Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

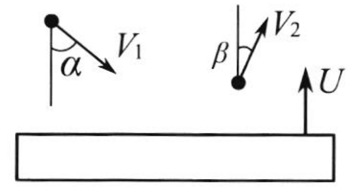
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 12 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

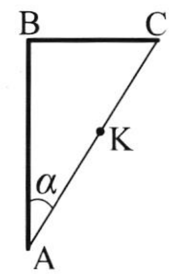
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода T_1 = 350 К, а азота T_2 = 550 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

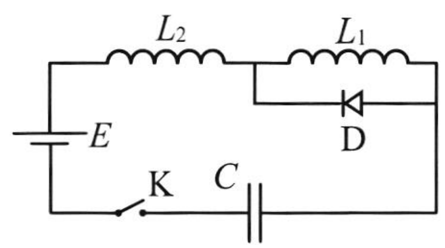
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

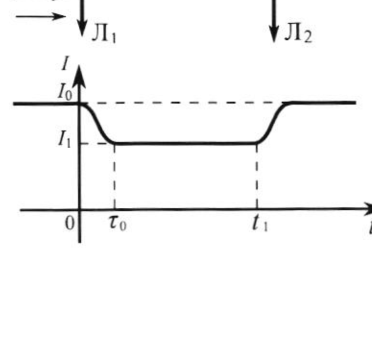


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

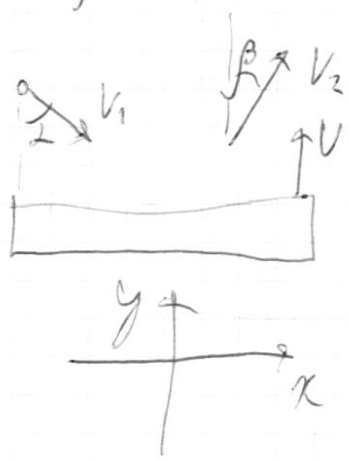
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

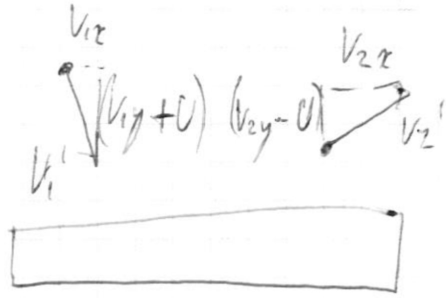
1) $\mu = 0, \Rightarrow V_x = 0,$



$V_1 \cdot \sin\alpha = V_2 \cdot \sin\beta,$

$V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{3}{2} V_1 = \boxed{18 \ \frac{м}{с}}$

2) СО "плиты" (плита массивная):



неупругий удар - может быть любым между

абс. упругий | абс. неупругий столкновение

$V_{1y} + U_{min} = V_{2y} - U_{min}$

$U_{min} = \frac{V_{2y} - V_{1y}}{2},$

$V_{2y} = V_2 \cdot \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \frac{2\sqrt{2} V_2}{3},$

$V_{1y} = V_1 \cdot \cos\alpha = V_1 \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{3} V_1}{2}$

$U_{min} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{3}{2} V_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} V_1}{2} = V_1 \left(\frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{4}\right) = \boxed{3(2\sqrt{2} - \sqrt{3}) \ \frac{м}{с}}$

$V_{2y} - U_{max} = 0,$

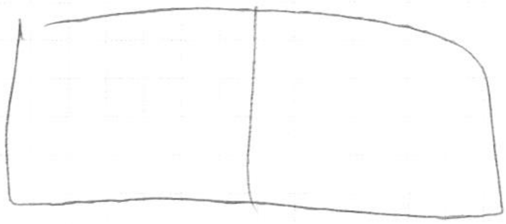
$U_{max} = V_{2y} = V_2 \cdot \cos\beta,$

$U_{max} = V_2 \cdot \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \frac{2\sqrt{2} V_2}{3} = \boxed{12\sqrt{2} \ \frac{м}{с}}$

