Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

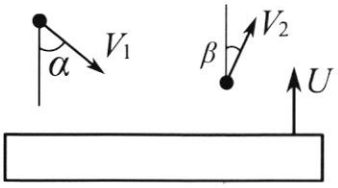
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 12 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

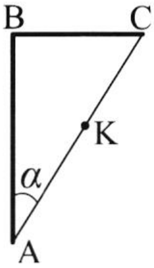
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода T_1 = 350 К, а азота T_2 = 550 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

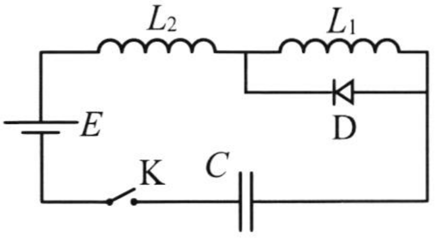
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

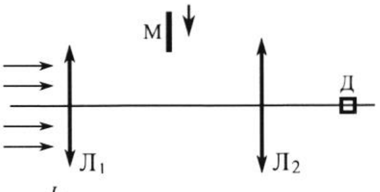


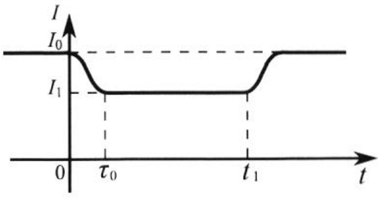
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2.

Дано:

$\nu = 6/7$ моль

$T_1 = 350\,K$

$T_2 = 550\,K$

Найти:

$V_{10} = ?$

$V_{20} = ?$

$T_k = ?$

$Q = ?$

пока:

Решение.

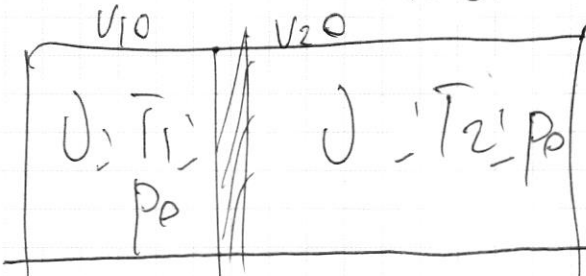


рис. 1

① Пусть V_{10} – нач. объём H_2, V_{20} – нач. объём N_2, p_0 – нач. давление в системе. По ур-ю Менделеева – Клапейрона

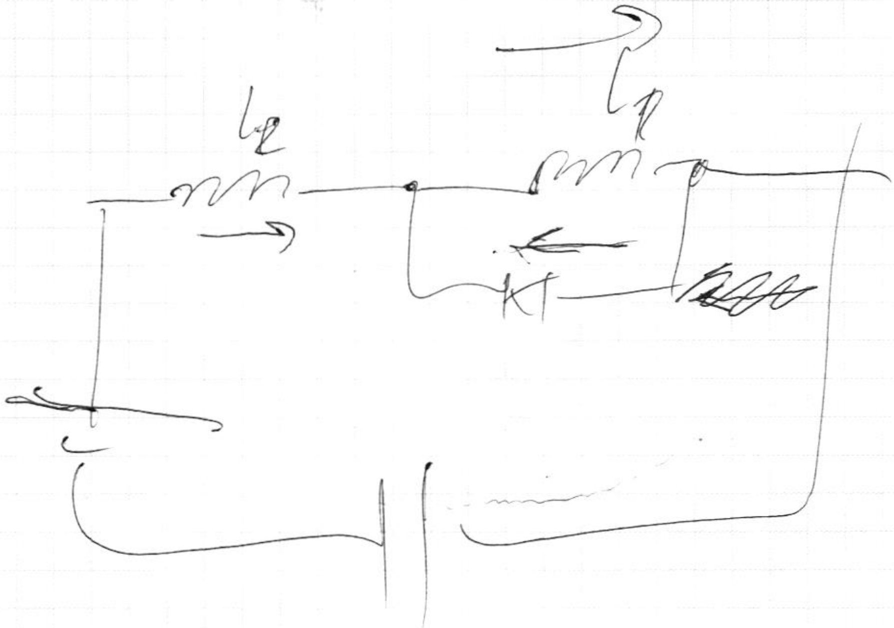
$p_0 V_{10} = \nu R T_1$; $p_0 V_{20} = \nu R T_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{V_{10}}{V_{20}} = \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{35}{55} = \dfrac{7}{11}$

② Пусть p – давление в системе в некотором состоянии, V_1 – объём H_2, V_2 – объём N_2 в этом состоянии. Энергия с-мы: $U = \dfrac{C_v}{R} pV_1 + \dfrac{C_v}{R} pV_2 = \dfrac{5}{2} p(V_1 + V_2) = \dfrac{5}{2} pV_0$, где V_0 – объём сосуда. т.к. $V_0 = const$, то система работу не совершает $\Rightarrow$ по 1 з-ну т/д: $Q = 0 + \Delta U \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta U = 0$, т.е. $U = const \Rightarrow \dfrac{5}{2} pV_0 = const$,

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)



$$I_2 + I_D = I_1$$

$$I_D = I_1 - I_2$$

$= \omega C E$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т.е. $\boxed{p = const = p_0}$

③ В конечном состоянии по ур-ю Менд.-Клап.:

H_2: $p_0 V_{1к} = \nu R T_к$ где $V_{1к}, V_{2к}$ – конечные
N_2: $p_0 V_{2к} = \nu R T_к$ объёмы, $T_к$ – конечная температура газов.

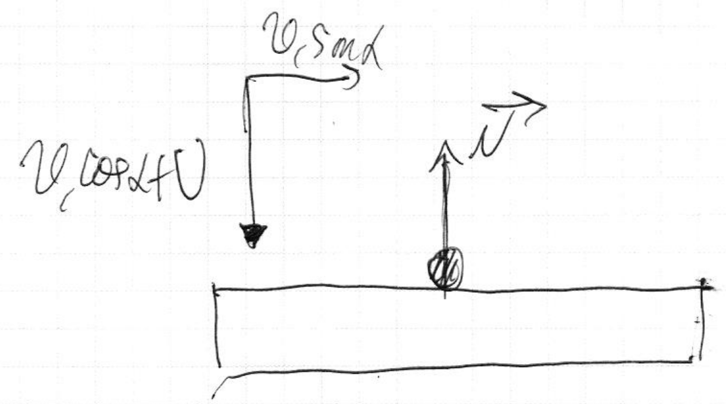
т.е. $p_0 (V_{1к} + V_{2к}) = 2\nu R T_к$, т.е. $T_к = \frac{p_0 V_0}{2\nu R}$

Но $p_0 V_{10} + p_0 V_{20} = \nu R T_1 + \nu R T_2$, т.е.

