

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

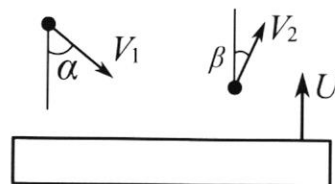
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



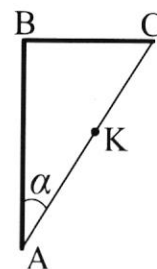
- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

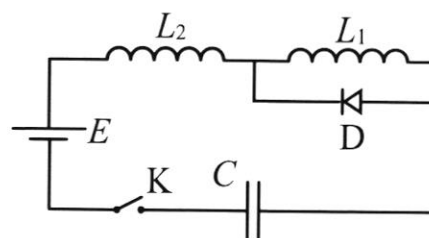
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

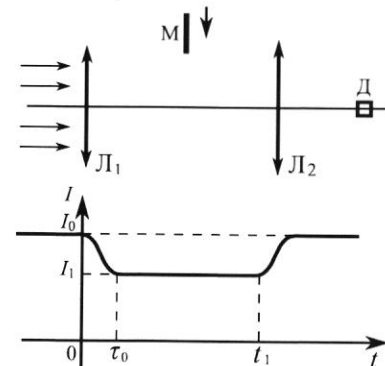
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.

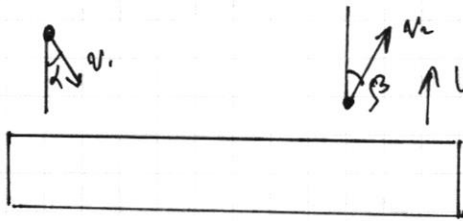


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



1) Массивная плита движется в плоскости xy , вдоль оси oy .

Как известно при ударе с v скоростью ии стеной с u :

1. перед ударом в С.О. плита
шарик летит с $v+u$, после удара
скорость шарика $v+u \rightarrow$ в С.О.
или u

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{2y} = v_{1y} + 2u \\ v_{1x} = v_{2x} \end{cases}$$

Неупругость удара или рз превращается в зам. что $2 \cdot C \cdot u$ не считается)

$$\Rightarrow v_1 \cdot \frac{1}{2} = v_2 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow v_2 = \frac{3}{2} v_1 = \underline{\underline{15 \cdot 12 = 18 \text{ (м/с)}}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \beta = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$u = \frac{v_{2y} - v_{1y}}{2} = \frac{18 \cos \beta - 12 \cos \alpha}{2} = 9 \cos \beta - 6 \cos \alpha$$

тогда 4 варианта скорости u :

$$u_1 = 9 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \text{ (вертикаль вверх)} \text{ (*)}$$

$$u_2 = -9 \frac{2\sqrt{2}}{3} + 6 \frac{\sqrt{3}}{2} = -6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \text{ (рвнм вниз)}$$

$$u_3 = -9 \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \frac{\sqrt{3}}{2} = -6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \text{ (рвнм вниз)}$$

$$u_4 = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \text{ (увличает вертикально вверх)}$$

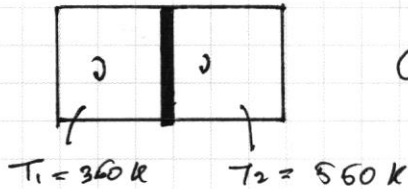
(*) - скорость рвнм u вдоль оси oy

Ответ: $v_2 = 18 \text{ (м/с)}$

$$u_1 = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

$$u_2 = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

№ 2



$$V_1 = V_2 = \frac{V}{2} \text{ (исход.)}$$

$$G = \frac{5}{2} R, \quad R = 8,31 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right)$$

1) в начале, т.е. $p_1 = p_2$ (и связано с тем, что закон сохранения орбитальной равновесия на поршне)

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \nu_1 R \quad (\text{уравнение состояния идеального газа})$$

