

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

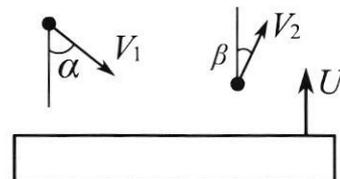
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.



- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

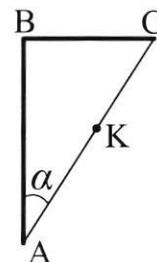
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

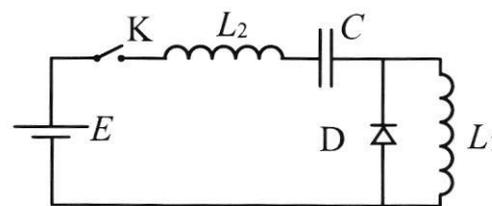
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.

1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

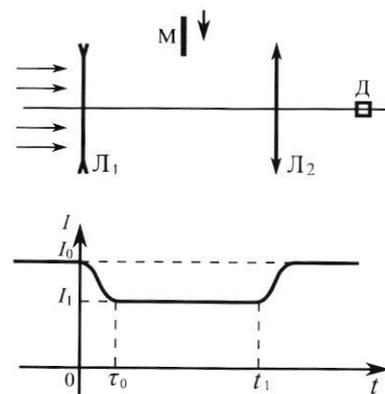


4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$

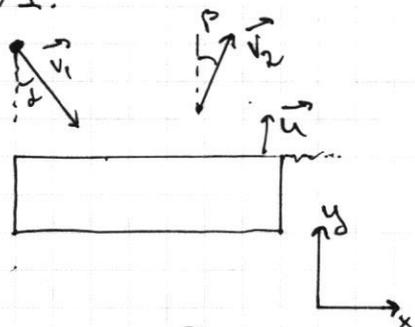


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



$$\alpha; \beta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = +\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos \beta = +\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

т.к. поверхность ГЛАДКА, ~~трение~~ сила
трения = 0 \Rightarrow

из ЗСМ на x: $v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow$
 $\Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 18 \text{ м/с} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = 20 \text{ м/с}$

~~ЗСМ~~ СО плиты:

\vec{v}_1 отн. пл. = $\vec{v}_1 - \vec{u} \Rightarrow v_{y1} = v_1 \cos \alpha + u$
 скорость по осе угла относит. плиты
 верт. проекц. этой скорости

\vec{v}_2 отн. пл. = $\vec{v}_2 - \vec{u} \Rightarrow v_{y2} = v_2 \cos \beta - u$
 скорость по осе угла
 верт. проекц. этой скорости

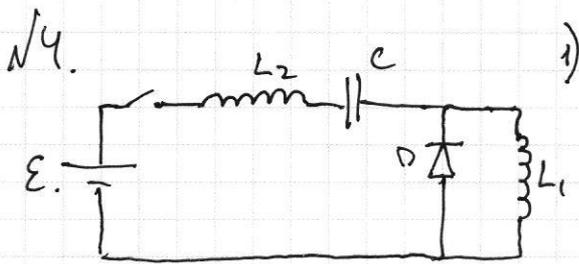
из ЗСМ в СО плиты на y:

$$v_{y1} = v_{y2} = v_1 \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta - u.$$

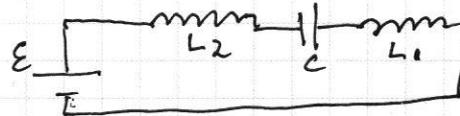
$$2u = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha \Rightarrow u = \frac{1}{2} (v_2 \cdot \frac{4}{5} - v_1 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}) =$$

$$= 8 - 3\sqrt{5} \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_2 = 20 \text{ м/с}$; $u = (8 - 3\sqrt{5}) \text{ м/с}$