$p_0 V_0 = \nu R (T_1 + T_2) \Rightarrow \boxed{T_к = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450\,К}$

При этом объёмы газов (в конечн. сост.) одинаковы и равны $\frac{V_0}{2}$ (ведь равны их температуры, кол-ва и давления). ~~Отсюда~~ Поскольку $V_{10} + V_{20} = V_0$, а $V_{10} = \frac{7}{11} V_{20}$, то $V_{20} = \frac{11}{18} V_0$

По 1 з-ту для азота: $-Q = \frac{C_V}{R} p_0 (V_{2к} - V_{20}) + p_0 (V_{2к} - V_{20}) = \frac{5}{2} p_0 V_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{11}{18}\right) + p_0 V_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{11}{18}\right) = -p_0 V_0 \left(\frac{11}{18} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{2} + 1\right) = -\nu R (T_1 + T_2)\left(\frac{1}{9}\right) \cdot \frac{7}{2} =$



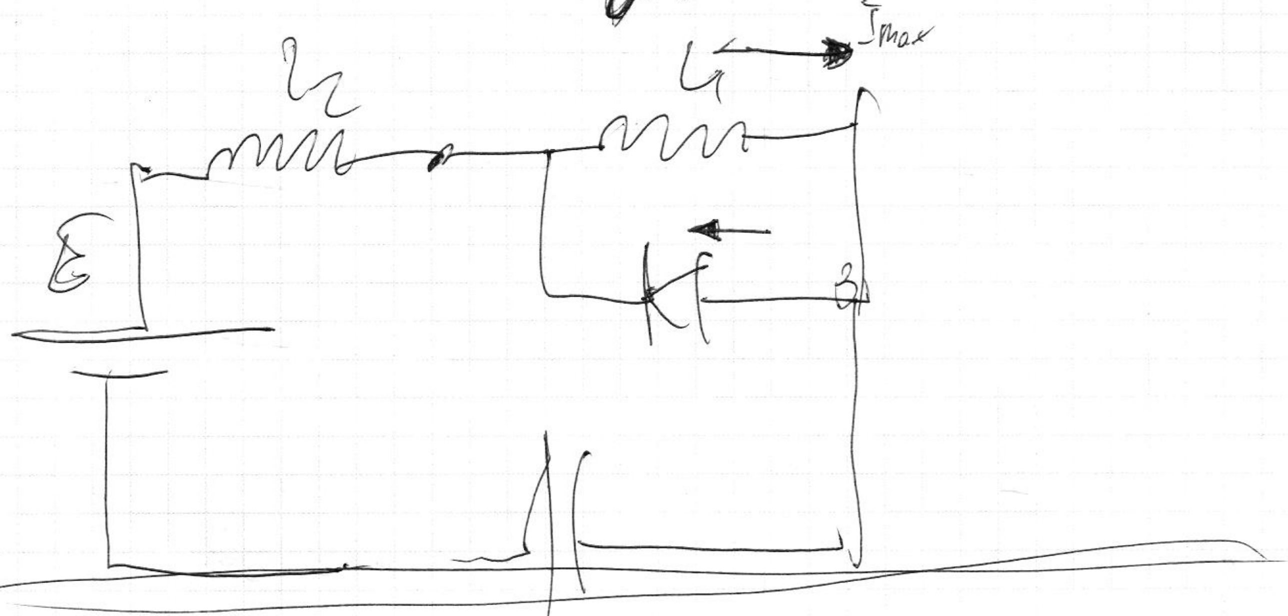
$\Uparrow U$ $\quad U > v_2 \cos\beta$

$$v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} v_1 =$$

$$= 9 \frac{м}{с}.$$

$U = 0$



$$\frac{7}{2}\nu R\left(\frac{T_1+T_2}{2} - T_2\right) = \frac{7}{2}\nu R \frac{T_1-T_2}{2} =$$

$$= \frac{7}{2}\nu R \cdot 100 =$$

$$= 350\,\nu R = 350 \cdot \frac{6}{7} \cdot R =$$

$$= 300 R$$

$8{,}31 \cdot 3 = 24{,}93$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= -\frac{7}{18}\nu R(T_1+T_2) \Rightarrow Q = \frac{7}{18}\nu R(T_1+T_2) =$

$= 2493$ Дж.

переданное газом водороду тепло

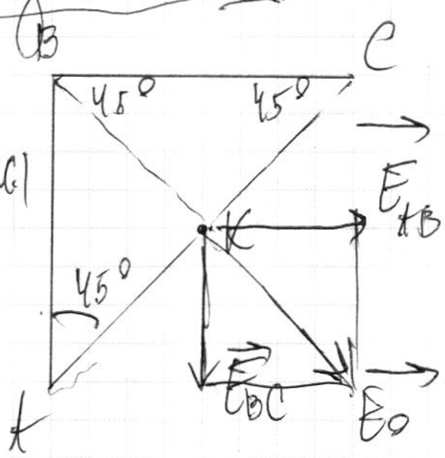
Ответ: $\frac{V_{10}}{V_{20}} = \frac{7}{11}$;

$T_K = 450$ K;

$Q = 2493$ Дж

Задача №3.

рис1



① Пусть поле BC в точке K равно $\vec{E}_{BC}$ (ясно что в силу симметрии $\vec{E}_{BC} \perp BC$, $\vec{E}_{AB} \perp AB$), а поле заряженной с той же плотностью пластины AB равно $\vec{E}_{AB}$. При $\alpha = \pi/4$ пластины полностью одинаковы (рис.1) $\Rightarrow$

$\Rightarrow E_{BC} = E_{AB}$, а суммарное поле в точке K:

$\vec{E}_0 = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$, т.е. $E_0 = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} =$

$= \sqrt{2}\, E_{BC} \Rightarrow$ поле в точке К увеличится в $\sqrt{2}$ раз.

