Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

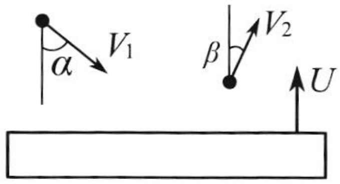
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 18 м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{3}{5} \right)$ с вертикалью.



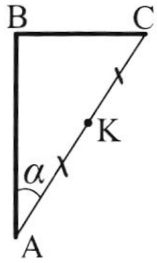
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона T_1 = 320 К, а криптона T_2 = 400 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

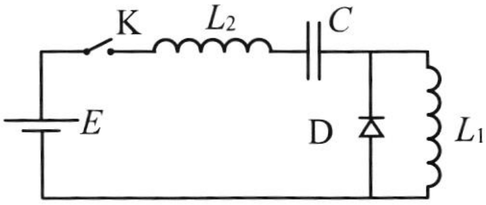
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

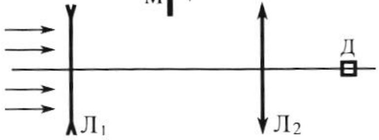
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

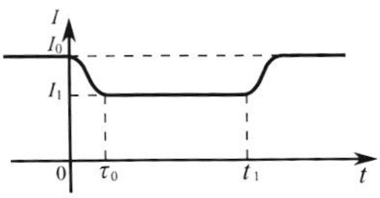
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$



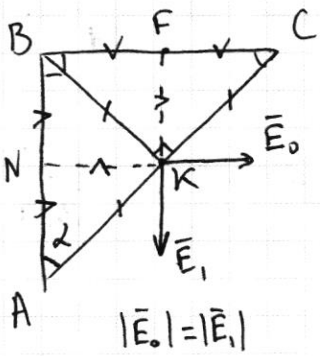


1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

1) 

$|\bar{E}_0| = |\bar{E}_1|$

$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \triangle ABC$ - равнобедр, прямоуг

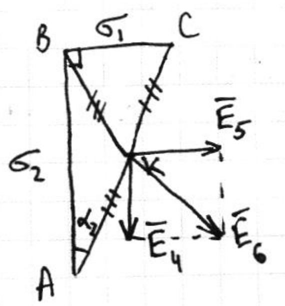
$NK = FK$

Пусть σ_0 - поверхностная плотность пластины BC

Тогда напряжённость поля E_1, созданного только пластиной BC равна: $E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, где ε_0 - диэлектрическая постоянная

После того, как пластина AB зарядится до поверх. плотности σ_0, напр. поля E_2 в т. равна (по принципу суперпозиции полей и по т. Пифагора): $E_2 = \sqrt{E_1^2 + E_1^2} = \sqrt{2}E_1 = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\frac{E_2}{E_1} = \boxed{\sqrt{2}}$

2) 

$\alpha_2 = \frac{\pi}{9}$; $\sigma_1 = \sigma$; $\sigma_2 = \frac{2\sigma}{7}$

E_5 - напр. поля в т. K от пластины AB

E_4 - напр. поля в т. K от пластины BC

$$\left.\begin{aligned} E_4 &= \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \\ E_5 &= \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{14\varepsilon} = \frac{\sigma}{7\varepsilon_0} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

по принципу суперпозиции полей и по т. Пифагора

$E_6 = \sqrt{E_4^2 + E_5^2}$

$$E_6 = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{49\varepsilon_0^2}} = \sqrt{\frac{(49+4)\sigma^2}{196\varepsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{53}\,\sigma}{14\,\varepsilon_0}$$

$$\cancel{k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} \approx \frac{1}{4\cdot 3\cdot 9\cdot 10^9} \approx \frac{1}{108\cdot 10^9} = \frac{1}{108}\cdot 10^{-9} \approx 0{,}01\cdot 10^{-9} \approx 10^{-11}}$$

$$\cancel{\varepsilon_0 \approx 10^{-11}}$$

$$\cancel{E_6 = \frac{\sqrt{53}\,\sigma}{16\cdot 10^{-11}} \approx \frac{7\sigma}{16}\cdot 10^{11} \approx \frac{\sigma}{2}\cdot 10^{11}} \qquad E_6 = \boxed{\frac{\sqrt{53}}{14}\cdot\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$; ~~2)~~ $\cancel{\frac{\sqrt{53}\,\sigma}{16}\cdot 10^{11}}$ 2) $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{\sqrt{53}}{14}$

№ 2.

