

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

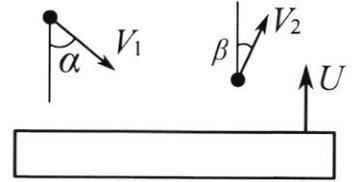
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

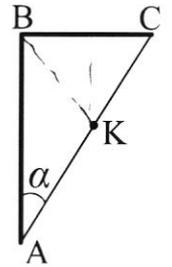
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

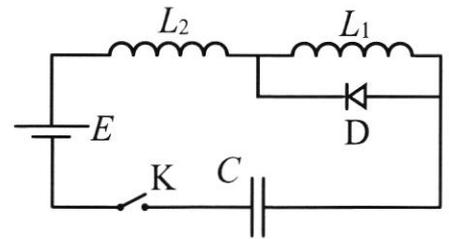
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

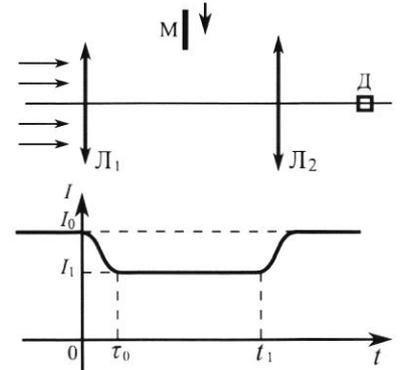


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$N = 2.$

Должны выполняться ЗСЧ на ~~горизонтальной~~ горизонтальной оси (имеется плата до и после удара u в пролет или на ~~горизонтальной~~ оси):

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta;$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 1,5 v_1 = 18 \text{ м/с};$$

Рассмотрим случай, когда плата и шарик движутся друг к другу в Л.С.О., тогда скорости шарика после удара о плату в С.О. ~~плате~~ ~~останется~~ ~~неизменное~~ (только изменит направление): $v_1 \cos \alpha + u$, тогда в Л.С.О.

его скорость будет равна $v_1 \cos \alpha + 2u$, что равно $v_2 \cos \beta$ ($\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} =$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{) тогда } u = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha =$$

$$u = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} = \frac{6}{2} (3 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 2 \cos \alpha) = \frac{6}{2} 3 \cdot (2\sqrt{2} - \sqrt{3}) \approx$$

$$\approx 3 (2,8 - 1,7) \approx 3,3 \text{ м/с}.$$

Рассмотрим случай, когда ^{скорость} шарика направлена влево до удара и u направлена вправо (тогда $|u|$ должно быть больше $|v_1 \cos \alpha|$ чтобы была столкновение), тогда аналогично получим, что в С.О. плата ~~скорость~~ до удара равна $u - v_1 \cos \alpha$

~~Handwritten scribble~~

$$\begin{array}{r} 831 \\ 2 \\ \hline 13 \\ \hline 51 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 1,12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 117 \\ \times 15 \\ \hline 585 \\ 117 \\ \hline 1755 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

В момент удара $u = v_1 \cos \alpha$, но в другом направлении \Rightarrow
в Л.С. скорости лодки после удара равны

$$2u = v_1 \cos \alpha = v_2 \cos \beta;$$

$$u = \frac{v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha}{2} = 3 \left(3 \cdot \frac{2}{3} \sqrt{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 3(2\sqrt{2} + \sqrt{3}) \approx$$

$$\approx 3(2,8 + 1,7) = 13,5 \text{ м/с (это больше } v_1 \cos \alpha \text{ в этом случае возможно)}$$

~~Случай, когда v_1 и u направлены в противоположные стороны, не рассматривается, т.к. тогда столкновение не будет. Рассмотрим случай, когда u направлена вправо, а v_1 направлена влево, тогда: в Л.С. лодки скорость лодки равна $v_1 \cos \alpha - u$, а в Л.С. она равна $v_2 \cos \beta - u$.~~

~~$$v_1 \cos \alpha - 2u = v_2 \cos \beta;$$

$$u = \frac{v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \beta}{2} \approx 3(1,7 - 2,8) \approx -3,3 \text{ м/с.}$$~~

Остальные случаи не рассматриваются т.к. по условию лодки не могут встретиться.