(2)

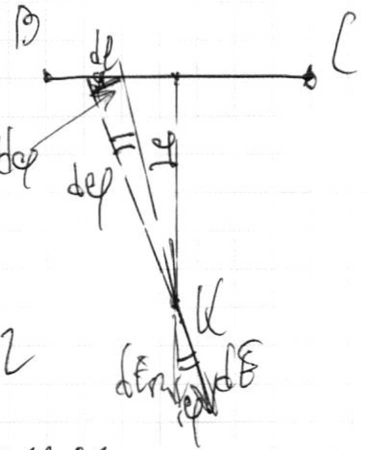


рис. 2

~~Перейдём~~ Вторая часть задачи. ~~Разо~~ Разобьём пластинку BC на множество бесконечно длинных полосок, ~~каждая~~ перпендикулярных плоскости рисунка. Одна полоска создаёт в точке К поле: $dE = \frac{2k\rho}{r}$, где r – расстояние от К до её проекции на плоскость рисунка, $\rho = \sigma_1 \cdot dl$ – лин. плотность заряда. Но $dl = \frac{r d\varphi}{\cos\varphi} \Rightarrow$

$\Rightarrow dE = \frac{2k\sigma_1}{r} \frac{r d\varphi}{\cos\varphi} = 2k\sigma_1 \frac{d\varphi}{\cos\varphi}$. Проекция $d\vec{E}$ на нормаль к BC: $dE_n = dE\cos\varphi = 2k\sigma_1 d\varphi \Rightarrow$ поле BC в точке К:

$$E_1 = \int_{-\varphi_m}^{\varphi_m} 2k\sigma_1 d\varphi = 2k\sigma_1 \cdot 2\varphi_m = 4k\sigma_1\varphi_m, \text{ где}$$

$\varphi_m = \alpha$, т.е. $E_1 = 4k\sigma_1\alpha = \frac{4}{4\pi\varepsilon_0}\sigma_1\alpha = \frac{\sigma_1}{\pi\varepsilon_0}\alpha$

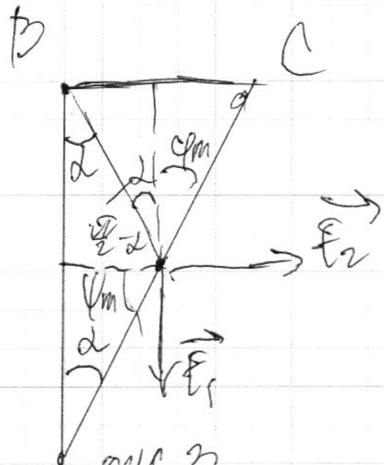


рис. 3

А поле AB в точке K по аналогии: $E_2 = 4k\sigma_2 \cdot \psi_m = 4k\sigma_2 \cdot \left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \frac{\sigma_2}{\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$

Т.к. $E_1 = \frac{\sigma_1}{\pi\varepsilon_0}\frac{\pi}{5} = \frac{\sigma_1}{5\varepsilon_0} = \frac{3\sigma}{5\varepsilon_0}$,

а $E_2 = \frac{\sigma_2}{\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{5}\right) = \frac{3\sigma}{10\varepsilon_0}$

Полное поле: $E_K = \sqrt{E_1^2+E_2^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{9}{25}+\frac{9}{100}} =$

$$= \frac{3\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{1}{25}+\frac{1}{100}} = \frac{3\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{125}{100\cdot 25}} =$$

$$= \frac{3\sigma\cdot\cancel{5}\sqrt{5}}{\cancel{5}\cdot 10\cdot\varepsilon_0} = \frac{3\sqrt{5}}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Ответ: 1) в $\sqrt{2}$ раза

2) $E_K = \frac{3\sqrt{5}}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

8 Докажем, что поле бесконечной равномерно заряженной лин. плотностью ρ нити нел

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$q = C\mathcal{E}(1 - \cos\omega t)$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}}$

$U_1 = L_1 \frac{dI}{dt}$

$I = (-C\mathcal{E}\cos\omega t)' = \omega C\mathcal{E}\sin\omega t$

$\frac{dI}{dt} = \omega^2 C\mathcal{E}\cos\omega t$

$T = \pi\sqrt{C}(\sqrt{L_2} + \sqrt{L_1 + L_2}) =$

$= \pi\sqrt{C}(\sqrt{3L} + \sqrt{7L}) =$

$\mathcal{E}_0 = L_2 \mathcal{E}_2$

$q = C\mathcal{E}(1 - \cos\Omega t)$, $\Omega = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$

$\omega C\mathcal{E}_0 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}\mathcal{E} =$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

расстоянии r от неё равно $E = \frac{2k\rho}{r}$.

Ясно, что оно ~~р~~ радиально. Тогда по т. Гаусса для цилиндрической, коаксиальной поверхности радиуса r (рис. 4):

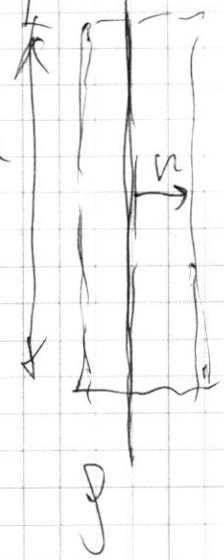


рис. 4

$$E \cdot 2\pi r h = 4\pi k \cdot (\rho h),$$ где h — образующая цилиндрич. пов-ности.

Итак: $\boxed{E = \frac{2k\rho}{r}}$, ч. и т. д.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\downarrow v_1\cos\alpha + U$ $\uparrow v_2\cos\beta - U$

$v_1^2\cos^2\alpha + 2v_1\cos\alpha\, U + U^2 > v_2^2\cos^2\beta - 2v_2 v\cos\beta\, U$

$2U(v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta) > v_2^2\cos^2\beta - v_1^2\cos^2\alpha$

$$U > \frac{v_2^2\cos^2\beta - v_1^2\cos^2\alpha}{v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta}$$

$18^2\cdot\frac{8}{9} - 12^2\cdot\frac{3}{4}$

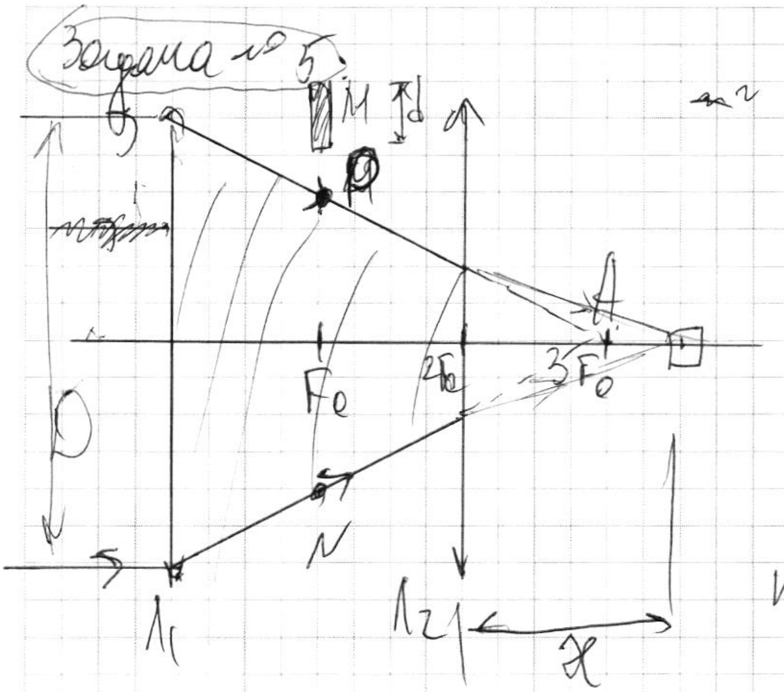
$= 2\cdot 18\cdot 18\cdot\frac{8}{\cancel{9}} - \cancel{12}\cdot 12\cdot\frac{3}{\cancel{4}} =$

$= 36\cdot 8 - 9\cdot 12 =$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

Задача № 5.