~~Ueuu~~ $p_1 dV_1 \cancel{dt} =$

$p_1 dV_1$

$d(p_1V_1) = d(p_2V_2)$



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1+\Delta T}{T_2-\Delta T},$$

$$T_1 = T_1^0 + \Delta T,$$

$$\int p\,dV = \nu R T_1 \frac{dV_1}{V_1}$$

$$T_2 = T_2^0 - \Delta T = T_2^0 - T_1 + T_1^0$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2^0+T_1^0-T_1},$$

$$p_1V_1 = \nu_1 R T_1,$$

$$p_1 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$$

$$\frac{V_1}{V_1+V_2} = \frac{T_1}{T_1^0+T_2^0}$$

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{T_1}{T_1^0+T_2^0}$$

$$\int p\,dV = \nu R \cdot \int \frac{T_1^0+T_2^0}{V_0} \cdot \cancel{V_1} \cdot \frac{dV_1}{\cancel{V_1}}$$

$$\cancel{\frac{LI_1^2}{2} + \frac{q^2}{2C} \frac{(\dot q)^2}{2C} = \mathcal{E} q},$$

$$\cancel{L I_1 \dot I_1 + \frac{2\ddot q}{C} =} \quad \frac{L(\dot q)^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = \mathcal{E} q,$$

$$L\cancel{\dot q}\ddot q + \frac{q\cancel{\dot q}}{C} = \mathcal{E}\cancel{\dot q}$$

$$\ddot q + \frac{1}{LC} q = \mathcal{E},$$

$$q = \cancel{q_0 \cos} \; C\mathcal{E} - \cancel{\sin} \, C\mathcal{E} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{3LC}}\, t\right),$$

$$I_2 = C\mathcal{E}\sqrt{\frac{1}{3LC}} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{3LC}}\, t\right),$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v \in [v_{min}; v_{max}]$,

$$\boxed{v \in [3(2\sqrt{2} - \sqrt{3}); 12\sqrt{2}] \ \frac{м}{с}}$$

2

1) $p_1 = p_2$, т.к. поршень в равновесии;

$p_1 V_1 = \nu R T_1$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \boxed{\frac{7}{11}}$

2) $A_{внеш. сил} = 0$; $Q_{внеш.} = 0$; U (всего газа) $= const$;

$U_0 = \nu c_v (T_1 + T_2)$,

U (при T - уст.) $= 2\nu c_v T_{уст}$,

$2\cancel{\nu c_v} T_{уст} = \cancel{\nu c_v}(T_1 + T_2)$

$T_{уст} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \boxed{450 \text{ K}}$

3) H_2;

$Q_1 = A_1 + \Delta U_1$; $\quad Q_1$ - ?

$A_1 = \int\limits_{V_1^0} p_1 dV_1$ $\quad V_1^0$ – вначале;

$V_1^к$ – в равновесии;

$\frac{V_1^0}{V_2^0} = \frac{7}{11}$; $\quad V_0$ – объём сосуда;

$\frac{V_1^0}{V_1^0 + V_2^0} = \frac{7}{18}$; $\quad V_1^0 = V_0 \cdot \frac{7}{18}$;

$$\frac{V_1^к}{V_2^к} = \frac{T_{уст}}{T_{уст}} = \frac{1}{1};$$

$$V_{1к}^к = \frac{V_0}{2};$$

U (весь газ) $= const;$ $\Delta U = 0;$

$$\nu c_v (\Delta T_1 - \Delta T_2) = 0;$$

$$\Delta T_1 = \Delta T_2 = \Delta T$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_1^\circ + \Delta T}{T_2^\circ - \Delta T} = \frac{T_1}{T_1^\circ + T_2^\circ - T_1};$$

$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{T_1}{T_1^\circ + T_2^\circ};$$

$$T_1(V_1) = \frac{T_1^\circ + T_2^\circ}{V_0} \cdot V_1;$$

$$A_1 = \int_{V_1^\circ}^{V_1^к} p_1 \, dV_1;$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 = \nu R \frac{T_1^\circ + T_2^\circ}{V_0} \cdot \cancel{V_1}$$

$$p_1 = \frac{\nu R (T_1^\circ + T_2^\circ)}{V_0} = const;$$

$$A_1 = \frac{\nu R (T_1^\circ + T_2^\circ)}{V_0} \cdot \int_{\frac{7}{18} V_0}^{\frac{1}{2} V_0} dV_1 = \nu R (T_1^\circ + T_2^\circ) \cdot \frac{1}{9} \cancel{V_0} \frac{\cancel{V_0}}{\cancel{V_0}}$$

$$Q_1 = A_1 + \Delta U_1 = \frac{1}{9} \nu R (T_1^\circ + T_2^\circ) + \nu c_v (T_{уст} - T_1^\circ) =$$

$$= \nu R \left(\frac{1}{9} (T_1^\circ + T_2^\circ) + \frac{5}{2} (T_{уст} - T_1^\circ) \right) = \cancel{\nu R}$$

$$Q_1 = \frac{6}{7} R \cdot (100 + 250) = \frac{6 \cdot 350}{7} R = \boxed{300R \text{ Дж}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