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \nu_2 R$$

$$\text{т.е. } \nu_1 = \nu_2 \Rightarrow \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} =$$

$$\frac{V_{\text{воздуха}}}{V_{\text{азота}}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{360}{560} =$$

$$= \frac{5 \cdot 70}{5 \cdot 110} = \frac{7}{11}$$

2) после установившегося равновесия

$$\frac{p_{\text{ус}} \cdot V_{\text{воздуха}}}{T_{\text{ус}}} = \nu_1 R$$

$$\frac{p_{\text{ус}} \cdot V_{\text{азота}}}{T_{\text{ус}}} = \nu_2 R$$

$$\Rightarrow \frac{V_{\text{воздуха}}}{V_{\text{азота}}} = \frac{\nu_1 R T_{\text{ус}}}{p_{\text{ус}} \nu_2 R T_{\text{ус}}} = \frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow V_{\text{воздуха}} = \frac{1}{2} V, \text{ где } V -$$

полный объем цилиндра

сосуда

Поршень свободно движется, в равновесии процесс $\Rightarrow p_{\text{ус}} = p_1 = p_2 = \text{const}$

$$\Rightarrow \frac{p_2 V_{\text{воздуха}1}}{T_{\text{воздуха}1}} = \frac{p_1 V_{\text{воздуха}2}}{T_{\text{азота}}} \Rightarrow T_{\text{ус}} = T_{\text{воздуха}2} \frac{V_{\text{воздуха}2}}{V_{\text{воздуха}1}}$$

$$\frac{V_{\text{воздуха}}}{V_{\text{азота}}} = \frac{7}{11}$$

$$V_{\text{азота}} + V_{\text{воздуха}} = V$$

$$V_{\text{воздуха}} = V - V_{\text{азота}}$$

$$\frac{V - V_{\text{азота}}}{V_{\text{азота}}} = \frac{7}{11} \Rightarrow \frac{V}{V_{\text{азота}}} = \frac{18}{11} \Rightarrow$$

$$V_{\text{азота}} = \frac{11}{18} V \Rightarrow V_{\text{воздуха}} = \frac{7}{18} V$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow T_{\text{услн}} = T_{\text{воздух}} \cdot \frac{\frac{1}{2} V}{\frac{1}{18} V} = T_{\text{воздух}} \cdot \frac{9}{1} = 350 \cdot \frac{9}{1} = \underline{\underline{450 \text{ (К)}}}$$

3) первое начало термодинамики:

$$\delta Q = p dV + dU$$

Азот - сжимается с $\frac{11}{18} V$ до $\frac{9}{18} V$, остывает с 560 (К) до 450 (К)

Воздух - расширяет с $\frac{7}{18} V$ до $\frac{9}{18} V$, нагревает с 350 (К) до 450 (К)

\Rightarrow тепло, что выделит при остывании и сжатии азота, пойдёт на нагревание воздуха:

$$\text{Т.к. } p = \text{const} \Rightarrow \text{процесс - изобарный} \Rightarrow C = C_V + R = C_p = \left(\frac{5}{2} + 1\right)R = \frac{7}{2} R$$

$$\Rightarrow Q_{\text{пер}} = C \Delta T = \frac{7}{2} R \cdot \frac{6}{1} \cdot (560 - 450) =$$

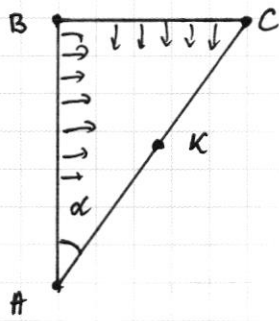
$$= 9 R \cdot 100 = 900 R =$$

$$= 900 \cdot 8,31 = 2493 \text{ (Дж)}$$

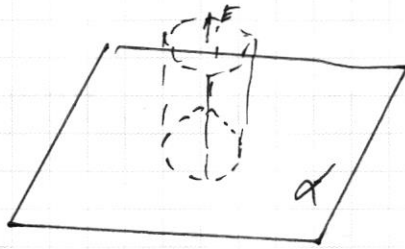
Ответы: $\frac{V_{\text{воздух}}}{V_{\text{азот}}} = \frac{7}{11}$

$$T_{\text{услн}} = 450 \text{ (К)}$$

$$Q_{\text{пер}} = 2493 \text{ (Дж)}$$



1) Вспомогат. Гаусси для бесконечной плоскости



Гаусси:

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{\Sigma Q}{\epsilon_0}$$

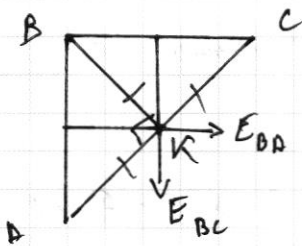
$$Q \pi R^2 \cdot E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$Q = \sigma \pi R^2 \Rightarrow$$

$$E = \frac{\sigma \pi R^2}{2 \pi R^2 \epsilon_0} = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

1) направление \perp плоскости α

2) точеч. рм углами с $\alpha = \frac{\pi}{4}$

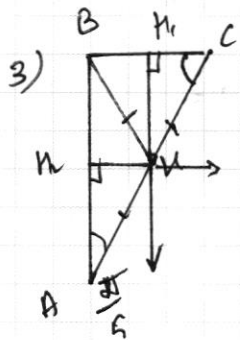


$$E_{BC} = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E_{\text{пол}} = E_{BC}^2 + E_{AB}^2 = \frac{2 \sigma^2}{4 \epsilon_0^2} = \frac{\sigma^2}{2 \epsilon_0^2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_{\text{пол}}}{E_{BC}} = \frac{\frac{\sigma^2}{2 \epsilon_0^2}}{\frac{\sigma}{2 \epsilon_0}} = \sqrt{2}$$



Уг. суммы углов Δ :

$$\pi = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8} + X \Rightarrow X = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{5\pi - 2\pi}{8} = \frac{3\pi}{8}$$

ΔBKC - равнобедренный

ΔBKA - равноб. \Rightarrow высота $KH_1 \perp KH_2$

$$(т.к. \angle B + \angle H_1 + \angle H_2 + \angle K) = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \angle K = 360^\circ - 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \Rightarrow E_{AB} \perp E_{BC}$$

$$\begin{cases} E_{BC} = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} \\ E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \end{cases} \Rightarrow E_{\text{пол}}^2 = \frac{9\sigma^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2} = \frac{10\sigma^2}{4\epsilon_0^2}$$

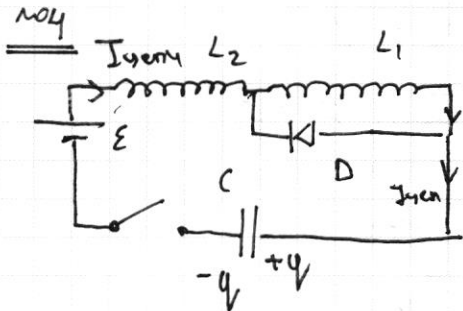
$$E_{\text{пол}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Ответ:

1) $\frac{E_{BC}}{E_{AB}} = \sqrt{2}$

2) $E_{\text{пол}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) Установили конденсатор и диод,
они соединены через L_2 и L_1 через диод не течет,
они "замкнуты" и ток проходит по цепи
($U_C = E$)

В цепи (2-ое правило Кирхгофа):

$$E = L_2 \frac{dI}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt} + U_C, \quad U_C = \frac{q}{C}$$

$$E = (L_2 + L_1) \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} \quad \frac{dI}{dt} = \frac{dq}{dt^2} \Rightarrow$$

$$E = (L_2 + L_1) \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} \Rightarrow q \left(\frac{1}{L_2 + L_1} \right) \frac{1}{C} + \frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{E}{L_2 + L_1}$$