① Параллельный пучок, пройдя через $Л_1$, фокусируется в её фокусе. В этой точке (т. A на рис. 1) находится мнимый источник для $Л_2$.

рис. 1

т.е. $\frac{1}{-F_0} + \frac{1}{x} = \frac{1}{F_0}$, где x – расстояние от $Л_2$ до детектора.

т.е. $\boxed{x = \frac{F_0}{2}}$

② Нетрудно видеть (рис. 1), что весь пучок, пройдя $Л_1$, лежит в заштрихованной на рис. 1 области. Падение тока начинается, когда мишень M диаметра d достигает точки P, а заканчивается,

$$D^2 - d^2 = \frac{5}{9} D^2$$

$$d^2 = D^2 \frac{14}{9}$$

$$\frac{1}{-F_0} + \frac{1}{S} = \frac{1}{F_0} \qquad d = \frac{D}{3}\sqrt{14}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{2}{F_0}$$

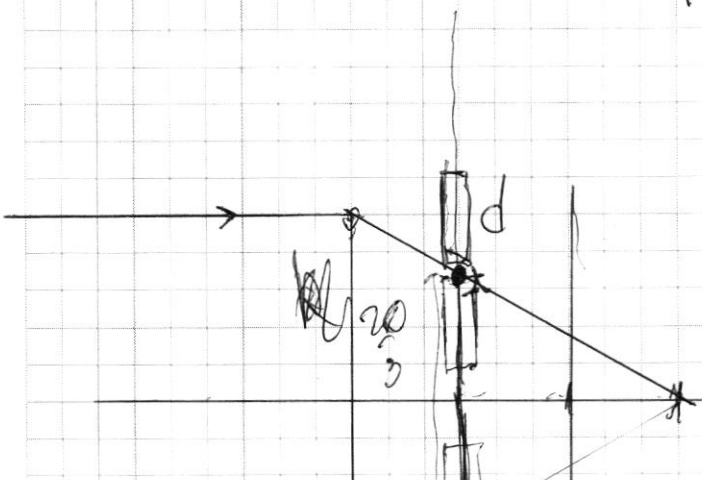
$$S = \frac{F_0}{2}$$

$$V = \frac{2D}{t_1} = \frac{2D}{\tau_0 \frac{3}{\sqrt{14}}} = \frac{2\sqrt{14}D}{3\tau_0}$$

$$F_0,\ D,\ \tau_0$$

$$\tau_0 = \frac{d}{V}$$

$$(t_1 - \tau_0) = \frac{2D}{3V}$$



$$\tau_0 = \xi$$

$$t_1 = \frac{2D}{3V}$$

$$\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{5}{9}\frac{\pi D^2}{4}$$

$$t_1 = \frac{\tau_0}{d} D = \tau_0 \frac{3}{\sqrt{14}}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

когда её ~~[illegible]~~ верхний край проходит через точку N. Когда линзы полностью в области MN, ток не изменяется и минимален.

Тогда $t_0 = \frac{d}{V}$, $t_1 = \frac{PN}{V}$ (в момент t_1 нижний край линзы оказывается в точке N).

Но из геометрии $PN = \frac{2D}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = \frac{2D}{3V}$. Площадь сечения пучка ~~[illegible]~~ плоскостью, проходящей через PN перпендикулярно гл.опт. оси, при отсутствии линзы: $S_0 = \cancel{\frac{\pi D^2}{4}}\ \frac{\pi PN^2}{4} =$

$= \frac{\pi}{4} \frac{4D^2}{9} = \frac{\pi D^2}{9}$,

а когда линзы полностью в области PN: $S_1 = S_0 - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi D^2}{9} - \frac{\pi d^2}{4}$.

т.к. $I_1 = \frac{5}{9} I_0$, то $S_1 = \frac{5}{9} S_0$, т.е. $\frac{\pi}{4}\left(\frac{4D^2}{9} - d^2\right) =$

$\cancel{\frac{5}{9}\frac{\pi}{4}\frac{4D^2}{9}} = \frac{5}{9}\frac{\pi}{4}\frac{4D^2}{9}$, т.е. $\frac{4D^2}{9} - d^2 = \frac{5}{9}\frac{4D^2}{9}$,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т.е. $d^2 = \frac{4}{9}\frac{4D^2}{9} = \left(\frac{4D}{9}\right)^2 \Rightarrow d = \frac{4D}{9}$.

т.е. $\tau_0 = \frac{4D}{9V}$, а $t_1 = \frac{2D}{3V} = \frac{3}{2}\tau_0$

а $V = \frac{4D}{9\tau_0}$.

$$\boxed{\text{Ответ: } x = \frac{F_e}{2};\quad t_1 = \frac{3}{2}\tau_0;\quad V = \frac{4D}{9\tau_0}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4.