Дано:

$\nu = \frac{3}{5}$ моль

$T_1 = 320$ K

$T_2 = 400$ K

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль\cdot K}$

1) $\frac{V_1}{V_2}$ – ?

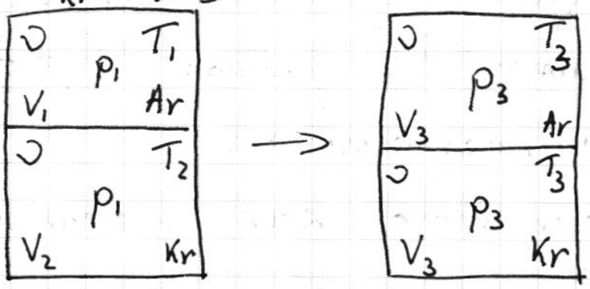
2) T_3 – ?

3) Q_0 – ?

Решение:

$Ar \Rightarrow i = 3$ (одноатомн. газы)
$Kr \Rightarrow i = 3$

1) В начальном положении давления в обоих отсеках равны, т.к. поршень перемещается без трения



Запишу ур-ние Менделеева-Клапейрона:

$$\left.\begin{aligned} p_1V_1 &= \nu RT_1 \\ p_1V_2 &= \nu RT_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5} = \boxed{0{,}8}$$

2) по закону сохранения энергии (сосуд теплоизолирован)

$U_1 + U_2 = U_3$, где U_1 – энергия Ar в начале, U_2 – энергия Kr в начале, U_3 – общая энергия в конце.

$$\frac{3}{2}\nu RT_1 + \frac{3}{2}\nu RT_2 = \frac{3}{2}\cdot 2\nu RT_3 \quad \Big| : \left(\frac{3}{2}\nu R\right)$$

$$T_1 + T_2 = 2T_3$$

$$T_3 = \frac{T_1+T_2}{2} \Rightarrow T_3 = \frac{320+400}{2} = \frac{720}{2} = \boxed{360\ (K)}$$

по первому закону термодинамики:

3) $Q_0 = \Delta U_{Ar} + A_{Ar}$, где ΔU_{Ar} – изменение внутр. энергии аргона, A_{Ar} – работа аргона, Q_0 – кол-во теплоты, переданной криптоном аргону.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Delta U_{Ar} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) \Rightarrow \Delta U_{Ar} = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{5}\cdot 8{,}31(360-320) =$

$= \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{5}\cdot 8{,}31\cdot 40 = 9\cdot 8{,}31\cdot 4 = 36\cdot 8{,}31$ (Дж)

Т. к. поршень движется без сопротивления, $p_1 = p_3 \Rightarrow A_{Ar} = p_1(V_3 - V_1) = p_1V_3 - p_1V_1 = \nu RT_3 - \nu RT_1 =$

$= \nu R(T_3 - T_1)$

$A_{Ar} = \frac{3}{5}\cdot 8{,}31\cdot(360-320) = \frac{3}{5}\cdot 8{,}31\cdot 40 = 8\cdot 3\cdot 8{,}31 =$

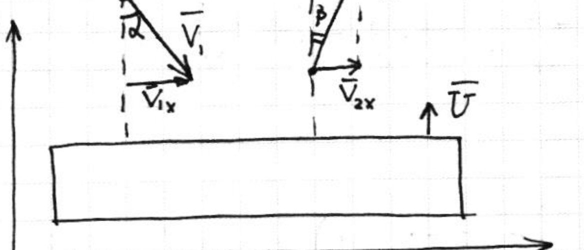
$= 24\cdot 8{,}31$

$Q_0 = A_{Ar} + \Delta U_{Ar} \Rightarrow Q_0 = 36\cdot 8{,}31 + 24\cdot 8{,}31 = 60\cdot 8{,}31 \approx$

$\approx \boxed{500\,(Дж)}$

Ответ: 1) 0,8 ; 2) 360 K ; 3) 500 Дж.

№1.



Дано:

$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$\sin\beta = \frac{3}{5}$

$V_1 = 18$ м/с

1) V_2 – ?

2) U – ?