Итого: $v_2 = 18 \text{ м/с}$, $u = 3,3 \text{ м/с}$ или $u = 13,5 \text{ м/с}$

1) Водород газ имеет ν_1 равна ν_2 . ν_1 азот газ имеет ν_2 .
 Водород, газ имеет азот ν_1 равно;

$$p_a = \frac{\nu R T_2}{\nu_a};$$

$$p_a = p_b;$$

ν_a, ν_b - количество молекул
 водорода и азота.
 ν_a, ν_b - количество молекул

водорода:

$$p_b = \frac{\nu R T_1}{\nu_b};$$

$$\frac{\nu R T_2}{\nu_a} = \frac{\nu R T_1}{\nu_b}; \quad \frac{\nu_b}{\nu_a} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300\text{K}}{580\text{K}} = \frac{7}{11};$$

2) ~~Внутренняя~~ энергия двух газов должна сохраниться
 (Т.к. их работа равна по модулю, но противоположно-
 на по знаку, а сосуд теплоизолирован).

~~Внутренняя~~

$$W_{a1} + W_{b1} = W_{a2} + W_{b2}$$

Пусть объем сосуда ν_0

оба газа будут азотом:

у азота температура
 $T_{\text{азота}} = T$

~~$$\frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2 = \frac{5}{2} \nu R T + \frac{5}{2} \nu R T$$~~

$$\frac{T_1 + T_2}{2} = T = 450\text{K}.$$

3) Пусть один газ совершил работу A , газ
 другой $(-A)$, а азот передает водороду теплоту Q , тогда
 первый начал термометра для водорода:

~~$Q = \nu_a C_v (T_2 - T_1) + A$~~
 ~~$Q = \nu_b C_v (T_2 - T_1) + A$~~

Температура азота в начале:

$$Q_{a1} = \nu_a C_v T_2, \quad \text{и тогда } Q_{a2} = \nu_a C_v T,$$

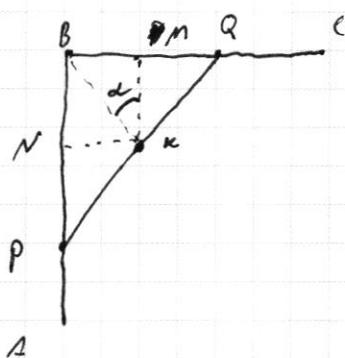
$$\text{Тогда } Q = Q_{a1} - Q_{a2} = \nu_a C_v (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} R \cdot 0,31 \cdot \frac{7}{11} \cdot 100\text{K} =$$

$$= 1,17 \cdot 100\text{K} \cdot 5,3 \approx 1750 \text{ Дж}.$$

ответ: 1) $\frac{7}{11}$; 2) 450K; 3) 1750 Дж.

1) Пусть напряженность в этой точке была $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
 - она направлена ~~вдоль~~ перпендикулярно BC , тогда
 и силу поля в симметричной системе отсчета BC
 BC (симметрично i -н. угол $\alpha = \frac{\pi}{4}$), тогда вектор
 напряженности ~~от~~ BA такой же и направлен
 под углом $\frac{\pi}{4}$ к вектору $BC \Rightarrow$ по
 теореме на градусы напряженность $\sqrt{2}$ раз.

2) разобьем наш угол на 4 части:



Телевизный угол из плоскости
 и M с равны четверти ~~всех~~
 бесконечной среды, на которую он
 высылается \Rightarrow напряженность от него
 равна $\frac{\sigma_1}{4\epsilon_0}$, ~~и~~ направлена
 по симметрии ~~туда~~
 вдоль луча, который
 идет по ~~симметрии~~.
 Далее же симметрия NKA
 (обратная, т.е. $A \neq C$ на симметрии)

Тогда сум. эквивалентный
 вектор от телевизного угла NKA
 равный $\frac{\sigma_2}{4\epsilon_0}$ ~~и~~ \Rightarrow эквивалентно OM
 даст вектор равный $\frac{\sigma_1}{4\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{4\epsilon_0} =$
 $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, совпадающий с направлением
 от M к C .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

н.5 (продолжение)