дифференциальное уравнение

гармонических колебаний со

свободным членом равновесия.

$$q \omega^2 + \ddot{q} = \text{const} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} =$$

$$= 2\pi \sqrt{(L_2 + L_1)C} =$$

$$= 2\pi \sqrt{7LC}$$

Запишем уравнение $q(t)$

$$\omega^2 = \frac{1}{C} \frac{1}{7L}$$

$$q(t) = B + A \cos \omega t$$

$$\ddot{q}(t) = -A \omega^2 \cos \omega t$$

$$B \omega^2 + A \omega^2 \cos \omega t - A \omega^2 \cos \omega t = \frac{E}{7L} \Rightarrow$$

$$B = \frac{E}{7L} \cdot 7LC = EC$$

в начальный момент времени $q(t) = q(0) = 0 \Rightarrow A = -B$

$$\Rightarrow q(t) = EC(1 - \cos(\omega t))$$

тогда ток, текущий в цепи $I = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{q}(t) = -A\omega \sin \omega t$

$$\dot{q}(t) = EC \omega \sin \omega t \Rightarrow EC \sqrt{\frac{1}{L}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}} \dot{q}$$

$\Rightarrow I$ - макс, т.к. $\sin \omega t = 1$

$\Rightarrow I_{max} = I_{max} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$

в этот момент

~~Решение:~~

$\dot{q}(t) = 0$, т.к. $\cos \omega t = 0$,

но, ток протекать не может!

так будет протекать ток $\dot{q}(t) \neq 0$

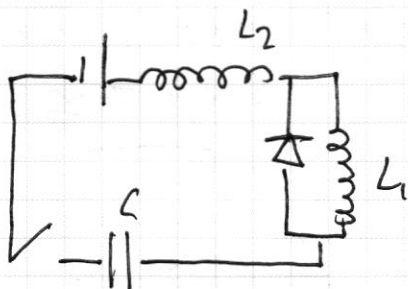
$\dot{q}(t) = 0 \Rightarrow \sin \omega t = 0$

\rightarrow любой момент времени

\rightarrow только периодически

в любой период $\cos \omega t = -1 \Rightarrow$

$q(t) = 2EC \Rightarrow U_C = 2E$



в этот момент индукция

в катушке мин \Rightarrow

~~ток течет в катушке~~

поэтому ток течет

в противоположном направлении

(Продолжение на листе #9)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

К0, К0у (протоинан μ_0) в противоположном направлении,
и ток I_1 течёт в противоположном направлении,

L_1 — замкнутая \Rightarrow

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E} + L_2 \frac{dI_2}{dt}$$

ток течёт в противоположном направлении,

и ток I_2 течёт в противоположном направлении,

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + L_2 \frac{dq}{dt}$$

$$q \frac{1}{CL_2} + \ddot{q} = \frac{\mathcal{E}}{L_2}$$

$$q(0) = 2q$$

$$q(t) = D + G \cos \omega t$$

$$\frac{D}{CL_2} = \frac{\mathcal{E}}{L_2} \Rightarrow D = \mathcal{E} C$$

$$q(0) = 2q = \mathcal{E} C + G \Rightarrow G = \mathcal{E} C$$

$$\Rightarrow q(t) = \mathcal{E} C (1 + \cos \omega t)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{CL_2}}$$

$$\Rightarrow I_{\text{max}} = \left(\frac{dq(t)}{dt} \right)_{\text{max}} = \mathcal{E} C \omega \sin \omega t$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow I_{2\text{max}} &= \mathcal{E} \cdot C \cdot \sqrt{\frac{1}{CL_2}} \\ &= \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_2}} \\ &= \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{3L}} \end{aligned}$$