Решение:

1) Пусть m – масса шарика

Закон сохр. импульса на оX:

$V_{1x}m = V_{2x}m$

$V_{1x} = V_{2x} \Rightarrow V_1\sin\alpha = V_2\sin\beta \Rightarrow V_2 = \frac{V_1\sin\alpha}{\sin\beta} \Rightarrow$

$\Rightarrow V_2 = \frac{18\cdot\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}} = \frac{18\cdot 10}{9} = \boxed{20\,(м/с)}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

2) Пусть V_{1y} – вертикальная составляющая скорости мячика $\overset{\text{относительно Земли}}{\text{до}}$ соударения; V_{2y} $\overset{\text{то же самое}}{\text{– после}}$ соударения

Пусть V_{1y}' – вертик. сост. скорости мячика относительно плиты до соударения; V_{2y}' $\overset{\text{то же самое}}{\text{– после}}$ соударения.

По закону $\bar{v}_{абс} = \bar{v}_{переносн.} + \bar{v}_{отн.}$

$$V_{1y} + U = V_{1y}'$$

$$V_{2y} - U = V_{2y}'$$

Закон сохр. импульса относительно плиты на OY:

$$mV_{1y}' = mV_{2y}'$$

$$V_{1y}' = V_{2y}'$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$V_{1y} + U = V_{2y} - U$$

$$2U = V_{2y} - V_{1y}$$

$$U = \frac{V_{2y} - V_{1y}}{2} = \frac{V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha}{2}$$

$$U = \frac{20\cdot\frac{4}{5} - \overset{6}{\cancel{18}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\cancel{3}_1}}{2} = \boxed{8 - 3\sqrt{5}\ (м/с)}$$

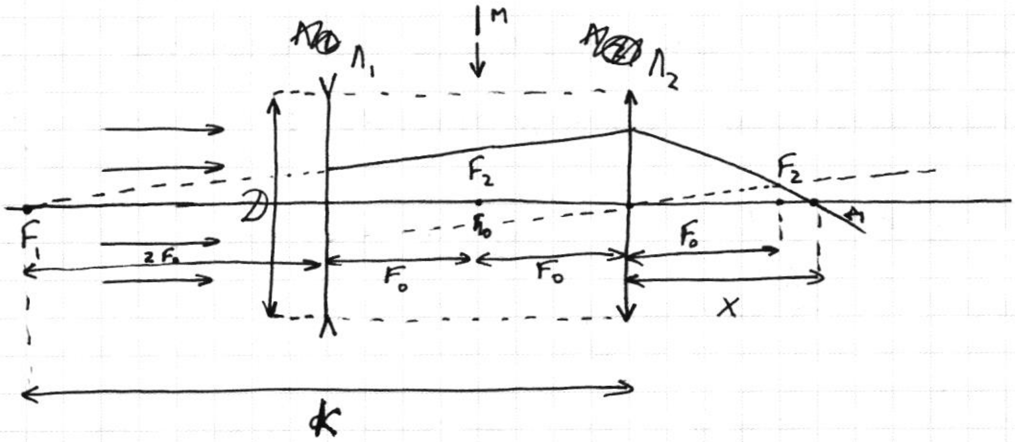
Ответ: 1) 20 м/с ; 2) $8 - 3\sqrt{5}$ м/с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

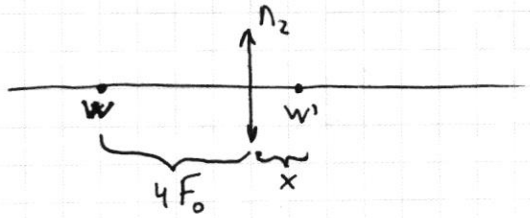
Дано:
F_0; D; I_0
$I_1 = \frac{7}{16} I_0$
$D \ll F_0$

1) x - ?
2) V - ?
3) t_1 - ?



$K = 4F_0$

1) Плоско-паралл. пучок после прохода через Л1 преломляется так, что продолжения преломлённых лучей пересекаются в т. F_1, То есть лучи идут также, как если бы система была такой:



где W - источник света, а W' - его изображение в линзе

Воспользуюсь ф-лой тонкой линзы:

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{4F_0} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{4}{4F_0} - \frac{1}{F_0} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3}{4F_0} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{4F_0}{3}$$

2) Т.к. $D << F_0$, ~~углы~~ угол преломления лучей, прошедших через рассеивающую линзу мал.
~~тое~~

Пусть γ – это отношение мощности пучка к его площади => чем большую площадь пучка перекрывают, тем меньшая мощность пучка воспринимается детектором : $\gamma \sim \frac{1}{S}$;