Прошло время $t_1 - t_0$ между тем как надстав
полкостыи вошла в точку света и там, а в ост
какая выколот из него т.е. прошла расстояние

$$2h_2 - 2r = 2\left(\frac{2}{3}D - \frac{4}{9}D\right) = 2D\frac{2}{9} = \frac{4}{9}D \quad \text{значит:}$$

$$\frac{\frac{4}{9}D}{v} = t_1 - t_0;$$

$$\frac{\frac{4}{9}D}{\frac{8}{9} \frac{D}{c_0}} = t_1 - t_0;$$

$$\frac{1}{2} c_0 = t_1 - t_0;$$

$$t_1 = 1,5 t_0;$$

ответ: 1) фотоумножитель светит на расстоянии $\frac{F_0}{2}$ от Λ_2 ;

$$2) v = \frac{8}{9} \frac{D}{c_0}; \quad 3) t_1 = 1,5 t_0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

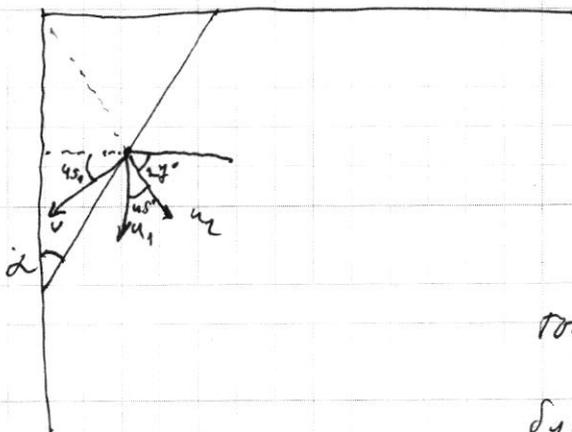
№ 3

Зная, что векторы напряжённости от $\angle BKM$ и $\angle NKV$ направлены по диагоналям своих треугольников, значит между ними 45° . При этом телесный угол $\angle BAM$ создаёт напряжённость $\frac{6 \cdot d}{2\epsilon_0 \cdot 5^2}$

$= \frac{6 \cdot \frac{36}{10^6 \epsilon_0}}{2 \cdot 10^{-8} \cdot 25}$ — угол $\angle NKV$ создаёт напряжённость

$\frac{6}{2\epsilon_0} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-8} - d}{r} ; \frac{6}{2\epsilon_0} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 6}{2 \cdot 10^6 \epsilon_0}$, значит на единицу

такого партия:



$$V_2 = \frac{6}{2\epsilon_0} ;$$

$$u_1 = \frac{3}{10} \frac{6}{\epsilon_0} ; u_2 = \frac{3}{10} \frac{6}{\epsilon_0} ;$$

тогда вектор напряжённости

$$\text{будет равен: } \vec{V} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$$

№ 9.

4) Максимальный заряд конденсатора 0. В момент разряда, когда ток максимальен, а его производная 0, конденсатор заряжен до $\sqrt{\epsilon}$, где ϵ ЭДС индукции равна 0.

Запишем ЗСН:

$$A_B = W_{конд} + W_{вт};$$

$$\epsilon q = \frac{q\epsilon}{2} + \frac{I_{m1}^2 (L_1 + L_2)}{2};$$

$$q = \epsilon C \epsilon;$$

$$\epsilon C \epsilon^2 = \frac{C \epsilon^2}{2} + \frac{I_{m1}^2 (7L)}{2};$$

$$C \epsilon^2 = I_{m1}^2 (7L);$$

$$I_{m1} = \sqrt{\frac{C \epsilon^2}{7L}} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{7L}};$$