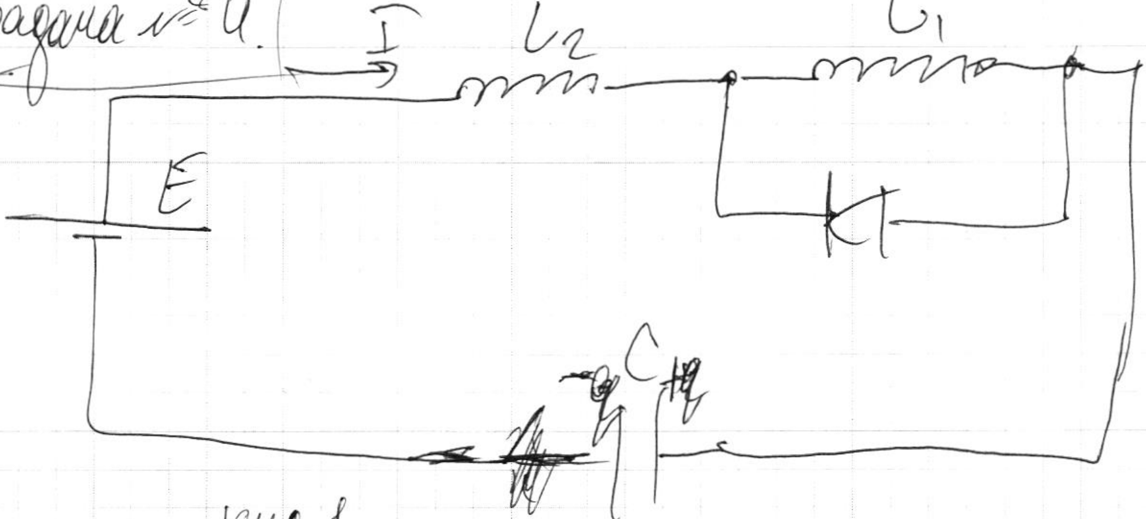


рис. 1

① Пусть диод ~~открыт~~ закрыт, а ток в цепи равен I. По 2. му пр. Кирхгофа для всей цепи: $E - L_1\frac{dI}{dt} - L_2\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}$, где q – заряд конд-тора.

т.е. $\frac{1}{C(L_1+L_2)}(q-CE) + \frac{dI}{dt} = 0$.

Но $I = \dot q \Rightarrow \ddot q + \frac{1}{C(L_1+L_2)}(q-CE) = 0$. Пусть $q - CE = y$. Тогда: $\ddot y + \frac{1}{C(L_1+L_2)}y = 0$.

Это ур-е гарм. колебаний с цикл. частотой $\omega = \frac{1}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}$. Т.к. $y(0) = -CE$, а

$\ddot{q}(0) = \dot{q}(0) = 0$, то $q(t) = -CE\cos\omega t$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow q(t) = q + CE = CE(1-\cos\omega t)$.

$I(t) = \dot{q} = \omega CE\sin\omega t$.

Напряжение на L_1: $U_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt} =$

$= L_1 \cdot \omega^2 CE\cos\omega t$.

Т.к. первые ~~полупериоды~~ ~~когда~~ четверть периода $U_1 > 0$, и диод закрыт сначала

~~② Пусть диод закрыт, тогда открыт.~~

Тогда через q L_1 ~~ток не течёт~~ (к.з.)

(если бы сначала диод был открыт ток через него тек бы в обратную сторону, что невозможно)

~~Далее~~ ② через четверть периода диод уже не может быть закрытым, т.к. тогда $U_1 < 0$. (т.е. на диоде напр. положительно).

Т.е. диод открыт. При этом $U_1 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dI_1}{dt} = 0 \Rightarrow I_1 = const = \omega CE$ (ток через L_1)

При этом по 2-му пр. Кирхгофа для контура L_2 и диода:

$E = L_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{q}{C}$. ~~То [illegible] [illegible]~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Этого диффер-ур-я~~ $q(t)=CE(1-\cos\Omega t)$, но где $\Omega=\frac{1}{\sqrt{L_2C}}$.

При этом ток через L_2: $I_2(t)=\dot{q}=$
$=\Omega CE\sin\Omega t$

При этом $I_2=\omega CE$, т.е.

при $\sin\Omega t=\frac{\omega}{\Omega}=\sqrt{\frac{L_2}{L_1+L_2}}=\sqrt{\frac{3}{7}}$

диод закрывается (ибо иначе ток через него должен был бы пойти в обратном направлении). Дальше сначала ~~начином~~

~~получим~~ Т.е. $\frac{1}{CL_2}(q-CE)+\ddot{q}=0$.

Пусть $x=q-CE$. Тогда $\ddot{x}+\frac{1}{CL_2}x=0$.

Это ур-е гарм. колеб. с частотой (указан.)

$\Omega = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$. Заметим, что

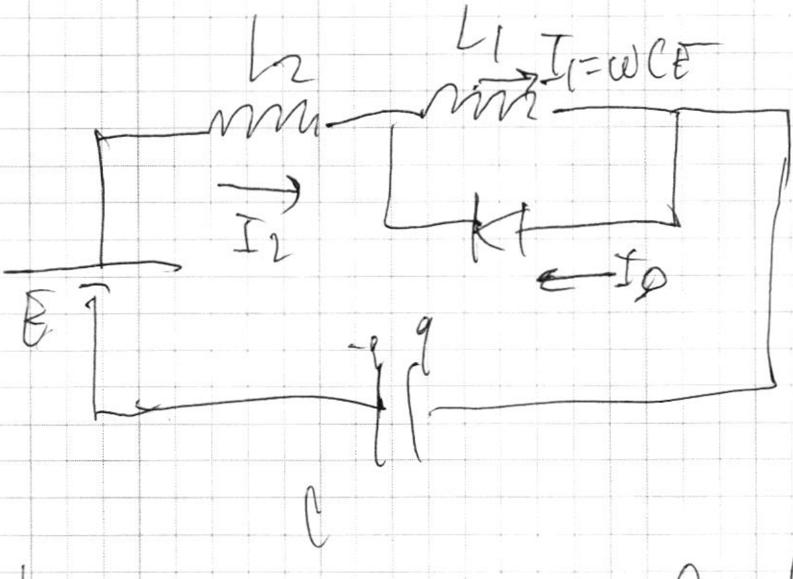
$\dot{x}(0) = \omega C E$ (макс. ток в цепи при открытом диоде), а

$\ddot{x}(0) = 0 \Rightarrow \dot{x}(0) = \omega C E \cos \Omega t$,

(ибо $\frac{q}{C} = E$ в этот момент)

т.е. $I_2 = \dot{q} = \dot{x} = \omega C E \cos \omega t$.

Ток через диод: $I_D = I_1 - I_2$ (по I пр. Кирхгофа)



поэтому $I_D = \omega C E (1 - \cos \omega t) \geq 0$ при любых $t \Rightarrow$ в уст. режиме диод всегда открыт, а период колебаний $T = 2\pi / \Omega = 2\pi \sqrt{L_2 C} = 2\pi \sqrt{3LC}$ — тока в цепи. На L_1 ток постоянен, поэтому период колебаний тока в L_1 равен ∞

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Макс. ток через ~~в~~ L_1: $I_{M_1} = \omega C E = \frac{CE}{\sqrt{7LC}} = \sqrt{\frac{C}{7L}}\, E$

А через L_2: $I_{M2} = \omega C E = \sqrt{\frac{C}{7L}}\, E$.

Ответ: $I_{M_1} = \sqrt{\frac{C}{7L}}\, E = I_{M_2}$;

$T_2 = 2\pi\sqrt{3LC}$ — период колебаний тока в L_2

~~период колебаний тока в L_1: $T = \infty$~~

Задача №1.

