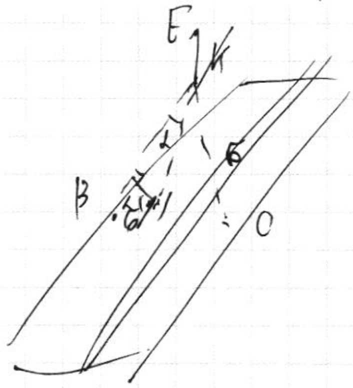
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$dE = \frac{k\sigma dS'}{r^2} = k\sigma \frac{dS'}{r^2 \cos\alpha}\cos\alpha = k\sigma d\Omega$$





☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)