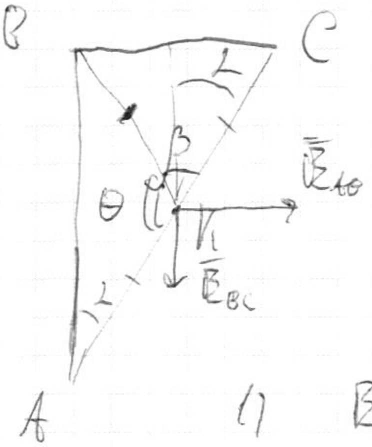
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(3)



К – сер. АС

$\beta = 2\alpha$ (р/б Δ-ик);

$\theta + \beta = \pi$;

$\theta = \pi - 2\alpha$

1) $E_{bc} = k\sigma\Omega$;

только ВС;

$E_{BC} = k\sigma\cdot\frac{\beta}{2\pi}\cdot 4\pi = \cancel{\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}}\, k\sigma\cdot 2\cdot 2\cdot\frac{\pi}{4} = \underline{k\sigma\pi}$;

всё пространство

$E_{AB} = k\sigma\cdot\frac{\theta}{2\pi}\cdot 4\pi = 2k\sigma\cdot\frac{\pi}{2} = \underline{k\sigma\pi}$;

E_0 (общ.) $= \sqrt{(k\sigma\pi)^2\cdot 2} = \sqrt{2}\,k\sigma\pi$; (т.к. $\bar E_{AB}\perp\bar E_{BC}$)

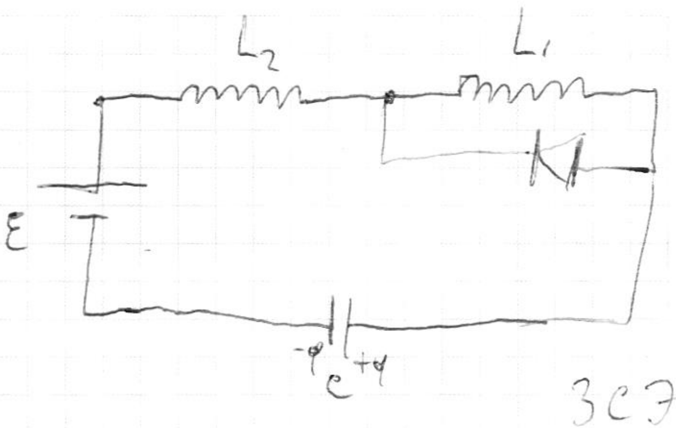
потому что $AB\perp BC$, а К – сер. АС

$\frac{E_0}{E_{BC}} = \boxed{\sqrt{2}}$

2) $E_{BC} = k\sigma_1\,\beta\cdot 2 = k\cdot 3\sigma\cdot\frac{2}{5}\pi\cdot 2 = \boxed{\frac{12}{5}k\sigma\pi}$

$E_{AB} = k\sigma_2\cdot\theta\cdot 2 = k\cdot\sigma\cdot\frac{3\pi}{5}\cdot 2 = \underline{\frac{6}{5}k\sigma\pi}$;

$E_0 = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{6}{5}k\sigma\pi\sqrt{1+4} = \boxed{\frac{6\sqrt{5}}{5}k\sigma\pi}$



