

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

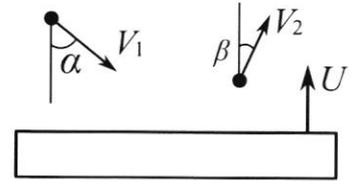
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

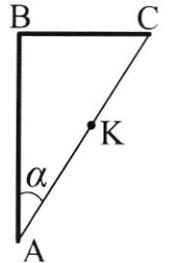


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

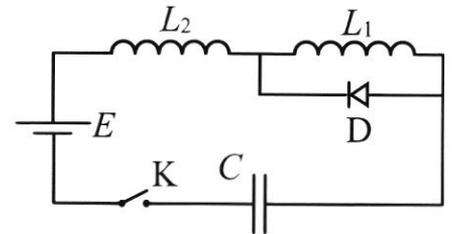
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



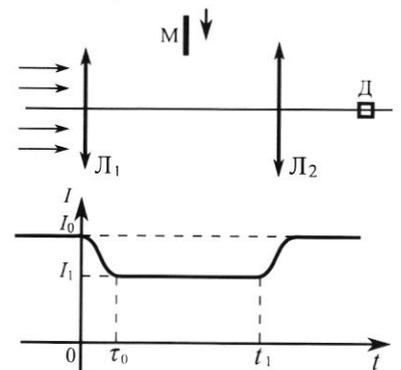
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.

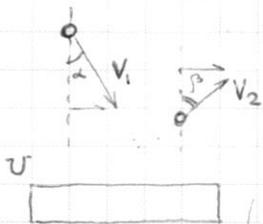


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) горизонтальная скорость не должна была измениться.



тогда $V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta \Rightarrow V_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} V_1 = \frac{3}{2} V_1 = 18 \text{ м/с}$.

Ответ: $V_2 = 18 \text{ м/с}$

2) Если бы удар был упругим
Напишем закон сохр. импульса
(в сист. отсчета, связ. с плитой)

$m(V_1 + U) = m(V_2')$, откуда $V_2' = 2U + V_1$ (напр. не зчит.)

тогда $U = \frac{V_2' - V_1}{2}$, где V_2' и V_1 - верт. проекц V_2 и V_1 .

т.е. $U = \frac{V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha}{2} = \frac{18 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{9}} - 12 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}}}{2} =$
 $= 9\sqrt{\frac{8}{9}} - 6\sqrt{\frac{3}{4}} = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} = 3(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$

Но так как удар неупругий, скорость U может быть и выше.
Но она не может быть меньше $V_2 \cos \beta = 18 \cdot \sqrt{\frac{8}{9}} = 12\sqrt{2}$,
(иначе получ, что шарик "прошел сквозь плитку")

т.е. $6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \leq U \leq 12\sqrt{2} \text{ м/с}$
 $3,45 \text{ м/с} \leq U \leq 12\sqrt{2} \text{ м/с}$

Ответ: $U \in [3,45 \text{ м/с}; 12\sqrt{2} \text{ м/с}]$

$\sqrt{2}$

	водород	азот.	
T_1	1	2	T_2

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$1) P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$

$$\approx 6,36$$

Ответ: $6,36 = \frac{V_{\text{водорода}}}{V_{\text{азота}}}$

2) Если темп. установилась, то $T_{к1} = T_{к2}$. ($T_{к} = \text{конечн. } T$)

Закон сохр. энергии (т.к. трения нет, как и теплообмена).

$$\frac{i}{2} \nu R T_1 + \frac{i}{2} \nu R T_2 = \frac{i}{2} \nu R T_{к} \cdot 2$$

$$T_{к} = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450 \text{ К.}$$

ответ: 450 К.

3) Если $C_v = \frac{5}{2} R$, то $i = 5$, т.е. $C_p = \frac{7}{2} R$.

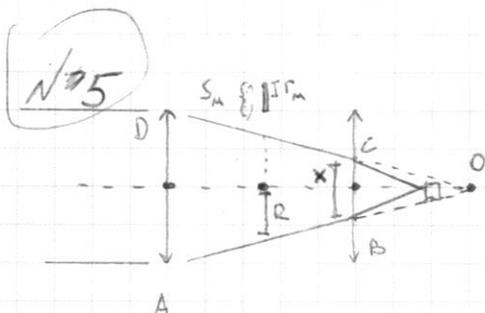
$$\text{Давление всегда} = \text{const} \Rightarrow Q_{\text{н}} = C_p \Delta T =$$

$$= \nu \cdot \frac{7}{2} R \cdot \Delta T = \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,31 \cdot 100 =$$

$$= 3 \cdot 831 = 2493 \text{ Дж.}$$

Ответ: 2493 Дж.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) Если свет фокусируется на фотодетекторе, то можно записать ф-лу тонкой линзы для второй линзы (учтя, что пучок паралл. лучей, проходящий через первую линзу, попадает в фокус, т.е. $3F_0$ от нее или F_0 от второй).

