

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

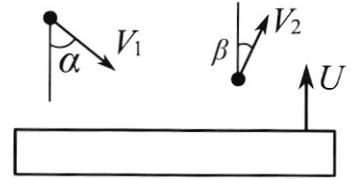
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

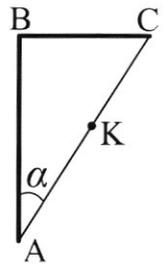
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

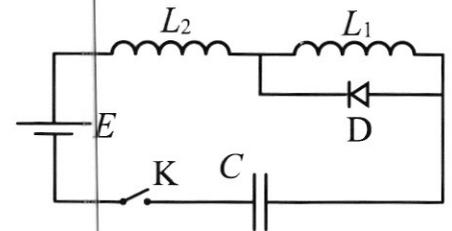
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L, L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

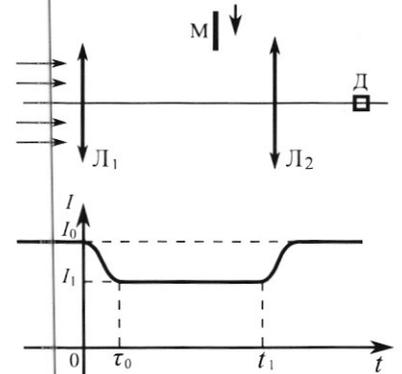


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. Дано:

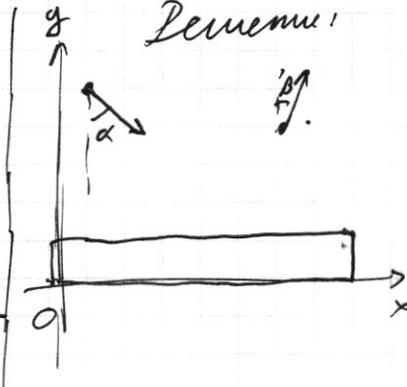
$$U_1 = 8 \frac{m}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

1) U_2 - ?

2) M - ?



Решение:

1) По ЗСИ:

$$m\vec{U}_1 + M\vec{U} = m\vec{U}'_2 + M\vec{U}'_1, \text{ где}$$

m и M —
массы шарика
и плиты соств.,
 \vec{U}'_1 — скорость плиты
после удара.

В проекции на ось Ox :

$$mU_{1x} = mU_{2x}, \text{ т.к. } U_{x,1} = 0, U'_{x,1} = 0$$

$$U_{2x} = U_{1x} = U_1 \sin \alpha$$

$$U_{2x} = U_2 \sin \beta \Rightarrow U_2 = \frac{U_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$U_2 = \frac{8 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 12 \left(\frac{m}{c} \right)$$

2) перейдем в систему отсчета,

связанную с плитой. В ней $\vec{U}'_1 \neq 0$

проекции относительных скоростей \vec{U}'_1 и \vec{U}'_2 равны:

$$U'_{1x} = U_{1x}, \quad U'_{1y} = U_{1y} + U, \quad U'_{2x} = U_{2x}, \quad U'_{2y} = U_{2y} - U.$$

($\vec{U}'_1 \approx \vec{U}$, т.к. плита массивная)

По ЗСИ в проекции на ось Oy :

$$m(U'_{1y} + U) = -m(U'_{2y} - U) \Rightarrow U_{1y} = -U_{2y}$$

По ЗСИ в проекции на ось Oy :

$$\frac{m(U_{1y} + U)^2}{2} = \frac{m(U_{2y} - U)^2}{2} + Q$$

~~$$Q = \frac{m}{2} ((v_{1y} + u)^2 + (v_{1y} - u)^2)$$~~

$$v_{1y} = -v_1 \cos \alpha = -v_1 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -3 \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = -2\sqrt{7} \left(\frac{m}{c}\right)$$

$$v_{2y} = v_2 \cos \beta = v_2 \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = 12 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 6\sqrt{3} \left(\frac{m}{c}\right)$$

по 3CU

$$m(v_{1y}' \geq -m v_{1y}' \quad \text{при неупругом ударе}$$

$$m(v_{1y} - u) \geq -m(v_{2y} + u)$$

$$v_{1y} - u \geq -v_{2y} + u$$

$$2u \leq v_{1y} + v_{2y} \Rightarrow u \leq \frac{v_{1y} + v_{2y}}{2}$$

$$u \leq \frac{-2\sqrt{7} + 6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} - \sqrt{7} \left(\frac{m}{c}\right)$$

Ответ: 1) $u_2 = 12 \frac{m}{c}$; 2) $u \leq 3\sqrt{3} - \sqrt{7} \frac{m}{c}$.