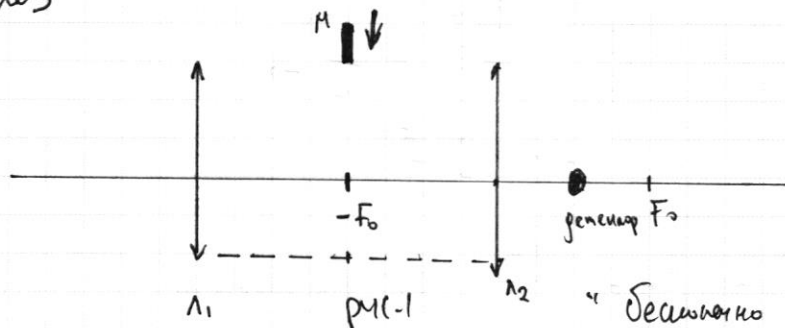
$$\text{Answer: } T = 2\pi \sqrt{7LC}$$

$$I_{1 \text{ max } 2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

$$I_{\text{max } 1} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



1) Формы L_1 и L_2 собрать

в один, так же можно

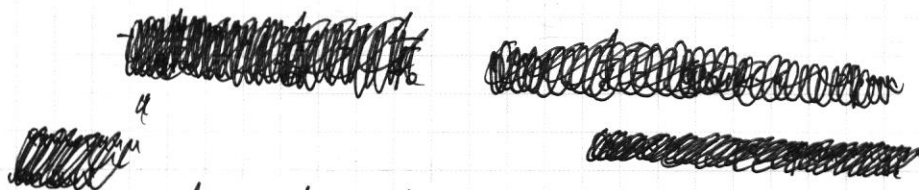
F_0

генератор F_0

«Бесконечно малый» параллельный пучок

параллельный пучок $L_1 \rightarrow$ фокус собирает в $F = 2F_0$

то на его пути стоит линза L_2 :



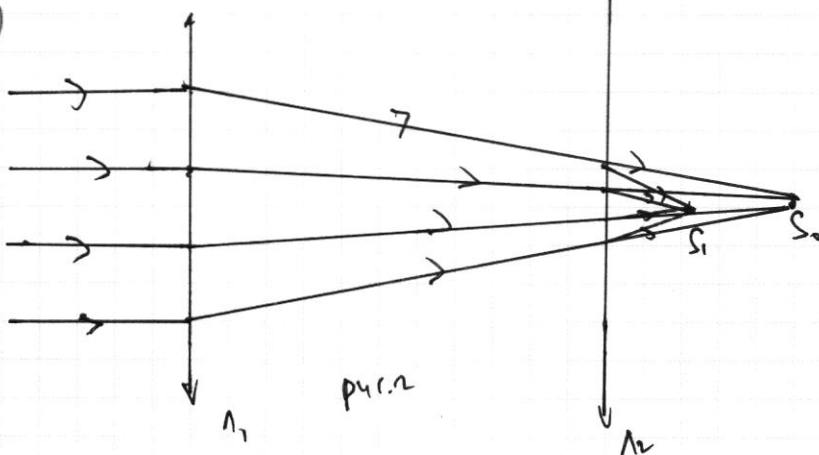
$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \quad (\text{формула тонкой линзы для } L_2)$$

источник - малый (это изображение в L_1) \rightarrow

$$\frac{1}{-F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \quad (\text{где } f \text{ расстояние по } \\ \text{фокальному})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{F_0} \Rightarrow f = \frac{F_0}{2}$$

2)



S_0 - лучи собирают

без ввода линзы

S_1 - лучи собирают

иначе ввод линзы

$I \sim P$ (из условия) $P \sim L$ (длина волны)