Тогда $\frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} + \frac{1}{d}$, где f - расст. до фотодетект.,
 $d = F_0$ - расст. до источника (мнимого)
 откуда $f = \frac{F_0 d}{F_0 + d} = \frac{F_0}{2}$.

1) Ответ: $\frac{F_0}{2}$

2). Найдём размеры мишени: $I_1 = \frac{S}{S_m} I_0 \Rightarrow \frac{S - S_m}{S} = \frac{S}{9} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{S_m}{S} = \frac{4}{9}$, где S_m - площадь мишени, S - площадь "пучка" света, находясь в пл-ти этой мишени.

т.е. $\frac{\pi r_m^2}{\pi R^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow r_m = \frac{2}{3} R$. R , в свою очередь -

- половина ширины линии трапеции ABCD (см. рис) = $\frac{|AD| + |CB|}{4}$

$|AD| = D$, $|CB| = \frac{1}{3} D$ из подобия $\triangle DOA$ и $\triangle COB$.

т.е. $R = \frac{\frac{4}{3} D}{4} = \frac{D}{3} \Rightarrow r_m = \frac{2}{9} D$. Тогда скорость мишени =
 $= \frac{2r_m}{\tau_0} = \frac{4}{9} \frac{D}{\tau_0}$ (т.к. она прошла "границу" за τ_0). Ответ: $V \approx \frac{D}{\tau_0} \cdot 4,4$.

3) $t_1 = \frac{2R}{V} = \frac{2}{3} \frac{D}{V} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} \tau_0 = \frac{3}{2} \tau_0 = 1,5 \tau_0$.

Ответ: $t_1 = 1,5 \tau_0$

N3

1) Если плоскость бесконечна, то она
создает поле, т.ч. $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

Но в данном случае пластина не совсем
бесконечна (есть 2 края, раз она прямоугол.).

~~$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4 1) Можно разделить колебание на 2 "части",
когда ток течет ~~чер~~ в одну сторону, он проходит
через 2 катушки, когда в другую - через одну (вторую)
Когда он течет через одну катушку, $\omega_1 = \sqrt{L_2 C}$,
через 2 - $\omega_2 = \sqrt{(L_1 + L_2) C}$.

Полупериод в одном случае $\frac{T_1}{2} = \frac{\pi}{\omega_1}$,

в другом - $\frac{T_2}{2} = \frac{\pi}{\omega_2}$.

$$\begin{aligned} \text{Один период равен } \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} &= \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} = \frac{\pi\omega_2 + \pi\omega_1}{\omega_1\omega_2} = \\ &= \frac{\pi(\sqrt{L_2 C} + \sqrt{(L_1 + L_2) C})}{C\sqrt{L_2(L_1 + L_2)}} = \frac{\pi(\sqrt{L_2} + \sqrt{L_1 + L_2})}{\sqrt{L_2(L_1 + L_2)}} = \end{aligned}$$

2) ~~Максимальный ток, идущий через катушку L_1 , будет~~
~~идти и через катушку L_2 .~~

$$= \frac{\pi(\sqrt{3L} + \sqrt{7L})}{\sqrt{C \cdot 63L}} = \frac{\pi\sqrt{3} + \pi\sqrt{7}}{3\sqrt{7} \cdot \sqrt{C}} \approx \frac{\pi(\frac{\sqrt{7}}{7} + 1)}{3\sqrt{C}} \approx \frac{3,14 \cdot 2,2}{3\sqrt{C}}$$

$$\approx \frac{2,2}{\sqrt{C}}$$

Ответ: $\frac{2,2}{\sqrt{C}}$

2) Макс. ток, идущий через катушку L_1 , будет идти
и через катушку L_2 .

~~$\frac{(L_1 + L_2) I_{\text{max}}^2}{2}$~~ так как ~~по~~ по закону сохр. энергии.