~~[illegible]~~ Пусть ~~[illegible]~~ d – диаметр круговой ~~[illegible]~~ ширмы (мишени), S – её площадь

$I \sim N$ по усл, где I – сила тока на детекторе, N – мощность поступающего пучка

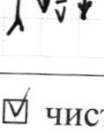
$$\left.\begin{aligned} I &\sim N \\ N &\sim \gamma \\ \gamma &\sim S^{-1} \end{aligned}\right\} \Rightarrow I \sim S^{-1}$$
(чем больше часть пучка закрывают, тем меньше сила тока на датчике)

~~Пусть $S_л$ – площадь линзы (анфас)~~ $I_0 = (I_0 - I_1)\left(\frac{S_л}{S}\right)$

~~$I = I_0 - (I_0 - I_1)\frac{S}{S_л}$ $(S \leq S_л)$~~

$$\frac{I_0}{S_л} = \frac{I_0 - I_1}{S} \Rightarrow \frac{I_0}{D^2} = \frac{I_0 - I_1}{d^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_0}{D^2} = \frac{\frac{9}{16} I_0}{d^2} \Rightarrow d^2 = \frac{9}{16} D^2 \Rightarrow d = \frac{3}{4} D$$

Сила тока минимальна при минимальной интенсивности, а интенсивнось минимальна, когда мишень ~~полностью~~ всей своей площадью закрывает свет:  $\}D$, а за время t_0
чтв. №1.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолжение)

мишень полностью прошла расстояние, равное своему диаметру => $V = \frac{d}{\tau_0} = \frac{\frac{3}{4}D}{\tau_0} = \boxed{\frac{3D}{4\tau_0}}$ (она постепенно снижала интенсивность падающего на датчик пучка света)

3) За время $t_1 - \tau_0$ мишень прошла расстояние $D-d$ (из утв №1)

$$V = \frac{D-d}{t_1-\tau_0} = \frac{3D}{4\tau_0}$$

$$3Dt_1 - 3D\tau_0 = 4\tau_0 D - 4\tau_0 d$$

$$3Dt_1 = 3D\tau_0 + 4\tau_0 D - 4\cdot\tau_0\cdot\frac{3D}{4}$$

$$3Dt_1 = 4\tau_0 D \quad |:D\neq 0$$

$$3t_1 = 4\tau_0$$

$$t_1 = \boxed{\frac{4\tau_0}{3}}$$

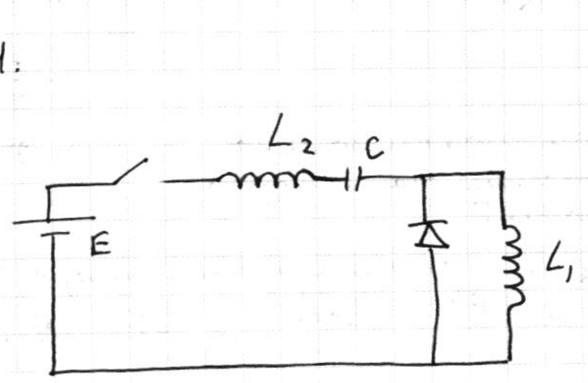
Ответ: 1) $\frac{4F_0}{3}$; 2) $\frac{3D}{4\tau_0}$; 3) $\frac{4\tau_0}{3}$.

№4.

Дано:
$L_1 = 5L$
$L_2 = 4L$
$C; E$

1) T-?
2) I_{01}-?
3) I_{02}-?

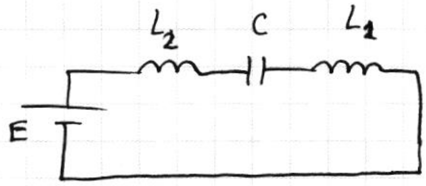
Решение:



Во-первых замечу, что в силу закона сохранения заряда ток через диод идти не будет

Перерисую схему

В этой схеме две последовательно соединённые катушки можно преобразовать в одну:

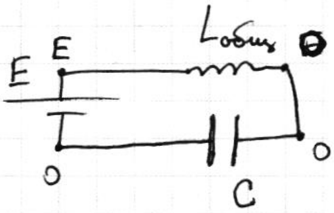


Все элементы соединены последовательно => сила тока в обеих катушках одинакова => $I_{01} = I_{02}$ утв №1.