Тогда найдем по $I = \frac{\sigma}{\rho} I_0$, и определим на каком уровне
минимум интенсивности генерации имеет место

$$\Rightarrow \frac{dI}{dD} = \frac{\sigma I_0}{\rho D} = \frac{\sigma}{\rho} \Rightarrow$$

$$dI = D \cdot \frac{\sigma}{\rho}$$

$$\Rightarrow \tau_0 = \frac{dI}{v}, \text{ где } v - \text{ скорость минимума}$$

$$v = \frac{dI}{\tau_0} = \frac{\sigma}{\rho} \frac{D}{\tau_0}$$

$$3) \tau_1 = \tau_0 + \tau', \quad \tau' = \frac{D}{v} = \frac{D}{\frac{\sigma}{\rho} D} = \frac{\rho}{\sigma} \tau_0 \Rightarrow$$

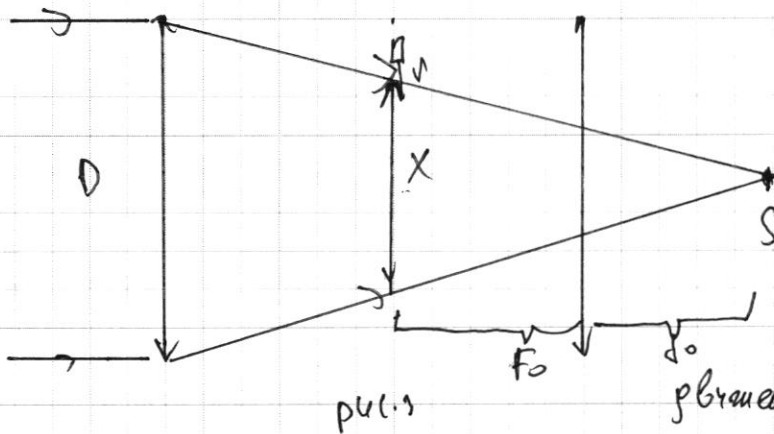
$$\tau_1 = \tau_0 + \tau_0 + 0,8 \tau_0 = 2,8 \tau_0$$

Ответ: $f_{\text{генерации}} = \frac{F_0}{2}$

$$v = \frac{\sigma}{\rho} \frac{D}{\tau_0}$$

$$\tau_1 = 2,8 \tau_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



ра прохождение через
Л, лучи собираются
в S, этот луч пересечет
на рисунке 3.

увеличение мнений меньше ходу
катушки лучей

из подобия $\frac{x}{D} = \frac{2F_0}{3F_0} \Rightarrow x = \frac{2}{3}D$

Возьмем площадь поперечного сечения на лучи

$$I_1 = \frac{S}{\rho} I_0 \Rightarrow \frac{S - d_{\text{лучи}}}{x} = \frac{S}{\rho}$$

$$1 - \frac{d_{\text{лучи}}}{x} = \frac{S}{\rho}$$

$$\frac{d_{\text{лучи}}}{x} = \frac{4}{\rho} \Rightarrow$$

$$d_{\text{лучи}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{\rho} = \frac{8}{27} \rho$$

$$\Rightarrow \tau_0 = \frac{d_{\text{лучи}}}{v} \Rightarrow v = \frac{d_{\text{лучи}}}{\tau_0} = \frac{8}{27} \frac{\rho}{\tau_0}$$

$$\Rightarrow \tau_1 = \tau_0 + \tau'$$

τ' - время прохода x с $v \Rightarrow$

$$\tau' = \frac{\frac{2}{3}D}{\frac{8}{27} \frac{\rho}{\tau_0}} = \tau_0 \cdot \frac{27}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9}{4} \tau_0 = 2,25 \tau_0$$

$$\Rightarrow \underline{\tau_1 = \tau_0 + 2,25 \tau_0 = 3,25 \tau_0}$$

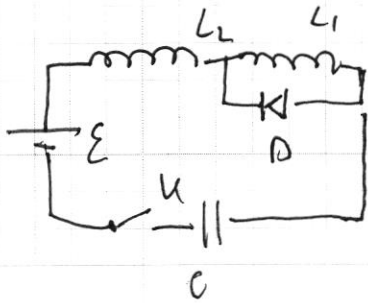
(ответ на 11 стр)