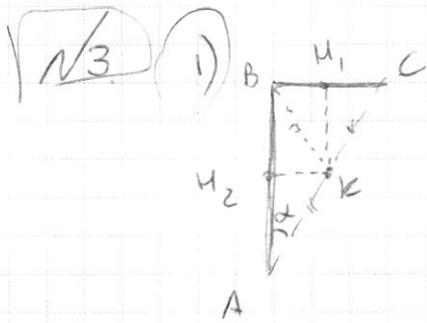
$$\frac{L_1 I_{m1}^2}{2} + \frac{L_2 I_{m2}^2}{2} = \frac{CE^2}{2} \Rightarrow I_{m1} = \sqrt{\frac{CE^2}{L_1 + L_2}}$$

а) Ответ: $I_{m1} = \sqrt{\frac{CE^2}{L_1 + L_2}}$

б) Здесь аналогично

$$\frac{L_2 I_{m2}^2}{2} = \frac{CE^2}{2} \Rightarrow I_{m2} = E \sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

Ответ: $I_{m2} = E \sqrt{\frac{C}{L_2}}$



т.к. плоскость десколична, то было $E \sim \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

Но потом появилась еще одна пластинка, и ~~причем ее площадь~~

Но они "не совсем десколична", поэтому $E \sim \frac{\sigma}{\epsilon}$

Тогда $\frac{H_1 C}{H_2 A} = \frac{BC^2}{BA^2} = \frac{BC}{BA} = \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right) = 1$

Если потом появилась пластинка, появилась и еще одна составляющая поле.

$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow ABC$ - равнобедренный \Rightarrow

\Rightarrow внешние поля двух пластины равны.

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\sqrt{1^2 + 1^2}}{1} = \sqrt{2} \quad \text{Ответ: } \sqrt{2} \approx 1,42$$

в) ~~т.к. пластинки "не совсем десколична"~~
~~т.к. пластинки "не совсем десколична"~~ Здесь $E_2 \sim \sqrt{\left(\frac{30\sigma}{2\epsilon}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\epsilon}\right)^2}$,
 $E_1 \sim \frac{30\sigma}{2\epsilon} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\sqrt{10}}{3} \approx 1,1$ Ответ: $\approx 1,1$

n_1	n_2
1	2

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$

2)

$$T_1 = T_2 \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad \frac{1}{2} \nu R T_1 = \frac{1}{2} \nu R T_2 \quad C_p = \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{2} \nu R T_1 + \frac{1}{2} \nu R T_2 = \frac{1}{2} \nu R T_k + \frac{1}{2} \nu R T_k$$

$$\frac{1}{2} T_1 + \frac{1}{2} T_2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) T_k \quad T_1 + T_2 = 2 T_k \quad ? = \frac{350 + 550}{2} = 450$$

3)

$$Q = \nu C_p \Delta T = \frac{7}{2} = \frac{7}{2} \cdot 100 = 3500 \text{ J}$$

3 V-куч ν $\frac{11}{18} V = V_2$ $\Delta V = \frac{2}{18} V$

$$P = \frac{\nu R T_2}{V_2} = \frac{\nu R \cdot 550}{\frac{11}{18} V}$$

$$P_{\Delta V} = \frac{\nu R \cdot 550}{V \cdot \frac{11}{18}} \cdot \frac{2}{18} = \frac{\nu R}{V} \cdot 550 \cdot \frac{2}{11}$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \nu R \Delta T =$$

$$= 250$$

$$Q = \nu C_p \Delta T = \frac{7}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot R \cdot \Delta T = 3 R \Delta T$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 3 \\ \hline 2493 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten calculations and diagrams for a physics problem involving relative motion and optics.

Relative Motion Section:

Diagram showing a boat moving across a river. The boat's velocity V_1 is directed across the river, and the river's velocity V_2 is directed downstream. The resulting path is diagonal.

Calculations:

$$V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2} V_1 = \frac{36}{2} = 18$$

Velocity Addition Section:

Diagram showing a boat moving across a river with velocity V . The boat's velocity V_2 is directed across the river, and the river's velocity V_1 is directed downstream. The resulting path is diagonal.

Equations:

$$V_2 \cos \beta = 2V - V_1 \cos \alpha$$

$$V = \frac{V_2 \cos \beta + V_1 \cos \alpha}{2} = \frac{18 \sqrt{1 - (\frac{1}{3})^2} + 12 \sqrt{1 - (\frac{2}{2})^2}}{2} = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

Optics Section:

Diagram showing a lens system with focal length F_0 and distance d . The lens is placed at a distance d from the focal point.