рис. 1

① Т.к. плита гладкая то проекция его скорости на ось X (рис. 1) сохраняется:

$\upsilon_2 \sin\beta = \upsilon_1 \sin\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_2 = \upsilon_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}\,\frac{м}{с} = 12 \cdot \frac{3}{2}\,\frac{м}{с} = \underline{18\,\frac{м}{с}}$

При этом скорость ~~нач~~ шарика в с.о. плиты после удара $v_2\cos\beta - U \geq 0$,

т.е. $U \leq v_2\cos\beta = \cancel{v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cos\beta}$

$= \cancel{v_{2}}$ $= v_2\sqrt{1-\sin^2\beta} = v_2\sqrt{1-\frac{1}{9}} =$

$= v_2\sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{v_2}{3}2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}v_2 = \frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot 18\,\frac{м}{с} =$

$= 12\sqrt{2}\,\frac{м}{с}$

~~Ответ: $v_2 = 18\frac{м}{с}$~~

~~$0 \leq U \leq 12\sqrt{2}\frac{м}{с}$~~

~~(т.к. плита массивная, то U в ходе удара не меняется)~~

Перейдем в с.о. плиты. ~~Гор. проекция скор.~~ ~~Гор~~ Вертик. составляющая скорости шарика до удара: $v_1\cos\alpha + U$, а после: $v_2\cos\beta - U$. По з.с.э. (m-масса шарика):

$$\frac{mv_x^2}{2} + \frac{m(v_1\cos\alpha + U)^2}{2} \geq \frac{mv_x^2}{2} + \frac{m(v_2\cos\beta - U)^2}{2}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(где $v_x = v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$).

т.е. $v_1^2\cos^2\alpha + v^2 + 2v_1 v\cos\alpha \geq v_2^2\cos^2\beta + v^2 - 2v_2 v\cos\beta$

т.е. $2v(v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta) \geq v_2^2\cos^2\beta - v_1^2\cos^2\alpha$,

т.е. $v \geq \dfrac{v_2^2\cos^2\beta - v_1^2\cos^2\alpha}{2(v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta)} =$

$\cancel{= \dfrac{18\cdot18\cdot\frac{8}{9} - 12\cdot12\cdot\frac{3}{4}}{2(12\cdot\frac{2\sqrt2}{3} + 18}}$

$= \dfrac{18\cdot18^2\cdot\frac{8}{9} - 12\cdot12^3\cdot\frac{3}{4}}{2(12\cdot\frac{\sqrt3}{2} + 18\cdot\frac{2\sqrt2}{3})}\,\frac{м}{с} = \dfrac{18\cdot16 - 12\cdot9}{2(6\sqrt3 + 12\sqrt2)}\,\frac{м}{с} =$

$= \dfrac{288 - 108}{2(6\sqrt3+12\sqrt2)}\,\frac{м}{с} = \dfrac{180}{2(6\sqrt3+12\sqrt2)}\,\frac{м}{с} = \dfrac{90}{6\sqrt3+12\sqrt2}\,\frac{м}{с} =$

$= \dfrac{45}{3\sqrt3+6\sqrt2}\,\frac{м}{с} = \dfrac{15}{\sqrt3+2\sqrt2}\,\frac{м}{с} = \dfrac{15(\sqrt3-2\sqrt2)}{3-8}\,\frac{м}{с} =$

$= \frac{15(\sqrt{3}-2\sqrt{2})}{-5} \frac{м}{с} = 3(2\sqrt{2}-\sqrt{3}) \frac{м}{с}$

(ясно, что это меньше $6\sqrt{2}\frac{м}{с} < 12\sqrt{2}\frac{м}{с}$)

Ответ: $v_2 = 18 \frac{м}{с}$;

$3(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\frac{м}{с} \le v \le 12\sqrt{2}\frac{м}{с}$

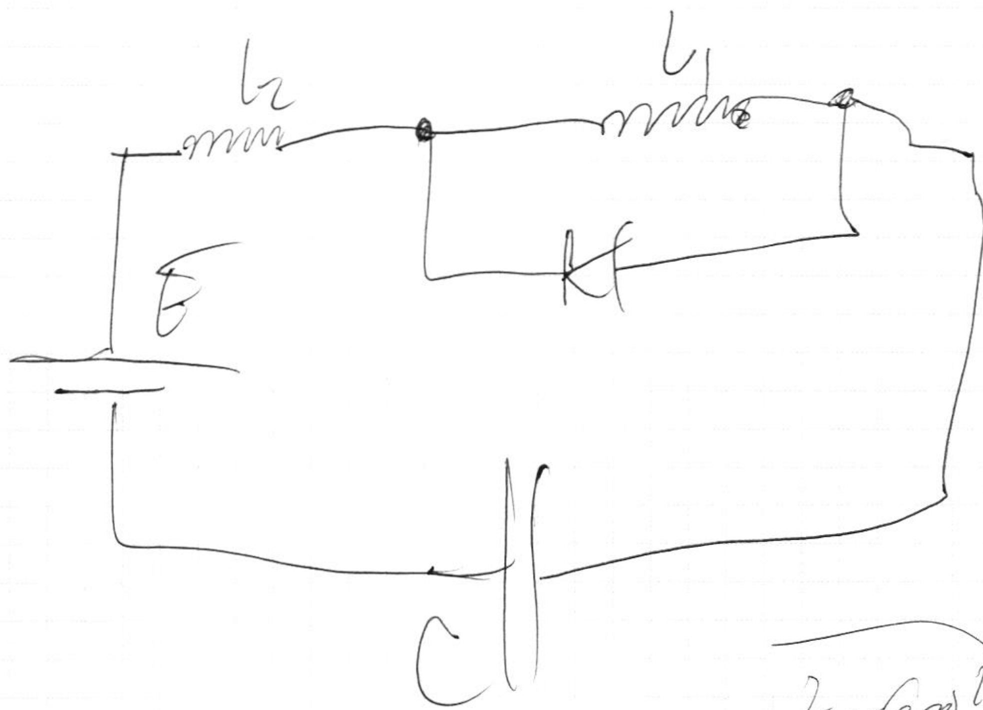
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sqrt{x^2+(2x)^2}=$$

$$=\sqrt{5}x=$$

$$=\sqrt{5}\,\frac{3}{10}$$

☑ черновик ☐ чистовик

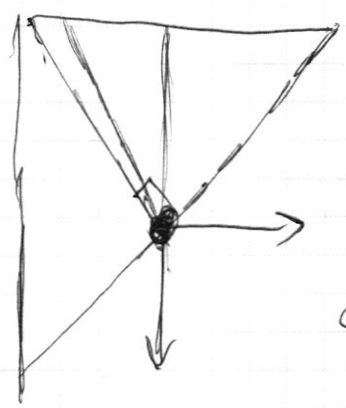
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