№3. Дано:

$$1) \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$(\sigma_{AB}) = 0$$

$$(\sigma_{AB}) = \sigma_{BC}$$

$$\sigma_1 = 2\sigma$$

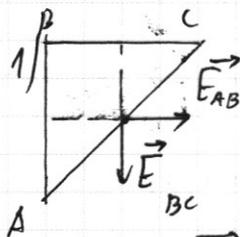
$$\sigma_2 = \sigma$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$1) \frac{E_{k2}}{E_{k1}} - ?$$

$$2) \vec{E}_k - ?$$

Решение:



Тогда, создаваемое
каждой пластинкой,
можно считать однородным

$$\vec{E}_{k2} = \vec{E}_{BC} \Rightarrow E_{k2} = E_{BC} - \text{каждым пластинкой, создаваемое пластинкой BC.}$$

$$E_{BC} = \frac{\sigma_{BC}}{2\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_{k2} = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}$$

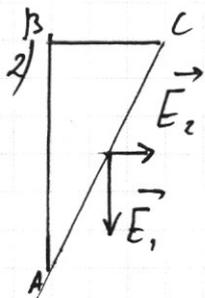
по принципу суперпозиции
(E_{AB} - однородное поле от пластины A)

$\triangle ABC$ прямоугольный $\Rightarrow \vec{E}_{AB} \perp \vec{E}_{BC}$

$$E_{k2}^2 = E_{BC}^2 + E_{AB}^2 = 2E_{BC}^2$$

$$E_{k2} = E_{BC} \sqrt{2} \Rightarrow \frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{E_{BC} \sqrt{2}}{E_{BC}} = \sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Анализировать п. 1 по принципу суперпозиции:

$$\vec{E}_k = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (\vec{E}_1 \text{ и } \vec{E}_2 \text{ — напряжённости полей пластин BC и AC соотв.})$$

$$E_k = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}, \quad \text{и}$$

Пл. и. пластин бесконечные плоские их поле можно считать однородным и равным

$$E_1 = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0}, \quad E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_k = \sqrt{\left(\frac{2\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2} = \frac{\sigma\sqrt{5}}{2\epsilon_0}$$

Ответ: 1) в $\sqrt{2}$ раз; 2) $E_k = \frac{\sigma\sqrt{5}}{2\epsilon_0}$

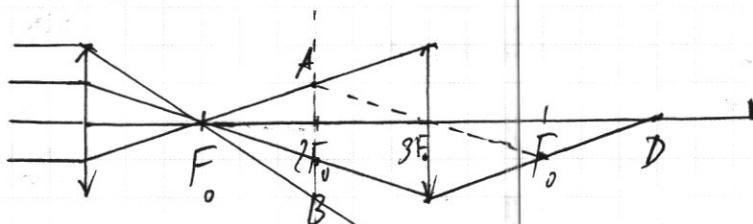
15. Дано: F_0, D, t_0

1) f_2 - ?

2) V - ?

3) t_1 - ?

Решение:



После преломления в 1-й линзе параллельный пучок лучей соберётся в фокусе линзы, удалённом на расстоянии

$$d_2 = 2F_0 \text{ от второй линзы}$$

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow f_2 = \frac{1}{\frac{1}{F_0} - \frac{1}{d_2}} = \frac{1}{\frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0}} = 2F_0$$

Значит, второй луч собирается в центре, то есть лучи падают на расстоянии $2F_0$ от второй линзы.

2) Из условия следует, что $AB = \frac{D}{2}$. (т.к. AB в 2 раза больше радиуса кривизны, откуда можно получить радиус кривизны R_1 лучи).

Площадь сечения пучка равна $\frac{\pi}{4} \cdot AB^2$

Если закрыть какой-то сечением этого сечения, то на элемент будет падать свет также на эту сечением, а поскольку сила тока пропорциональна площади сечения, то и она уменьшится на эту величину.