Equations:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{d}$$

$$f = \frac{F_0 d}{d - F_0} = \frac{F_0^2}{2F_0} = \frac{F_0}{2}$$

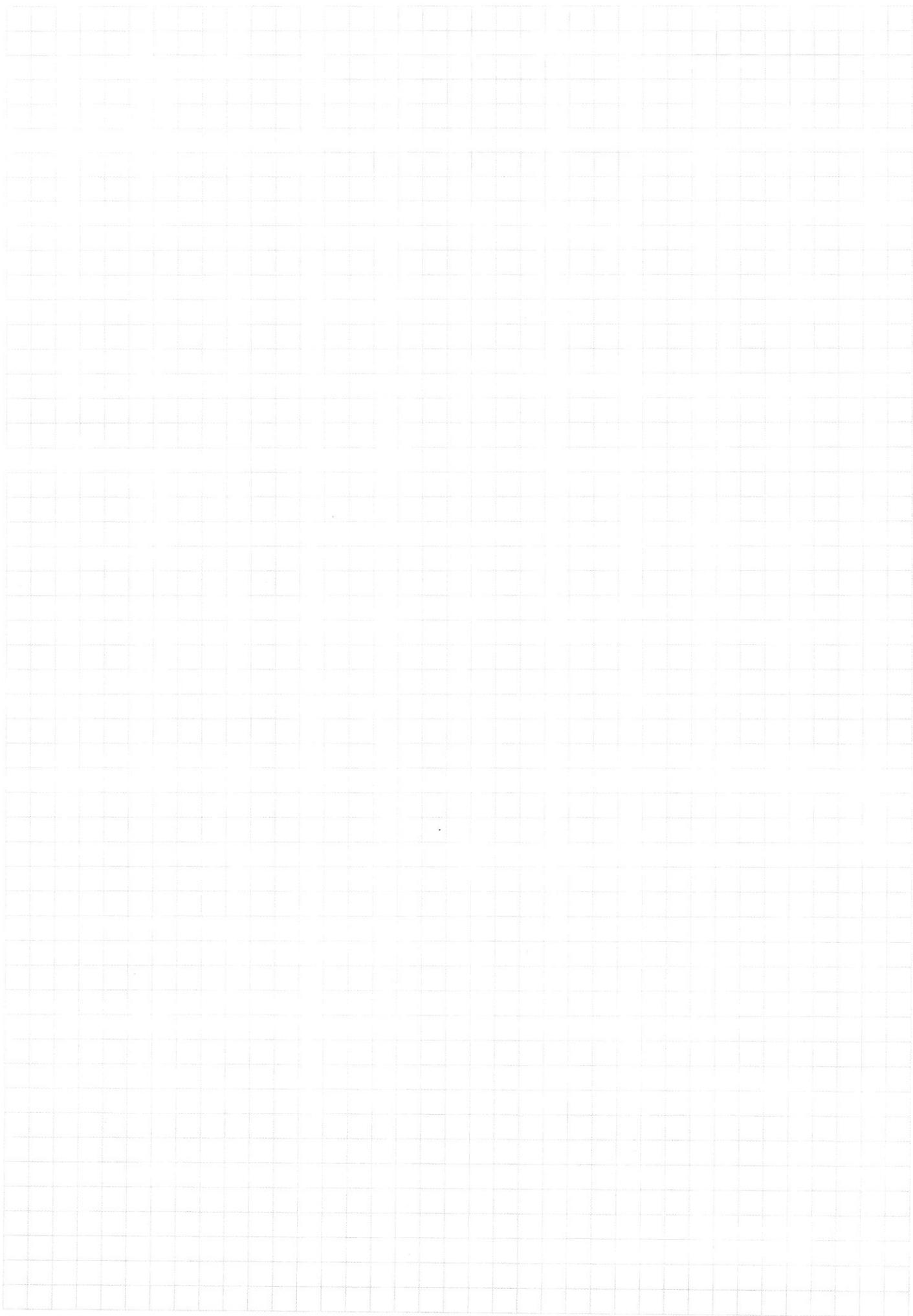
Additional calculations:

$$I_1 = \frac{5}{9} I_0 \Rightarrow \frac{S_{\text{об}} S_{\text{м}}}{F_{\text{об}} S} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{S_{\text{м}}}{S} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{\pi R_{\text{м}}^2}{\pi R^2} = \frac{5}{9} \Rightarrow r_{\text{м}} = \frac{2}{3} R \Rightarrow D_{\text{м}} = \frac{2}{3} D$$

$$V = \frac{2D}{\tau} ; t = \frac{E}{\tau V} = \frac{2D}{V} = \tau_0$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