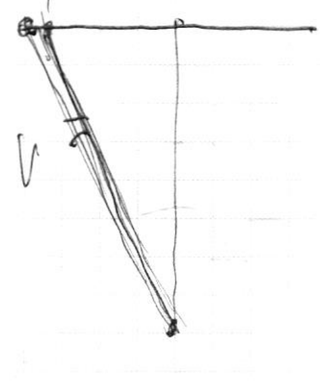
☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

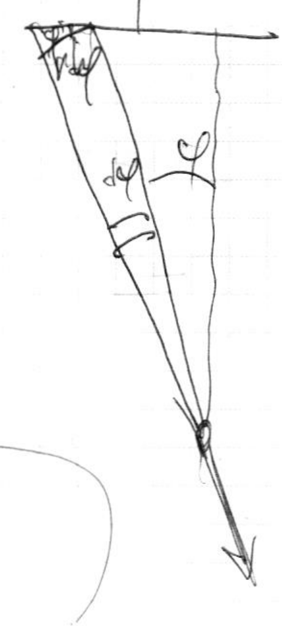
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$\sqrt{2}$

$dE = \frac{2k\sigma}{R}\frac{Rd\varphi}{\cos\varphi}$





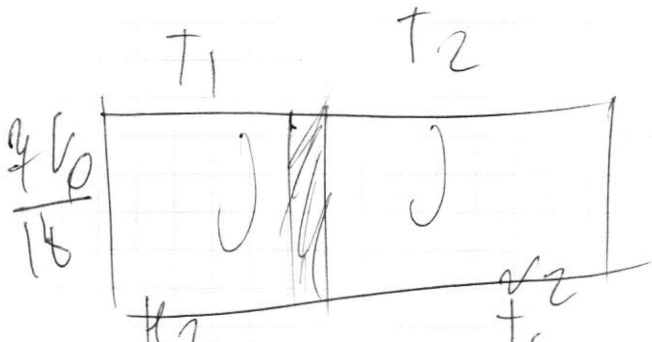
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

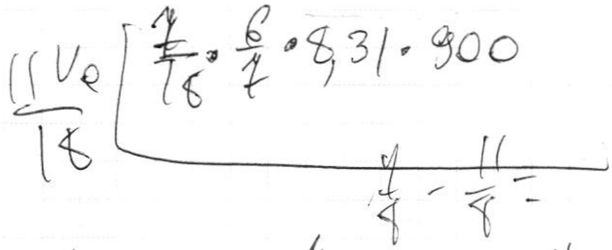
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}=$

$\frac{350}{55}=\frac{7}{11}=-\frac{7}{4}$

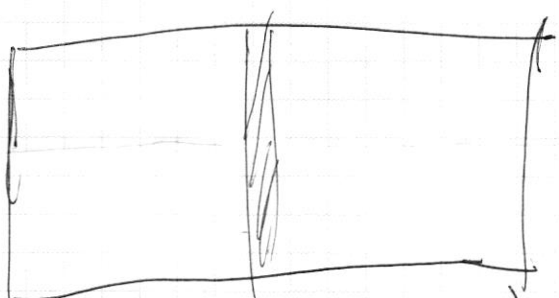
$\frac{11}{18}-\frac{1}{2}=\frac{11}{18}-\frac{9}{18}=$
$=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$

$\nu RT_1+\nu RT_2=2\nu RT$

$\frac{7}{18}-\frac{1}{2}=\frac{7}{18}-\frac{9}{18}=$
$=-\frac{2}{18}=-\frac{1}{9}$

$T=\frac{T_1+T_2}{2}=\frac{350+550}{2}=$
$=\frac{900}{2}=450K$

$\frac{V_0}{2}$ $\frac{V_0}{2}$



N_2 $\parallel$ H_2

$U=\frac{5}{2}(pV_1+pV_2)=$
$=\frac{5}{2}pV_0$

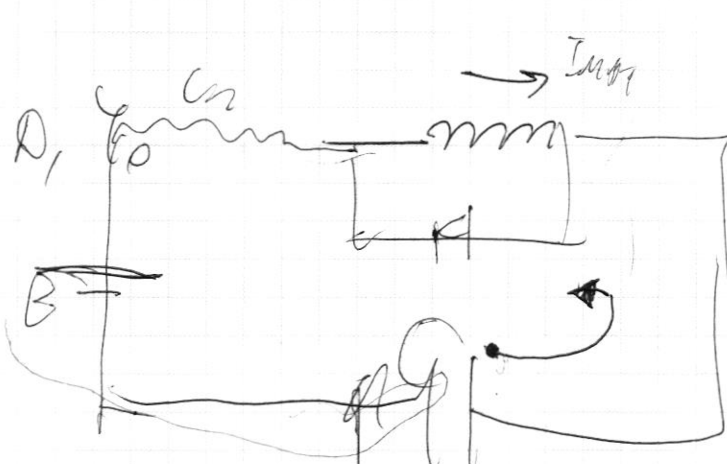
$U=C\Rightarrow p=const$

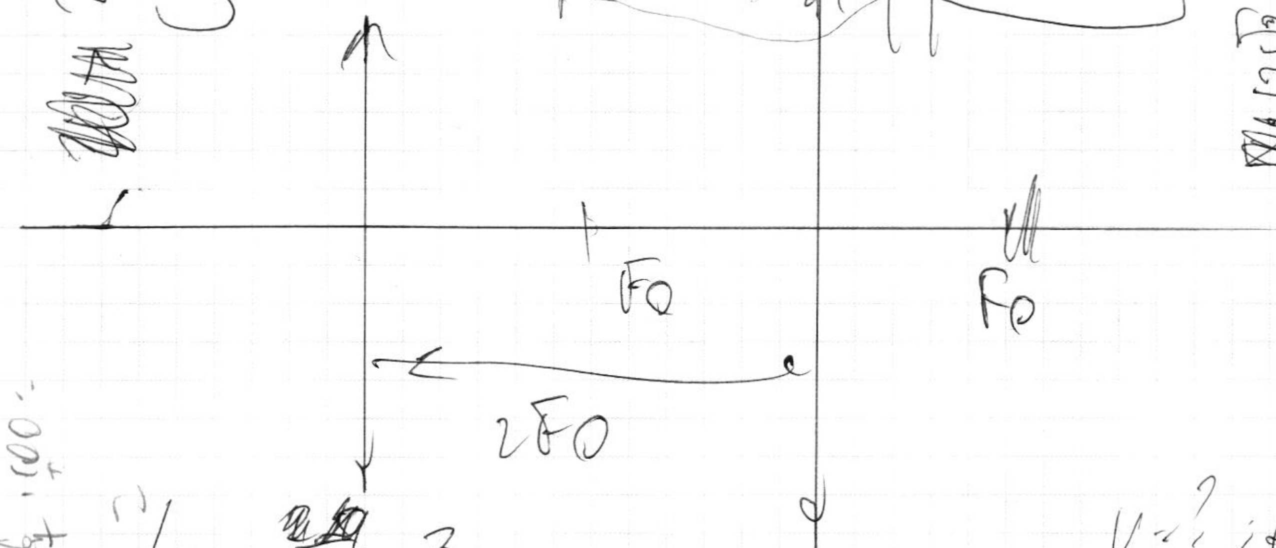
$Q=\nu R(T-T_1)+$
$+p_0\left(\frac{V_0}{2}-\frac{11V_0}{8}\right)=\nu R(T-T_1)+p_0V_0\left(\frac{1}{2}-\frac{11}{8}\right)=$
$=\nu R\left(\frac{T_2-T_1}{2}+\cancel{\nu R}(T_1+T_2)\left(-\frac{7}{8}\right)\right)=\nu R\left(\frac{T_2}{2}-\frac{T_1}{2}\cdot 4-\right.$