3) Когда ток через катушку L_2 максимальен, ток L_1 много меньше (это будет проверено), когда, если $I_{m2} > I_{m1}$, тогда ~~ЭДС~~ напряжение на конденсаторе равно ϵ , значит заряд батареи $q = \epsilon C$ запишем ЗСН:

$$\frac{I_{m2}^2 L_2}{2} + \frac{q\epsilon}{2} = q\epsilon;$$

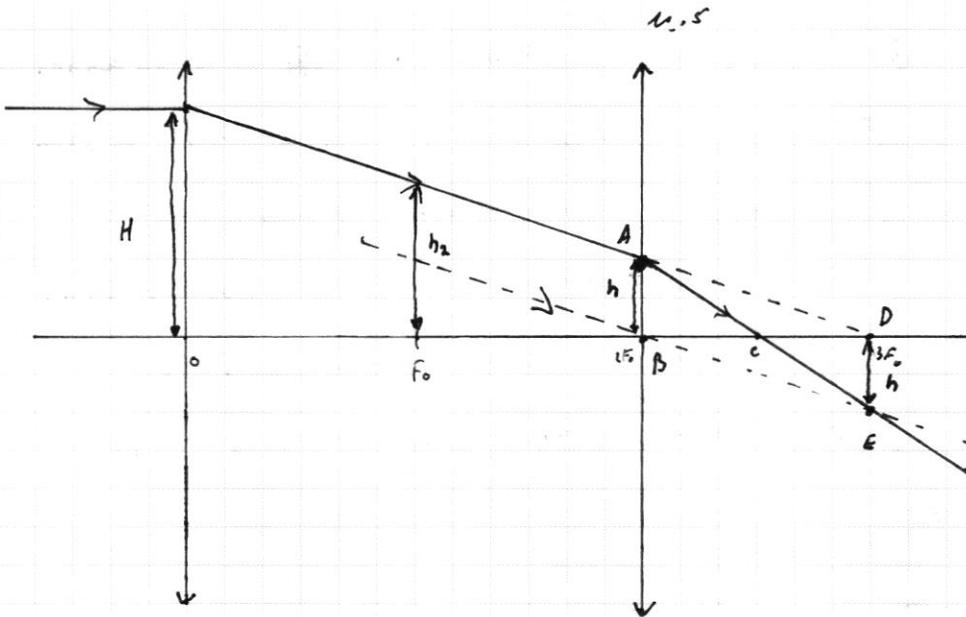
$$I_{m2}^2 L_2 = q\epsilon;$$

$$I_{m2}^2 L_2 = \epsilon^2 C;$$

$$I_{m2} = \sqrt{\frac{C}{4L}} \cdot \epsilon \quad I_{m2} > I_{m1} = \text{что и требовалось.}$$

$$\text{Ответ: } T = \pi \sqrt{LC} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{7}); \quad I_{m1} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{7L}}; \quad I_{m2} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{4L}};$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) На рисунке обозначены
расстояния от L_2 ($0, f_1, f_2, f_1$)
Параллельно лучам
света, падающим
на линзу светит
в фокусе
 L_1)

$$\text{Тогда } h = \frac{3f_0 \cdot f_0}{3f_0} H = \frac{1}{3} H$$

Посмотрим, что
соответствует
второму закону
преломления
для этого
параллельного
луча при
центр L_2 , он
должен ~~идти~~
пересекать
в фокусе
плоскости
 L_2 (он проходит
через точку $3f_0$)

~~т.е. $\angle ABC = \angle EDC$~~
т.е. $\angle ABC = \angle EDC$
(они подобны
и имеют равные
углы $\angle B = \angle D$
 $\angle C = \angle C$), то
 $BC = CD \Rightarrow$

угол равен во
втором линзе
будет на рас-
стоянии $\frac{f_0}{2}$ от L_1 ,
на склоне от L_1 .
Значит фотодетектор
сфокусирован на расстоянии
 $f_0/2$ от L_2 .