$\varepsilon + 7L\dot{I} + U_c = 0;$

$I_{max} \Rightarrow \dot{I} = 0$

$U_c = -\varepsilon;$

$q = C\varepsilon;$

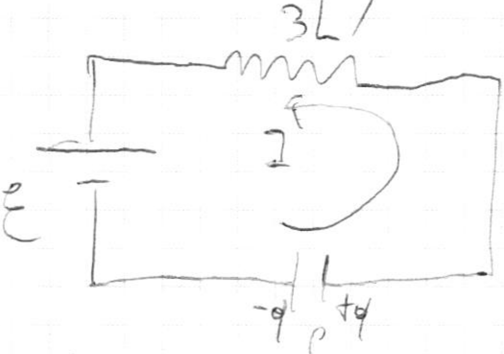
ЗСЭ;

$\varepsilon \cancel{q} \cdot (C\varepsilon) = \frac{7LI^2}{2} + \frac{C\varepsilon^2}{2};$

$C\varepsilon^2 = 7LI^2;$

$$\boxed{I_{м1} = I = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{7L}}}$$

3) ~~При течении тока п/~~ Когда ток достигает значения $I_{м1}$, диод закрывается. При течении тока по часовой стрелке ~~и~~ $I \le I_{м1}$. Рассмотрим против часовой:



~~$\varepsilon + 2 \cdot 3L\dot{I}$~~

~~$\varepsilon - 3L\dot{I} + U_c = 0;$~~

~~$\varepsilon + 3L\dot{I} + U_c = 0;$~~

~~$\dot{I} = 0;$ $\varepsilon = -U_c;$~~

~~$\varepsilon q = \frac{q^2}{2C} +$~~

$\varepsilon + 3L\dot{I} + U_c = 0;$

$\dot{I} = 0;$

$\varepsilon = -U_c;$ $q = C\varepsilon;$

ЗСЭ;

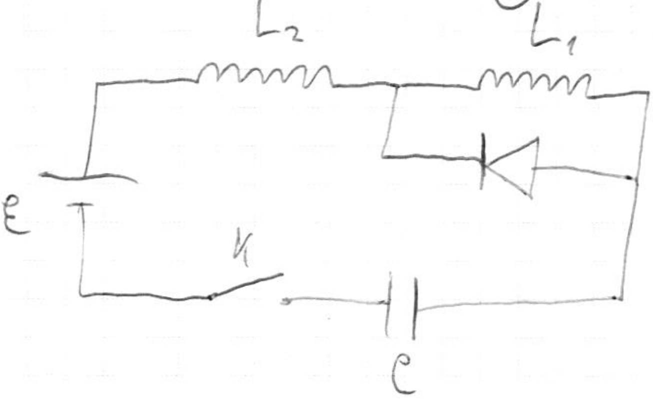
$\cancel{2}C\varepsilon^2 = \frac{3LI_2^2}{8} + \frac{4\cancel{L}\varepsilon^2 C}{8 \cdot 7\cancel{L}} + \cancel{\frac{C\varepsilon^2}{8}}$

$\frac{3}{7}C\varepsilon^2 = 3LI_2^2;$ $\boxed{I_{м2} = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{7L}}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4

1)



$\frac{dI_1}{dt} \geq 0$ всегда;

т. к. как только $\frac{dI_1}{dt} = 0$ - открывается диод и $\frac{dI_1}{dt}$ не может быть < 0.

~~И сразу~~

сразу после замыкания К $\dot{I}_1 > 0$, а значит D закрыт;

q - заряд C;

з-н изм. энергии

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{4L(\dot{q})^2}{2} + \frac{3L(\dot{q})^2}{2} = \varepsilon q;$$

$$\frac{q\cancel{\dot{q}}}{C} + 7L \cdot \cancel{\dot{q}}\ddot{q} = \varepsilon \cancel{\dot{q}}$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{7LC} q = \frac{\varepsilon}{7L},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{7LC}}, \quad \boxed{T = 2\pi\sqrt{7LC}}$$