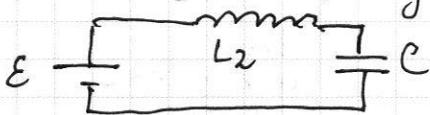


1) I. КОГДА КЛЮЧ ЗАМЫКАЮТ ТОК ПОЙДЕТ ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКЕ В ЭТОМ СЛУЧАЕ КЛЮЧ ЗАКРЫТ. И СХЕМА ЭКВИВАЛЕНТНА ТАКОЙ:



ток в ней будет идти по часовой стрелке время T_1 , которое равно $\frac{1}{2}$ периода: $T_1 = \pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} = 2\pi \sqrt{LC}$

II. ток падает до нуля и начинает идти против часовой стрелки, ТОГДА ДИОД ОТКРЫТ И $U_{L1} = 0 \Rightarrow \dot{I}_{L1} = 0 \Rightarrow$ пока ток идет против час. стрелки ток через L_1 не идет. ТОГДА В ЭТОМ СЛУЧАЕ СХЕМА ЭКВ. ТАКОЙ:



ток в ней идет против т.с. время $T_2 = \pi \sqrt{L_2 C} = 2\pi \sqrt{LC}$

Период колебаний в указанной схеме $T = T_1 + T_2 = 5\pi \sqrt{LC}$.

2). В L_1 ток максимален только в I случае.

если $I_{01} - \text{max}$, то $\dot{I} = 0 \Rightarrow U_{L2} = U_{L1} = 0$.

ток в цепи конденсатор имеет энергию $W_k = \frac{CE^2}{2}$; заряд $q = CE$
 энергия катушки = CE^2 ; в нач. момент. времени энергия катушки и конденсатора нулевая.

$$3CJ: CE^2 = \frac{CE^2}{2} + \underbrace{(L_1 + L_2) \frac{I_{01}^2}{2}}_{\text{энергия катушек}} = \frac{CE^2}{2} + \frac{9LI_{01}^2}{2}$$

$$CE^2 = 9LI_{01}^2 \rightarrow \underline{I_{01} = \frac{E}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3). *Ис (продолжение).*
МАКСИМАЛЬНЫЙ ТОК В L_2 МОЖЕТ ДОСТИГАТЬСЯ КАК В I, ТАКИ В II.
ОДНАКО, ЕСЛИ ОН ДОСТИГАЕТСЯ В I, ТО $I_{01} = I_{02}$, ПОЭТОМУ
РАССМОТРИМ II

$$I_{02} - \text{max} \Rightarrow \dot{I} = 0 \Rightarrow U_{L2} = 0.$$

$$\text{конденсатор: } W_k = \frac{C E^2}{2}$$

$$q_k = C E \rightarrow \text{Амплитуда} = C E^2$$

энергия катуш. L_2 на $W_{L2} \neq 0$, т.к. $I_{L2} \neq 0$ (из 4)).

$$W_{L2} = \frac{L_2 I_{02}^2}{2} = 2 L I_{02}^2$$

$$3C E^2 = \frac{C E^2}{2} + 2 L I_{02}^2 \rightarrow I_{02} = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} > I_{01} \Rightarrow$$

$\Rightarrow I_{02}$ достигается в II.

$$\text{Ответ: } T = 5\pi \sqrt{LC}$$

$$I_{01} = \frac{E}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$I_{02} = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

№2.

Ar - аргон; Kr - криптон.

- 1). т.к. поршень движется медленно, в т.ч. в нач. момент времени, то давления Ar и Kr равны.

из ур-я Менг.-Клапейрона:

$$\frac{\nu R T_1}{V_{Ar}} = \frac{\nu R T_2}{V_{Kr}} \quad \frac{V_{Ar}}{V_{Kr}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = \frac{4}{5}.$$

- 2). т.к. система изолирована, то $A_{внешн} = 0$; $Q_{извне} = 0$.

\Rightarrow сумма внутр энергий газа сохраняется.

т.к. газ одноатомный $U(T) = \frac{3}{2} \nu R T$.