Объем: $f = \frac{F_0}{2}$

$$q \rightarrow \frac{8}{27} \frac{D}{L_0}$$

$$t_1 = 3,25 T_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



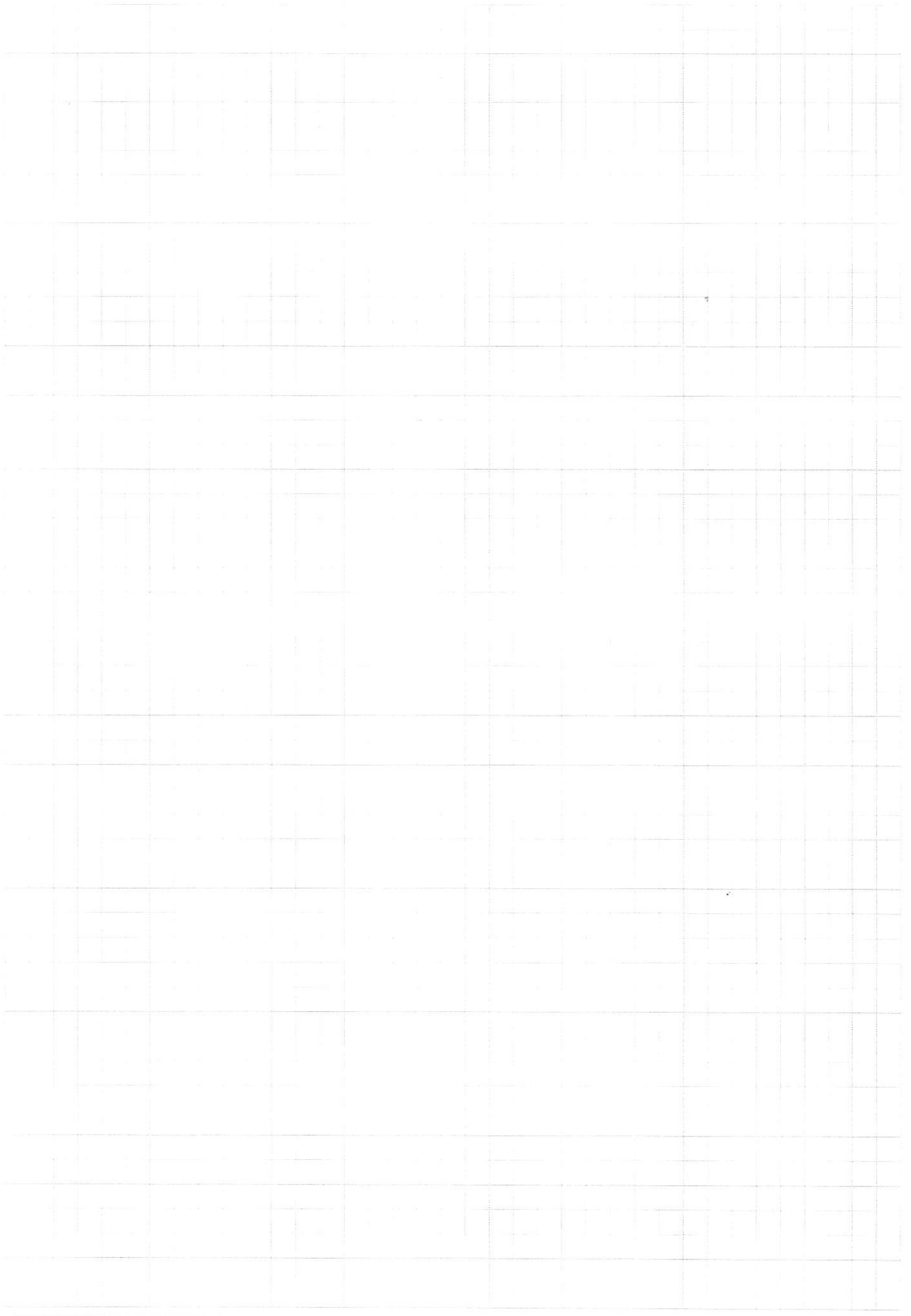
В момент, когда заряд на конденсаторе C

$$\varepsilon = \varepsilon + \frac{d(\mathcal{L})}{dt} L_{\text{ан}}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = 0, \quad \text{т.к. } \cos \psi t = 0$$