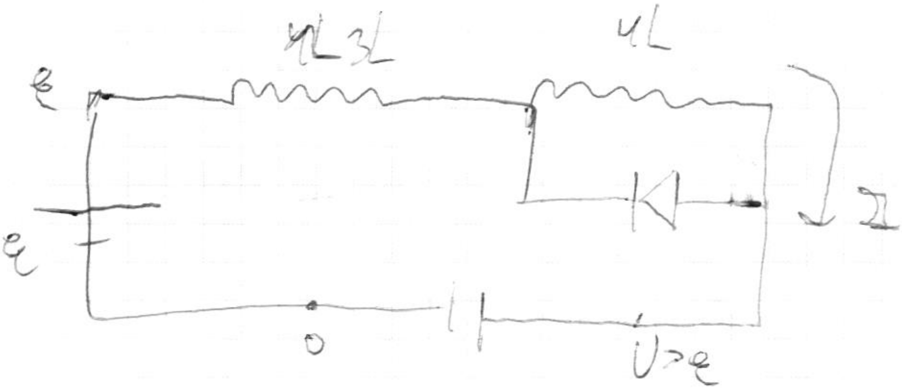
2) После того, как $I_1 = I_{м1}$, $I_1 = const = I_{м1}$, т. к. $\dot{I}_1 \geq 0$ (в этом случае $\dot{I}_1 = 0$). Соответственно, ток будет изменяться в L_1 только пока D закрыт.

$\frac{CU^2}{2} + \frac{7LI^2}{2} = \varepsilon q,$ $q = CU,$ $I = \dot{q},$

$\frac{q^2}{2C} + \frac{7LI^2}{2} = \varepsilon q,$

$\frac{7LI^2}{2} = \varepsilon q - \frac{q^2}{2C},$ $q_{max} = C\varepsilon,$

$q^* = 4C\varepsilon,$



$\frac{dI}{dt} < 0,$

$\varepsilon + 3L\dot{I} = U,$

$\varepsilon + 3L\dot{I} + \frac{q}{C} = 0,$

$k\sigma\Omega = k \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sigma \cdot 2\pi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\varepsilon + 7L\dot{I} - U_C = 0,$

$\varepsilon = U_C,$

$\varepsilon \cdot C\varepsilon = \frac{7LI^2}{2} + \frac{C\varepsilon^2}{2},$

$7LI^2 = C\varepsilon^2,$

$I = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{7L}},$

$\varepsilon q = \frac{3L(\dot{q})^2}{2} + W_{4L} + \frac{q^2}{2C},$

$\varepsilon \dot{q} = 3L\dot{q}\ddot{q} + q\frac{\dot{q}}{C}$

$\ddot{q} + \frac{1}{3LC}q = \frac{\varepsilon}{3L},$

$q = q_0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(5)

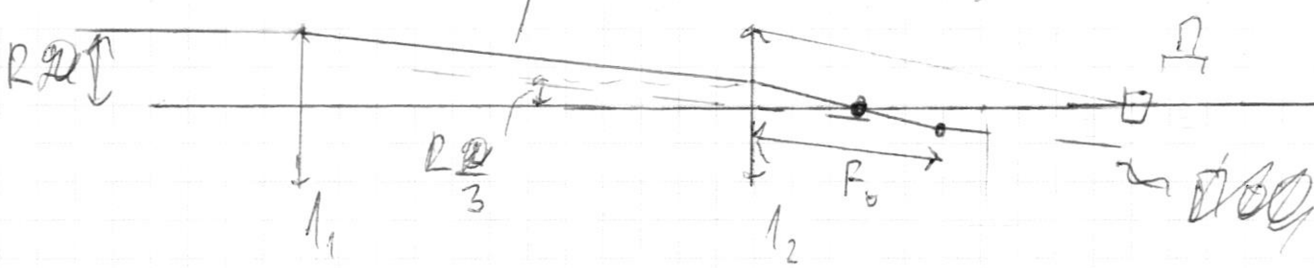
$I \sim P \sim S$ — площадь области $Л_1$, лучи, попадающие на к-рую, фокусируются на фотодетекторе; и св

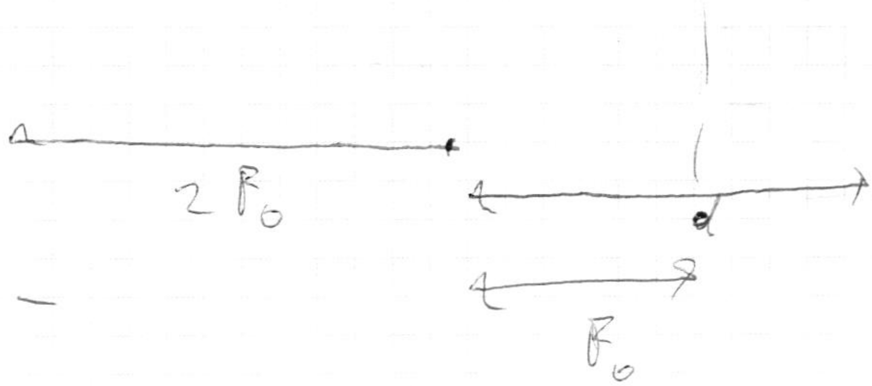
мощность падающего света

т.к. интенсивность равномерна по площади;