T_0 - установившаяся температура.

$$U_{1Ar} + U_{1Kr} = U_{2Ar} + U_{2Kr}.$$

$$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} \nu R T_0 + \frac{3}{2} \nu R T_0 \rightarrow T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = 360 \text{ K}.$$

- 3). т.к. процесс медленный и $V_{поршня} \approx \text{const}$. процесс изобарич.

$$Q = C_p \Delta T, \quad \text{в т.ч. для аргона: } Q_{Ar} = \frac{5}{2} \nu R (T_0 - T_1) = \\ = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot 40 \text{ K} \approx \\ \approx 498,6 \text{ Дж}.$$

Ответ: 1) $\frac{4}{5}$ 2) 360 K 3) 498,6 Дж.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

т.к. $\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow AB = BC.$

1). из симм. геометрии установки, а также равенства σ_{AB} и σ_{BC} .

$$|E_{AB}| = |E_{BC}|.$$

в середине. (см. прил.).

поле от ~~плоск. пластины~~ плоск. пластины \perp пластине \Rightarrow
 $\Rightarrow |\vec{E}(K)|^2 = |E_{AB}|^2 + |E_{BC}|^2 \Rightarrow$ в $\sqrt{2}$ раза увеличится.



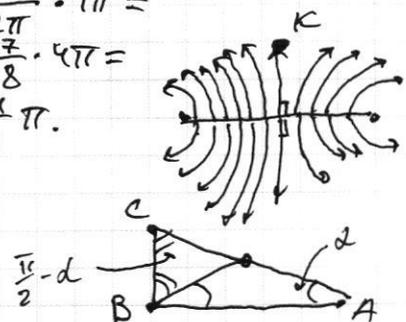
- прил. -
 т.к. К AC
 середина, то
 К перпендикулярна
 оси симметрии
 пластины \Rightarrow
 в К поле
 от пластины
 одной
 будет \perp пластине
 и т.д.

2). если у нас есть часть плоскости Σ , которая видна из точки К под углом Ω , то верт. составляющая пространства ~~поле~~

$$\text{поле } E_{\text{верт}} = \frac{\sigma \Omega}{4\pi \epsilon_0}.$$

т.к. поле \perp плоскости в К, а АВ видна под пр. углом. $R_{AB} = \frac{\pi - 2\alpha}{2\pi} \cdot 4\pi = \frac{\pi - 2\alpha}{\pi} \cdot 4\pi = \frac{7}{8} \cdot 4\pi = \frac{14}{8} \pi.$

$$E_{AB} = \frac{\sigma_1 \cdot 14\pi}{8 \cdot 4\pi \epsilon_0} = \frac{7\sigma}{18 \epsilon_0}$$



№3 (продолжение).

$$R_{BC} = \frac{4\pi \cdot (\pi - 2 \cdot (\frac{\pi}{2} - d))}{2\pi} = 4d = \frac{4}{9}\pi$$

$$E_{BC} = \frac{\sigma_2 \cdot 4\pi}{9 \cdot 4\pi \epsilon_0} = \frac{2\sigma}{63 \cdot \epsilon_0}$$

$$E^2(k) = E_{BC}^2 + E_{AB}^2 = \frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2} \left(\frac{4}{63^2} + \frac{49}{18^2} \right)$$

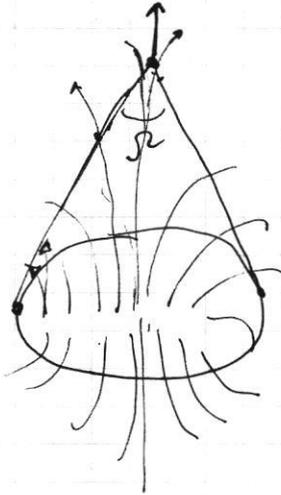
$$E(k) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \frac{\sqrt{2917}}{126}$$

Ответ:

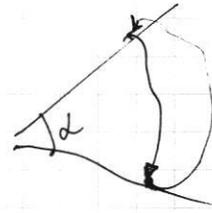
- 1) $\sqrt{2}$
- 2) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{\sqrt{2917}}{126}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 83,1 \cdot \\ \times 6 \\ \hline 4986 \end{array}$$



$$\frac{832}{4\pi\epsilon_0}$$



$$A = \frac{P - \mu_0 I}{2\pi d}$$

$$AV^2 = \text{const}$$

или $P = \text{const} \Rightarrow$

$$3 \cdot 3^{2+\frac{1}{2}} = 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{6} \rightarrow \frac{25}{6}$$

$$-3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \Gamma = \mu_0 I$$

$$B \cdot R \cdot d = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{\mu_0 j}{2\pi d}$$



$\times \infty$. $\Delta P \neq 0$. по выводу

$$P_1 = P_2$$

$dP \neq 0$ по выводу 2417

$$\frac{\partial RT_1}{V_1} = \frac{\partial RT_2}{V_2}$$

$$\frac{2401 \cdot 49}{196 \cdot 49}$$

АДЧАБАТА \times
УЗО \times
ХАРА \times
БАРА \times
ТЕРКА \times
ПОЛИСТА $\rightarrow P$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 441 \\ 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 4 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\frac{4}{63^2} + \frac{49}{18^2} =$$

$$= \frac{1}{9^2} \left(\frac{4}{49} + \frac{49}{4} \right) =$$

$$= \frac{16 + 49^2}{49 \cdot 4 \cdot 9^2} = \frac{1}{9^2} \left(\frac{40 \cdot 5}{3} \approx 41 \right)$$

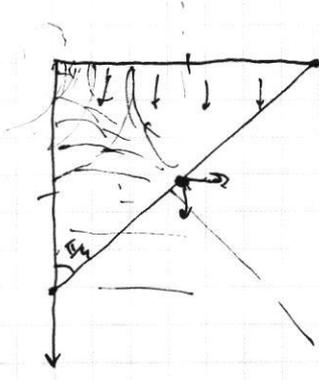
$$\frac{4}{63^2} + \frac{49}{18^2} = \frac{1}{9^2} \left(\frac{4}{49} + \frac{49}{4} \right)$$

$$\frac{16 + 2401}{196} = \frac{2417}{196} = \frac{\sqrt{2417}}{14}$$

$$= \frac{2417}{196} \cdot \frac{1}{9^2} =$$

$$\frac{2417}{196 \cdot 9^2}$$

$$= \left(\frac{1}{9 \cdot 14} \sqrt{2417} \right)^2 = \left(\frac{1}{126} \sqrt{2417} \right)^2$$



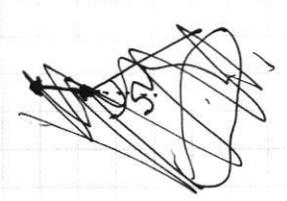
$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ $\vec{E}_{BC} \perp BC$

1). $E_{AB} = E_{BC}$ из симм. $|\vec{E}_{AB}| = |E_{BC}|$.

$\rightarrow \sqrt{2}$.

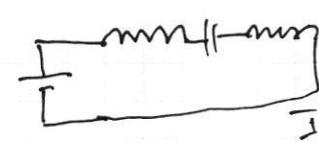
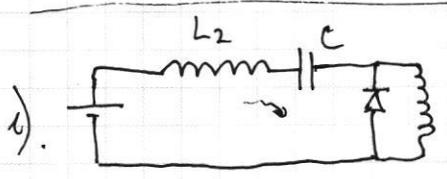
2). $E^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2 = \frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{4\sigma^2}{49 \cdot 4\epsilon_0^2} = ?$

$\rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{49}} = \frac{\sigma}{14\epsilon_0} \sqrt{53}$

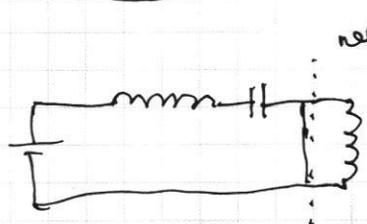


$\frac{53}{49 \cdot 4} = \frac{53}{196}$

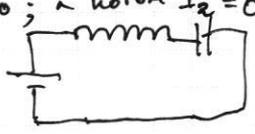
19/6



но за собой:
 $T_1 = \pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} = \sqrt{3\pi \sqrt{LC}}$



перез. $I_1 = 0$; $I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = 0$.
 через I_2 $I_1 = 0$ - $I_2 = 0$ - $I_2 = 0$.
 а когда $I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = 0$.