$$L_{общ} = L_1 + L_2 = 9L$$

По закону Томпсона

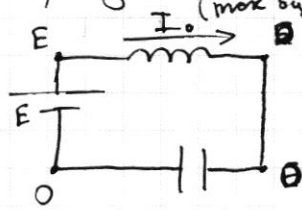
$\omega = \frac{1}{\sqrt{L C_{общ}}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{9LC} = 6\pi\sqrt{LC}}$



Пусть в некоторый момент конденсатор не заряжен => на катушке напряжение E

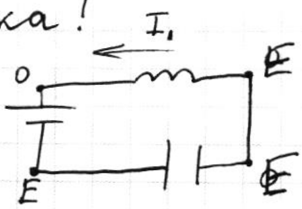
$$E = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Затем в катушке установится ток: ~~передала всю энергию конденсатору:~~



(ток будет идти до тех пор, пока конденсатор не зарядится до E)

Тогда конденсатор зарядится до напряжения E и ток в цепи должен резко ~~прекратиться~~ остановиться, но в цепи есть катушка!



То есть максимальное напряжение на конденсаторе равно E

Пусть W – энергия конденсатора; $W_{max} = W \to max$

$W_{max} = \frac{CE^2}{2} = \frac{9LI_{01}^2}{2} \Rightarrow CE^2 = 9LI_{01}^2 \Rightarrow I_{01} = \frac{E}{3}\sqrt{\frac{C}{L}} \Rightarrow$ из утв №1

$$I_{02} = I_{01} = \frac{E}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

~~Отв~~ Ответ: 1) $6\pi\sqrt{LC}$; 2) $\frac{E}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}$; 3) $\frac{E}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} \times\ 8{,}31 \\ 36 \\ \hline 4986 \\ 2493 \\ \hline 299{,}16 \end{array}$$

~~8,31~~

$$\begin{array}{r} \times\ 83{,}1 \\ 6 \\ \hline 498{,}6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 49 \\ 4 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1{,}0000 & 108 \\ -972 & 92 \\ 280 & \end{array}$$

0,00092

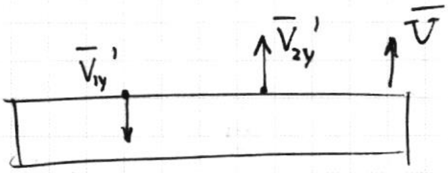
0,0

$$\frac{\frac{1}{4}D}{t_1-\tau_0} = \frac{3D}{4\tau_0}$$

$$\frac{1}{t_1-\tau_0} = \frac{3}{\tau_0}$$

~~7|2~~

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ 3{,}5 & 2 \\ 1{,}75 & 2 \\ 0, & \end{array}$$



$$V_{1y} = \cos V_1$$

$$V_{2y}$$

$$3t_1 - 3\tau_0 = \tau_0$$

$$3t_1 = 4\tau_0$$

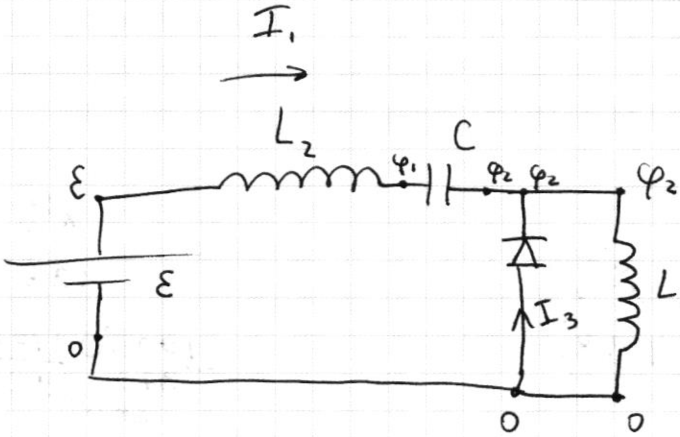
$$t_1 = \frac{4\tau_0}{3}$$

$$V_{1y} + V = V_{1y}'$$

$$V_{2y} - V = V_{2y}'$$

$$V_{1y} + V = V_{2y} - V$$

$$2V = V_{2y} - V_{1y} \Rightarrow V = \frac{V_{2y} - V_{1y}}{2}$$



$I_1 + I_3 = I_2$

$U = L \cdot \dot{I}$

$\varepsilon = L_2 \dot{I} + U_k$