$$h_2 = \frac{2f_0}{3f_0} \cdot \frac{D}{3} = \frac{2}{9} \frac{D}{3}$$

Значит угол света в плоскости пластины
имеет ~~значение~~ $\sin\left(\frac{2}{9} \frac{D}{3}\right)$ пластины за время
вот ~~только~~ $\frac{I_0 - I_1}{I_0} =$
 $= \frac{4}{9} \frac{I_0}{I_0} = \frac{4}{9}$ (всего света на эту
часть ~~луча~~ $\frac{4}{9}$ пропорционально мощности,
а мощность пропорциональна площади в $\frac{4}{9}$
луча) \Rightarrow значит площадь пластины
равна $S_n = d \cdot \pi \left(\frac{2}{9} \frac{D}{3}\right)^2 = \pi \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{2}{9} \frac{D}{3}\right)^2 = \pi \frac{16}{81} \frac{D^2}{9} \Rightarrow$
ее радиус $r = \sqrt{\frac{16}{81} \frac{D^2}{9}} = \frac{4}{9} \frac{D}{3}$. Значит
прошло время τ_0 от момента, когда
пластина ν пересекла луча света ν τ_0 ,
и она полностью вошла в ν (то есть
прошла расстояние $2r \Rightarrow$ ее скорость $v = \frac{2r}{\tau_0} =$
 $= \frac{8}{9} \frac{D}{\tau_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ЗСН:

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta;$$

$$\frac{1}{2} v_1 = \frac{1}{3} v_2;$$

$$v_{1y} - 2u = -v_2$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{8}{9}} = 2 \frac{\sqrt{2}}{3};$$

$$1,5 v_1 = v_2;$$

$$v_2 = 18 \text{ м/с}$$

$$kx = F$$

$$k = \frac{m \cdot \omega^2}{m \cdot x} = \frac{m \omega^2}{m x}$$

$$kx + m \ddot{x} = 0;$$



$$u + v_1 \cos \alpha = -(v_2 \cos \beta - u);$$

$$\frac{q}{C} + L \ddot{q} = 0; \quad \ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0;$$

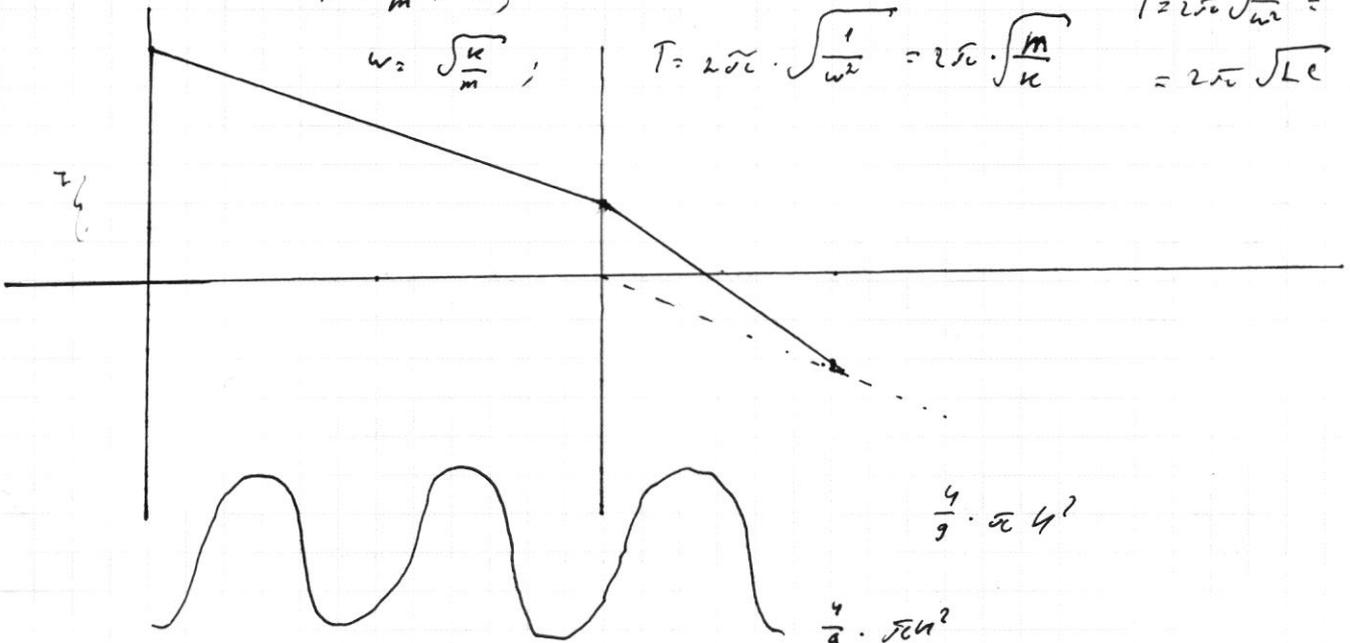
$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0;$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}};$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{\omega^2}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\omega^2}} = 2\pi \sqrt{LC}$$