По условию сила тока уменьшается на $\frac{1}{4}$ сечения \Rightarrow закрытая $\frac{1}{4}$ сечения.

Взяв площадь закрытой сечения равна $\frac{\pi d^2}{4}$

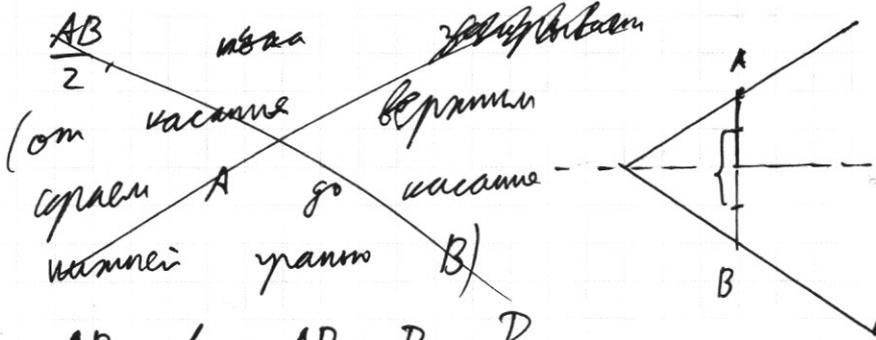
где d - диаметр мимет.

$$\frac{\pi d^2}{4} : \frac{\pi AB^2}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{d}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow d = \frac{AB}{2} = \frac{D}{4}$$

Тогда мимет не вошла в углубление полностью, сила тока уменьшается на половину касание границы пучка. Тогда уменьшение в проценте времени τ_0 , значит за это время коснувшись границы первого края мимет $\tau_0 \Rightarrow \frac{d}{v} = \frac{D}{4v}$ произойдет расстояние d .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Минимум проходит, ^{будет полностью в поле} ~~будет в поле~~ расстояние



$AB - d = \frac{AD}{2} - \frac{D}{4} = \frac{D}{4}$

Это расстояние она проходит за время $t_1 - t_0$

$V(t_1 - t_0) = \frac{D}{4} \Rightarrow t_1 = t_0 + \frac{D}{4V} = t_0 + \frac{D}{4 \cdot \frac{D}{4t_0}} = 2t_0$

Ответ: 1) $2F_0$; 2) $V = \frac{D}{4t_0}$; 3) $t_1 = 2t_0$.

№4. Дано:

\mathcal{E}
 $L_1 = 2L, L_2 = L$
 C

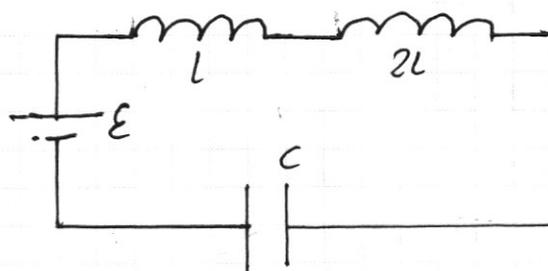
- 1) $T - ?$
- 2) $I_{m1} - ?$
- 3) $I_{m2} - ?$

Решение:

В первой катушке
когда ток идёт
действует ЭДС, поэтому
цепь замкнута

первого (время T_1)
по направлению
он не упрощается

Вид:



По II правилу Кирхгофа:

$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + U_{L1} + U_{L2}$

где $U_C = \frac{q}{C}$ — напряжение на конденсаторе
 $U_{L1} = 2LI'$ — напряжение на L_1
 $U_{L2} = LI'$ — напряжение на L_2

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + 3LI' \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{q}{C} + 3Lq'' \quad | \cdot C$$

$$q - \mathcal{E}C + 3LCq'' = 0$$

Обозначим $q - \mathcal{E}C = Q \Rightarrow Q'' = q''$.

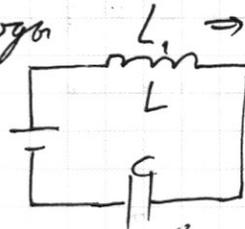
$Q + 3LCQ'' = 0 \Rightarrow$ ур-ие гармонических колебаний с периодом $2\pi\sqrt{3LC}$.