$$\varepsilon = \varepsilon + dU$$

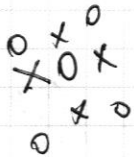
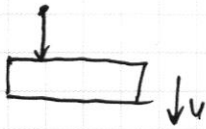
$$2\varepsilon$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

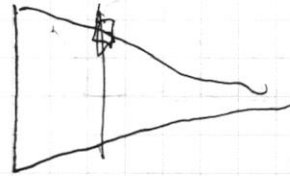
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



кадн

$10^3 - 2 \cdot 10^3$



$v = 21,41$

$6 \cdot 1,41 - 3 \cdot 1,73 = 3(2,82 - 1,73)$

$\times 900$

$\times 8,91$

$\times 891$
 $\frac{3}{2493}$

10
20

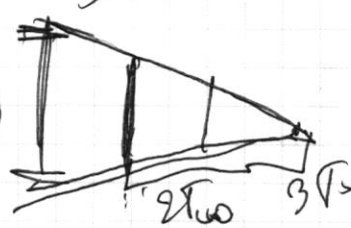
\rightarrow

u_0

$I \sim R_{\text{вн}}$

$I^2 R_{\text{вн}}$

$I^2 R_{\text{вн}}$



$\frac{D}{2} \frac{e}{\rho}$

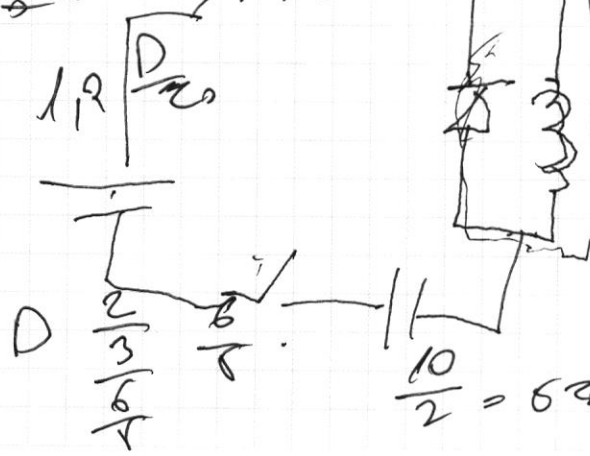
$\frac{D}{2} \frac{e}{\rho}$

$\frac{2}{3} \frac{D}{\rho} = \frac{6}{5} \frac{D}{\rho}$

$1,2 \frac{D}{\rho}$

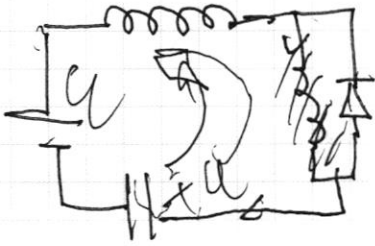
$\frac{3R}{2R} = \frac{D}{X}$

$\rightarrow X = \frac{2}{3} D$



$\frac{10}{2} = 5 \text{ Г}$

$6,2 \text{ Г}$



~~ЕАВ~~

$\sin \omega t \rightarrow \cos \omega t \rightarrow$

U_{c2}

U_c
 $300 \times 0,91 = 273$
 $273 \times 0,91 = 249,3$

$\frac{U_{c2}}{2} = \frac{U_c}{2} = 249,3$

10
 10
 10
 2
 10

$\frac{1}{2} \omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r} 910 \\ - 570 \\ \hline 340 \\ - 410 \\ \hline 0 \end{array}$$