$$\frac{4}{9} \cdot \pi \cdot 4^2$$

$$\frac{4}{9} \cdot \pi \cdot 4^2$$

$$\pi \cdot \frac{16}{81} \cdot 4^2$$

$$\pi \cdot \frac{36}{81} \cdot 4^2 \quad \frac{4}{9}$$

$$P_{ao} = \frac{DRT_{ao}}{U_{ao}}$$

$$P_{bo} = \frac{DRT_{bo}}{U_{bo}} ;$$

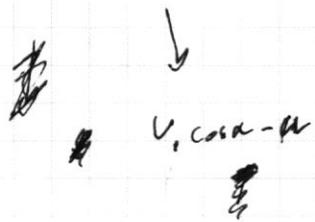
$$P_{ao} = P_{bo}$$

$$\frac{\frac{DRT_{ao}}{U_{ao}}}{\frac{DRT_{bo}}{U_{bo}}} = 1 ;$$

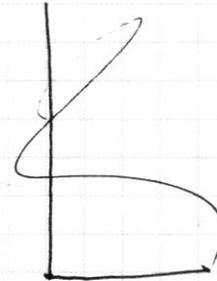
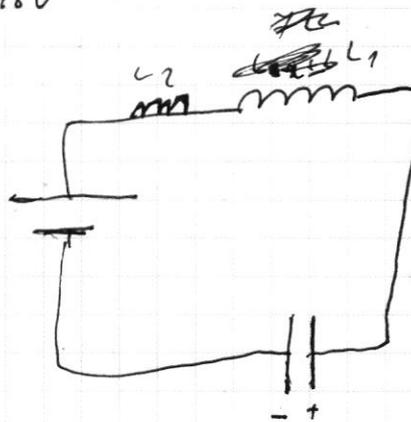
$$\frac{T_{ao} U_{bo}}{T_{bo} U_{ao}} = 1 ;$$

$$\frac{T_{ao}}{T_{bo}} = \frac{U_{ao}}{U_{bo}} ;$$

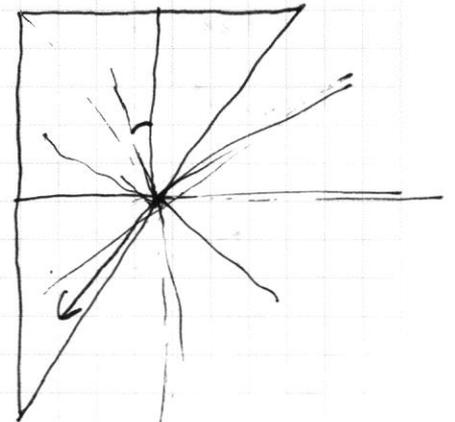
$$\frac{T_{bo}}{U_{bo}} = \frac{T_{ao}}{U_{ao}} \quad h = \frac{350}{550} = \frac{7}{11} ;$$



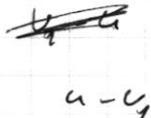
18V



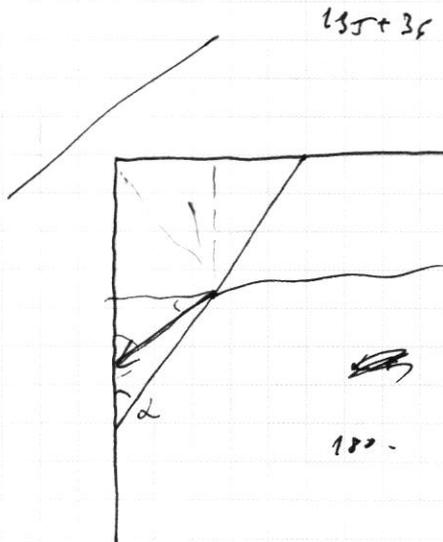
$$\frac{CE^2}{2} \pm CE^2 =$$



$$\frac{36}{4900 \epsilon_0}$$



$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$$



$$\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{20}$$

$$40 - 36$$

$$59$$