$\frac{5}{2}\cdot\frac{6}{7}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

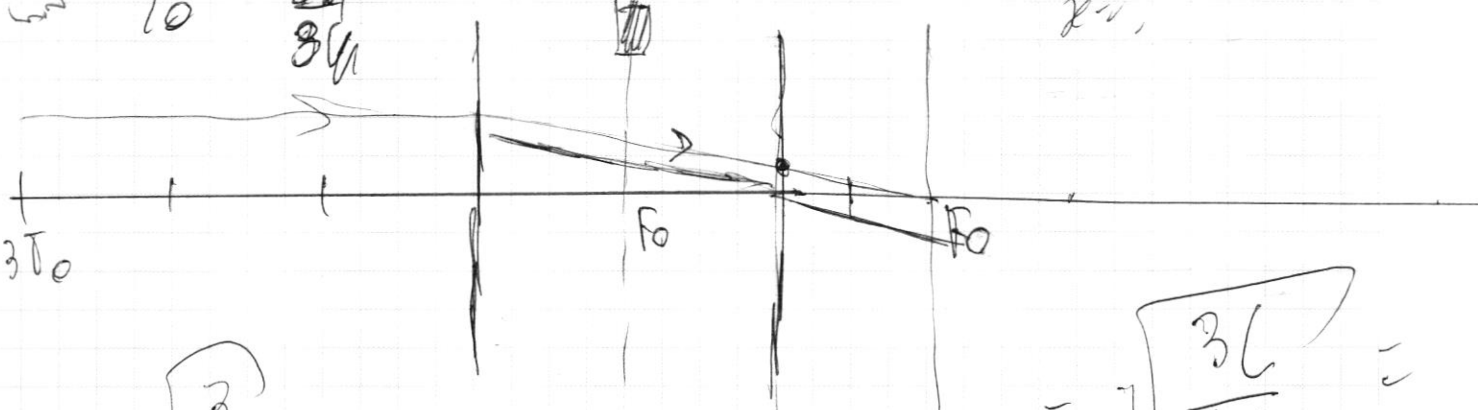




$$\frac{y}{y_0} = \frac{3}{2}$$

$v = ?$

$x = ?$



$$= \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{3C}{4L}} =$$

$$\Omega \sin \Omega t = \omega$$

$$\sin \Omega t = \frac{\omega}{\Omega} = \sqrt{\frac{1}{4LC}} =$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{7}{78} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8{,}31 \cdot 900 =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{1} \cdot 8{,}31 \cdot 100 =$

$= 300 \cdot 8{,}31 \quad 2493$

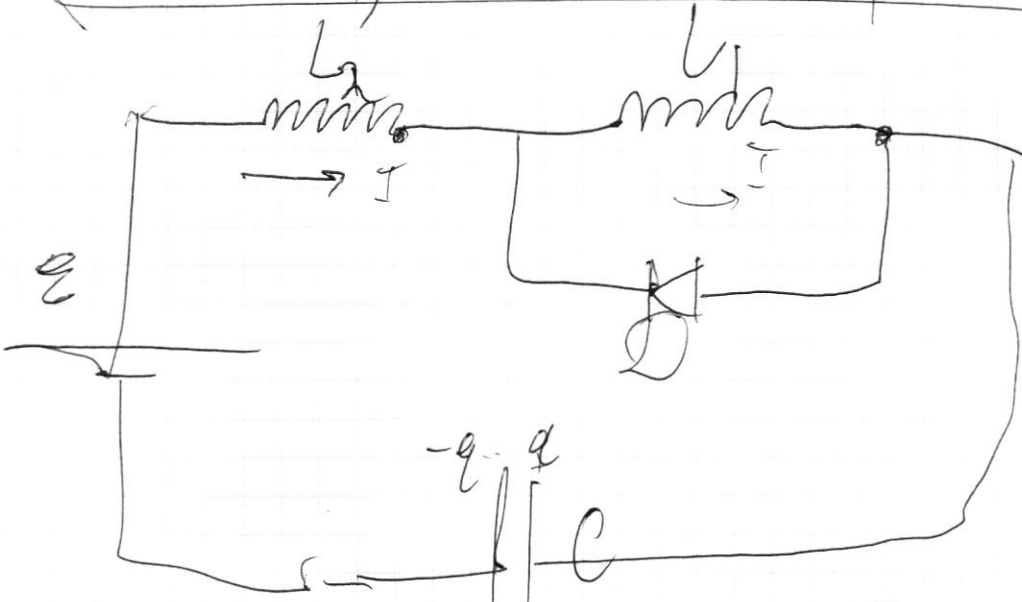
$8{,}31 \times 3 = 24{,}93$

$q = q_0 \cos \omega t$

$q_0 = -C\mathcal{E}(L_1+L_2)$

$q = -C\mathcal{E}(L_1+L_2) \cos \omega t$

$q = C\mathcal{E}(L_1+L_2)(1-\cos\omega t)$



$\frac{7}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8{,}31 \cdot 100$

$\mathcal{E} = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt}$

$\frac{q}{C(L_1+L_2)} + \ddot{q} - \mathcal{E} = 0$

$\mathcal{E} = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}$

$\frac{1}{C(L_1+L_2)}(q - C\mathcal{E}\cancel{(L_1+L_2)}) + \ddot{q} = 0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)