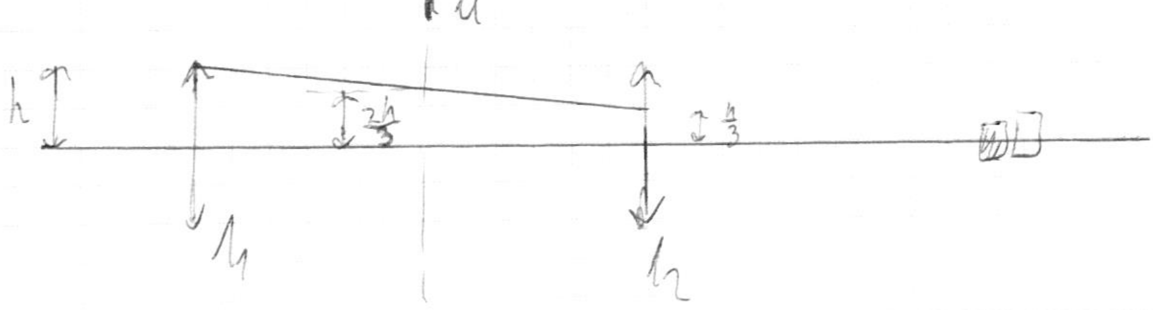
рассмотрим без мишени:

$R = \frac{D}{2}$ этом луч практически горизонтален, т.к. $D \ll F_0$





$$\cancel{\frac{1}{F_0} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d} \quad f = \frac{d - F_0}{dF_0}}$$



☐ черновик ☑ чистовик Страница № 7

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$\frac{S_1 - S_ц}{S_1} = \frac{5}{9};$$

$$9S_1 - 9S_ц = 5S_1;$$

$$S_ц = \frac{4}{9} S_1;$$

$$\pi r^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{4\pi R^2}{9}$$

$$r = \frac{4}{9} R;$$

От начала падения тока до полного попадения в пучок:

$$2r = V \tau_0;$$

$$V = \frac{8R}{9\tau_0} = \cancel{\boxed{\frac{2R}{9\tau_0}}} \quad \boxed{\frac{4D}{9\tau_0}}$$

3) $\cancel{\frac{2}{3}R = V \cdot t_1}$ $\quad \frac{2}{3}D = V \cdot t_1;$

$\cancel{\frac{2}{3}R = \frac{4R}{9\tau_0} \cdot t_1}$ $\quad \frac{2}{3}D = \frac{4D}{9\tau_0} \cdot t_1$

$\cancel{\boxed{t_1 = \frac{3}{2}\tau_0}}$ $\quad \boxed{t_1 = \frac{3}{2}\tau_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Луч, преломившийся в $Л_1$, практически горизонтален, т.к. $D \ll F_0$. Горизонтальные лучи будут пересекать ГОО после преломления в $Л_2$ только в точке F_0. => d (расст. м/у $Л_2$ и фото...) $= F_0$

2) Луч, преломленный в $Л_1$, должен пересечь ГОО в (.) $3F_0$, значит, пройдя расстояние F_0, он будет на высоте $\frac{2h}{3}$ над ГОО, $2F_0 - \frac{h}{3}$.
Нач. высота над ГОО — h. Значит ток начнет ↓ когда мишень будет на высоте $\frac{2R}{3}$ над ГОО.

S_1 – площадь пучка в плоскости мишени;
$S_1 = \pi\left(\frac{2R}{3}\right)^2 = \frac{4\pi R^2}{9}$;

r – радиус мишени; $S_м$ – площадь мишени;
Ток I_1 ~~уст~~ держится длительное время, а значит существует промежуток времени, когда мишень полностью внутри пучка.
В этом промежуток времени:

$\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_1 - S_м}{S_1} = \frac{5}{9}$, т.к. $I \sim S$