Но нас интересует только полупериод, когда напр. тока совпадает с напр. ЭДС

$$T_1 = \pi\sqrt{3LC}$$

Во второй части периода (время T_2)

тока замкнут вправо $L_1 \Rightarrow$ ток через нее не протекает.



Аналогично:

$$Q + LCQ'' = 0 \Rightarrow \text{период равен } 2\pi\sqrt{LC}$$

$$T_2 = \pi\sqrt{LC}$$

$$T = T_1 + T_2 = \pi\sqrt{3LC} + \pi\sqrt{LC} = \frac{\pi\sqrt{LC}}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} + 1)$$

2) Возбуждаются

части периода (только тогда ток L_1 равен 0) $\left(\begin{matrix} \text{уравнению} \\ \text{а именно} \end{matrix} \right)$

$$Q = -Q_m \cos \frac{t}{\sqrt{3LC}}$$

$$q - CE = Q_m \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}$$

$$q = CE + Q_m \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}$$

В момент $t=0$ $q=0$

$$CE - Q_m = 0 \Rightarrow Q_m = CE$$

$$q = CE - CE \cos \frac{t}{\sqrt{3LC}}$$

$$I = q' = \frac{CE}{\sqrt{3LC}} \sin \frac{t}{\sqrt{3LC}}$$

$$I_{ms} = \frac{CE}{\sqrt{3LC}} = E\sqrt{\frac{C}{3L}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) В первой части периода $(I_{m2})_1 = (I_{m2})_2 = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$
 Аналогично рассуждая для второй части периода,

получим $(I_{m2})_2 = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}} > \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$.

Ответ: 1) $\pi \sqrt{LC} \cdot (\sqrt{3} + 1)$ 2) $\varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$; 3) $\varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$.

№2. Дано:

$v = \frac{3}{7}$ моль
 $T_1 = 300 \text{ K}$
 $T_2 = 500 \text{ K}$
 $C_v = \frac{5}{2} R$
 $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$

Решение:

1) П.к. температура газов обрат-
 нывает медленно и процесс
 обратен медленно, процесс
 можно считать изобарным,
 процесс обратен газам равны.

1) $\frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = ?$

$p_1 = p_2 = p$

2) $T = ?$

По уравнению Менделеева - Клапейрона
 для азота:

для кислорода:

3) $Q = ?$

$p V_{N_2} = \nu R T_1$

$p V_{O_2} = \nu R T_2$

$\frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5} = 0,6$

2) В изобарном процессе $m = \bar{m}$ 3. Термодинамика

$\Delta U = Q + A$

Для азота:

Для кислорода:

$\Delta U_1 = Q_1 + p \Delta V$
 (объём увеличивается)

$\Delta U_2 = Q_2 + p \Delta V$
 (объём увеличивается)

$Q_1 + Q_2 = 0$, т.к. сосуд теплоизолирован;

$$Q_2 = -Q_1$$

$$\Delta U_1 = Q_1 - p\Delta V, \quad \Delta U_2 = -Q_1 + p\Delta V = -\Delta U_1$$

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$$

$$\Delta U_1 = C_V \nu \Delta T_1 = C_V \nu (T - T_1)$$

$$\Delta U_2 = C_V \nu \Delta T_2 = C_V \nu (T_2 - T)$$

$$\Delta U_2 = -\Delta U_1 \Rightarrow T_1 - T_2 = -(T - T_1)$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{300 + 500}{2} = 400 \text{ (K)}$$

3) $Q_2 = C_p \nu \Delta T$

$$C_p = C_V + R \quad \text{т.к. газ Майера}$$

$$C_p = \frac{7}{2} R$$

$$\Delta T = T - T_1 = 400 = \frac{T_1 + T_2}{2} - T_1 = \frac{T_2 - T_1}{2}$$

$$Q = \frac{7}{2} \nu R \frac{T_2 - T_1}{2} = \frac{7}{4} \nu R (T_2 - T_1)$$

$$Q = \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8,31 \cdot (500 - 300) \approx 1246,5 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) 0,6; 2) 400K; 3) 1246,5 Дж.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\vec{E}_1 \rightarrow a$
 $\vec{E}_2 \rightarrow b$
 $\vec{E}_3 \rightarrow c$