краткая за собой
 $T_2 = \pi \sqrt{\frac{1}{3} L_2 C} = 2\pi \sqrt{LC}$

перез колебаний: $T = T_1 + T_2 = 5\pi \sqrt{LC}$

2). $I_{01} \rightarrow I_{1 \max} \rightarrow I_1 = 0 \Rightarrow U_2 = 0$.

т.к. ток через катушку идет только в I : $I_{L_2} = I_{01}$; $I_{L_2} = 0$

$\frac{q}{C} = \epsilon \rightarrow q = \epsilon C \rightarrow W_{конг} = \frac{q^2}{2C} = \frac{\epsilon^2 C}{2}$; $A_{конг} = \epsilon C$; $W_{конт} = \frac{I_{01}^2}{2} (9L)$

$\epsilon^2 C^2 = \frac{C\epsilon^2}{2} + 9L \frac{I_{01}^2}{2} \rightarrow C\epsilon^2 = 9L I_{01}^2$
 $I_{01}^2 = \frac{C\epsilon^2}{9L} \rightarrow I_{01} = \frac{\epsilon}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. ГЛАДКАЯ \rightarrow $F_{тр} = 0$ $A_{тр} = 0 \rightarrow$ 3 Случая. $y \rightarrow x$

$$V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta \rightarrow V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 18 \text{ м/с} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{9} \cdot 18 \text{ м/с} = 20 \text{ м/с}$$

$$V_1 \cos \alpha - u = V_2 \cos \beta + u$$

$$2u = V_1 \cos \alpha - V_2 \cos \beta =$$

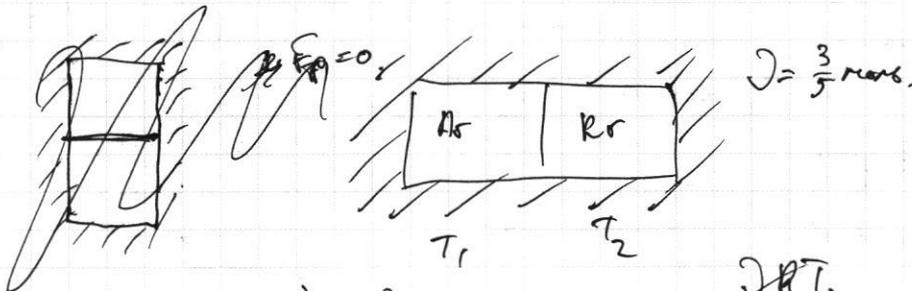
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \left| \rightarrow u = \frac{1}{2} \left(20 \cdot \frac{4}{5} - 18 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \right) \right. \text{ м/с}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$= \frac{1}{2} (80 - 6\sqrt{5}) \text{ м/с}$$

$$= 8 - 3\sqrt{5} \text{ м/с}$$

2.



$$1) P_{Ar} = P_{Kr} \rightarrow \frac{2RT_1}{V_{Ar}} = \frac{2RT_2}{V_{Kr}}$$

$$\frac{V_{Ar}}{V_{Kr}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = \frac{4}{5}$$

$$2) \frac{3}{2} 2RT_1 + \frac{3}{2} 2RT_2 = \frac{3}{2} 2RT_0 \rightarrow T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{720}{2} \text{ К} = 360 \text{ К}$$

$$3) Q = \frac{3}{2} 2RT + A =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3). есть два варианта, либо $V_2 I_{02} = I_{01}$ (всун ок гост. (I))
либо I_{02} гост. (II.)
 $I_{22} = 0 \rightarrow U_{c2} = 0.$

1
2
3
4
5

$$q' = \epsilon C \rightarrow A_{\text{конт}} = C \epsilon^2$$

$$W_{\text{конт}} = \epsilon C^2 ; W_{\text{конт}} = \frac{4L \cdot I_{02}^2}{2} = 2L \cdot I_{02}^2$$