$v_{1x} = 6 \frac{m}{c}$
 $v_{2x} = 6 \frac{m}{c}$
 $v_2 = 12 \frac{m}{c}$
 $a^* = b$
 $v_{1y} = \frac{3\sqrt{7}}{2} \frac{m}{c}$
 $v_{2y} = 6\sqrt{3} \frac{m}{c}$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
 $\log_a a = 1$
 $\log_a b^x = x \log_a b$
 $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
 $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$
 $\log_a \frac{b}{c} = \frac{1}{\log_c a}$
 $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$
 $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \alpha$
 $\vec{a} \cdot \vec{c} = ac \cos \beta$
 $\vec{b} \cdot \vec{c} = bc \cos \gamma$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$
 $ab \cos \alpha + ac \cos \beta = a(b \cos \alpha + c \cos \beta)$

$m(2\sqrt{7})^2 = \frac{m(6\sqrt{3})^2}{2} + Q$
 $Q = vRT_2 \ln \frac{v_2}{v_1}$
 $14m = \frac{v_1}{v_2} = \frac{P_1 v_1^{r-1}}{P_2 v_2^{r-1}}$

$3LI^2 + \frac{Qq^2}{2C} = EQ \frac{12\sqrt{3} - 3\sqrt{7}}{4}$
 $\frac{3LI^2}{2} + \frac{Qq^2}{2C} = EQ \frac{12\sqrt{3} - 3\sqrt{7}}{4}$
 $\frac{v_1}{v_3} = \frac{v_2}{v_4}$
 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_3}{v_4}$
 $U_{1y} - U_{2y} = -24$

$\varepsilon q = \frac{q^2}{2C}$
 $\varepsilon = \frac{q}{2C}$
 $2CE = q$
 $Q = \Delta U + A'$
 $\Delta Q = \Delta U + \Delta A$
 $p \Delta V = \nu R \Delta T$
 $d \sin \varphi = k \lambda$
 $m \varphi = \frac{k \lambda}{a}$
 $v_{1y} - u = v_1 v_2$
 $v_1 v_2 = v_3 v_4$
 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_3}{v_4}$
 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_3}{v_4}$
 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_3}{v_4}$

$6\sqrt{3} - \frac{m}{2} (v_{1y} - v_{2y} + 2u) / (v_{1y} + v_{2y}) = \dots$
 $\frac{3\sqrt{7}}{2} - \frac{12\sqrt{3}}{2} + \frac{12\sqrt{3} - 3\sqrt{7}}{2}$
 $6\sqrt{3} - (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 3\sqrt{3} + \sqrt{7}$
 $-2\sqrt{7} - (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) = -\sqrt{7} - 3\sqrt{3}$

$ABCDEF GHIJKL MNOPQRST UVWXYZ$
 $ABCDEF GHIJKL MNOPQRST UVWXYZ$
 $ABCDEF GHIJKL MNOPQRST UVWXYZ$

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$ $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

$\frac{3}{2}kT = E$ $\rho = nkT$ $\frac{3}{2}kT$

$\frac{3}{2} \frac{R}{M} T = \frac{v}{V} RT$

$\frac{3}{2} \frac{R}{M} T = 2T_0$

$Q + A' = \Delta U$

$\Delta q = \sigma l \Delta d$

ΔQ

$-p \Delta V + C_p \nu R \Delta T = \frac{5}{2} \nu R \Delta T$

$\sigma l \Delta d$

$\frac{k \sigma l \Delta d}{(\frac{d}{\cos \alpha})^2} = \frac{k \sigma l \Delta d}{d^2} \cos \alpha$

$F = \infty$ $F = 0$

$\Delta d = \Delta \left(\frac{h}{\text{tg} \alpha} \right) = \frac{h \Delta \alpha}{1 + \alpha^2}$

$\frac{k \sigma l \Delta d}{d^2} = \frac{h \Delta \alpha}{1 + \alpha^2}$

$U = \frac{U_1 + U_2}{2}$ $400K$

$\frac{d/2 - d}{t_1 - t_0}$

$d = D \frac{\sqrt{3}}{2}$ $d = \frac{D}{2}$

$\rho' = \rho \frac{T_2'}{T_1}$

$\rho' V' = \rho'' V'' =$

$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 =$

$\rho'' = \rho' \frac{V'}{V''} = \rho \frac{T_2'}{T} \cdot \frac{V'}{V''}$

200, 1246,50
 831
 4155
 150