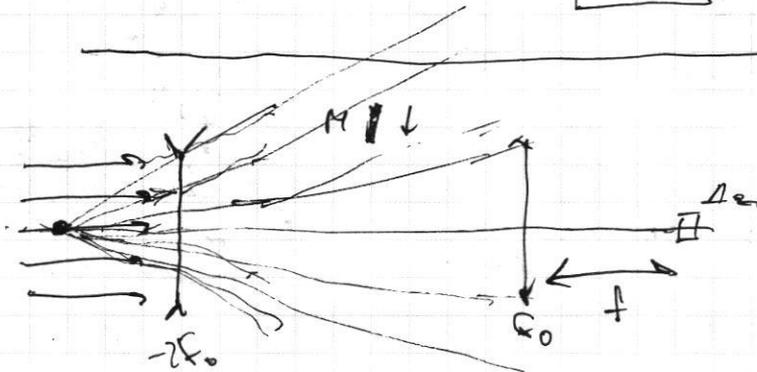
$$C \epsilon^2 = 4L I_{02}^2 \rightarrow I_{02} = \frac{\epsilon \sqrt{C}}{2\sqrt{L}} > I_{01} \Rightarrow I_{02} = 2 \frac{\epsilon \sqrt{C}}{L}$$

NS.

$$z_1 = \frac{3D}{4V} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 20}{4 \cdot 2\sqrt{7} \cdot 8} = \frac{4}{\sqrt{7}} z_0$$

$$f^2 = \frac{7 \cdot D \cdot D^2}{16^2} = \frac{163}{16} D = \frac{3\sqrt{7}}{16} D$$

$$V = \frac{3\sqrt{7}}{16} \frac{D}{z_0}$$



r — радиус диметра M.
 $V = \frac{1}{z_0}$

по ф-ле Т. Минна,

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{4F_0} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{4F_0} \rightarrow f = \frac{4F_0}{3}$$

т.к. $I_{\text{конт}}$ не \propto площади, кот. не закрывает M.

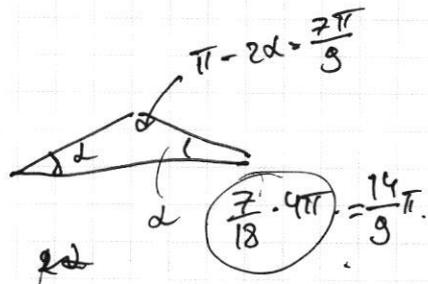
$$\frac{S_{\text{лучка}}}{S_M} = \frac{16}{7}$$

$$S_M = \frac{7}{16} S_{\text{лучка}}$$

$$S_{\text{лучка}} = \frac{7}{16} \pi \left(\frac{3}{4} D\right)^2 = \frac{7}{16} \pi \cdot \frac{9}{16} D^2 = \frac{63}{256} \pi D^2$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV$$

$$Q = \int c dT$$



$$u_1 + u_2 = u_1' + u_2'$$

$$Q = \Delta u_1 + A$$

$$Q = c_p \cdot \Delta T = \frac{5}{2} R \cdot \left(\frac{T_1 + T_2}{2} \right) =$$

$p = \text{const.}$, T, K . Корень движется медленно, то V мало, а т.к. $V(0) = 0$, то u мало $\rightarrow P \approx \text{const}$

$$= \frac{5}{2} R \cdot 40 K = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} \text{ моль} \cdot 8,31 \cdot 40 K =$$

$$= 6 \cdot 83,1 = 498,6 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 21 \\ 42 \\ \hline 441 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,3 \\ \times 2,3 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 5,29 \end{array}$$

$$\frac{6,52}{4760}$$

$$\begin{array}{r} 83,1 \\ \times 6 \\ \hline 498,6 \end{array}$$

2,3.

$$8 - 2,3 \cdot 3 = 8 - 6,9 = 1,1 \text{ мс}$$

