

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-06

Шифр

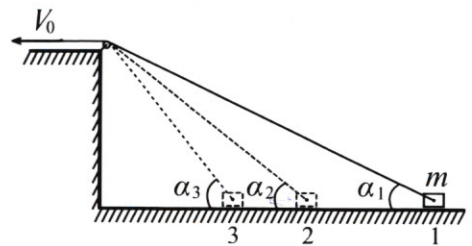
(заполняется секретарём)

1. Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью V_0 . Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для

которых $\sin \alpha_1 = \frac{1}{2}$, $\sin \alpha_2 = \frac{3}{4}$, $\sin \alpha_3 = \frac{4}{5}$. От точки 1 до точки 2 груз

перемещается за время t_{12} .

- 1) Найти скорость V_2 груза при прохождении точки 2.
- 2) Найти работу лебедки A_{23} при перемещении груза из точки 2 в точку 3.
- 3) Найти время t_{13} перемещения груза из точки 1 в точку 3.

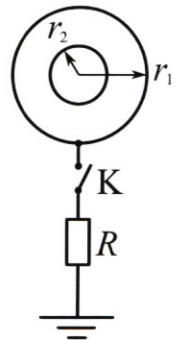


2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура $T_0 = 373 \text{ K}$. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом V_1 , в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление $P_0/6$, где P_0 – нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

- 1) Найти объем V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.
- 2) Найти изменение массы Δm воды.
- 3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

Удельная теплота испарения воды L , молярная масса воды μ . Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

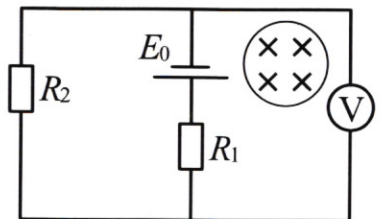
3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами r_1 и r_2 образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится отрицательный заряд $-q$, где $q > 0$, а на внутреннем шаре – положительный заряд Q . Внешний шар соединен с Землей через ключ K и резистор R . Ключ замыкают.



- 1) Найти заряд q_1 на внешнем шаре после замыкания ключа.
- 2) Найти энергию W_1 электрического поля в пространстве между шарами (сферами) до замыкания ключа.
- 3) Какое количество теплоты W выделится в резисторе R после замыкания ключа?

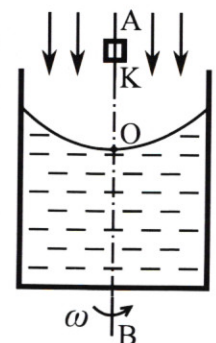
Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

4. В проволочную конструкцию впаяны резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 3R$, идеальный источник с ЭДС E_0 , вольтметр с сопротивлением $R_V = 4R$ (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области – магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S .



- 1) Найти показание V_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.
- 2) Найти показание V_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B / \Delta t = k > 0$.

5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью $\omega = 2,5 \text{ с}^{-1}$ вокруг вертикальной оси АВ, совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры К, расположенной на оси вращения.

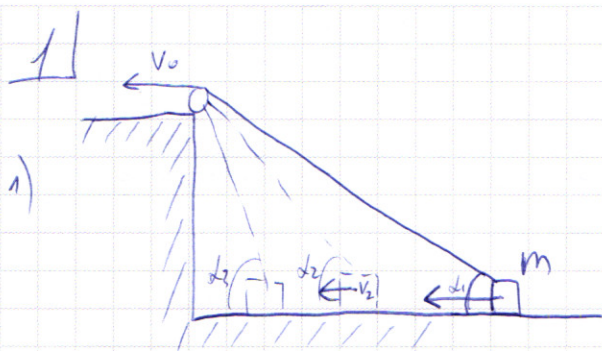


1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке О.

2) На каком расстоянии от точки О будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?

Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned} \sin \alpha_1 = \frac{1}{2} &\Rightarrow \cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \alpha_2 = \frac{3}{4} &\Rightarrow \cos \alpha_2 = \frac{\sqrt{16-9}}{4} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ \sin \alpha_3 = \frac{4}{5} &\Rightarrow \cos \alpha_3 = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

2) Запишем 3 ЗСЭ для груза:

$$E_{k1} + A_{\text{внешн}} = E_{k2} + Q = 0$$

(нач. кин. энерг.) (работа внешн. сил) (кон. кин. энергия) (трение)

$$A_{\text{тр}} = E_{k2} - E_{k1} = \frac{mv_3^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = \frac{m}{2} (v_3^2 - v_2^2) = \frac{m}{2} (v_0^2 \cos^2 \alpha_3 - v_0^2 \cos^2 \alpha_2)$$

Аналогично (1) $v_3 = \frac{v_0}{\cos \alpha_3}$ $\Leftrightarrow \frac{mv_0^2}{2} \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha_3} - \frac{1}{\cos^2 \alpha_2} \right) = \dots$ (2)

$$= \frac{mv_0^2}{2} \left(\frac{1}{\frac{9}{25}} - \frac{1}{\frac{7}{16}} \right) = \frac{mv_0^2}{2} \cdot \frac{31}{63}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad v_1 &= \frac{v_0}{\cos \alpha_1} \\ v_2 &= \frac{v_0}{\cos \alpha_2} \\ v_3 &= \frac{v_0}{\cos \alpha_3} \end{aligned}$$

По усл. об. 7.1 до 7.2 груз перемещ. за время t_2

$$v_2 = v_1 + a t_2; \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2}$$

Ускорение груза не меняется $\Rightarrow v_3 = v_1 + a t_3$

$$t_{13} = \frac{v_3 - v_1}{a} = \frac{v_3 - v_1}{v_2 - v_1} \cdot t_2 = \frac{\frac{v_0}{\cos \alpha_3} - \frac{v_0}{\cos \alpha_1}}{\frac{v_0}{\cos \alpha_2} - \frac{v_0}{\cos \alpha_1}} \cdot t_2 = \frac{5\sqrt{21} - 6\sqrt{7}}{12\sqrt{3} - 6\sqrt{7}} \cdot t_2 \approx 1,66 t_2$$

Ответ: 1) $\approx 1,54 v_0$ 2) $\approx 0,25 m v_0^2$ 3) $\approx 1,66 t_2$

Нить не рвется, значит, если v_2 - скорость груза в точке 2, то

$$v_0 = v_2 \cos \alpha_2$$

$$v_2 = \frac{v_0}{\cos \alpha_2} \quad (1) = \frac{4v_0}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7} v_0}{7}$$

Ответ:

1) $\frac{4\sqrt{7} v_0}{7}$ 2) $\frac{31}{63} m v_0^2$ 3) $1,66 t_2$

(продолжение задачи 2)

~~Тепло выделяется при конденсации γ Δm
 по системе протекает тепло δQ~~

~~Вопрос~~ Как я понимаю, изменение потенциальной энергии поршня не входит в изменение внутренней энергии содержимого сосуда. ~~Если бы входило~~
~~или наоборот~~

Тогда $\Delta U_{\text{систем}} = \Delta U_n + \Delta U_{\text{возд}}$
 $= -\frac{6}{5} P_0 V_1 + \Delta U_{\text{возд}}$

- Ответ:
- 1) $\frac{7}{5} V_1$
 - 2) $\frac{2}{5} \frac{V_1 P_0 \mu}{R T_0} = \frac{2 V_1 P_0 \mu}{1865 R} \cdot (K^{-1})$ ← количество
 - 3) ~~$\frac{6}{5} P_0 V_1$~~ $\frac{2}{5} P_0 V_1 - \Delta m$

Первый закон термодинамики для системы
 воз. пар + вода

$$Q_{\text{поуч.}} = \Delta U_{\text{систем}} + A_{\text{газа}}$$

$$-\Delta m = \Delta U_{\text{систем}} + P_0 \Delta V_{\text{на}} = (V - V_0) = \left(-\frac{2}{5} V_1\right)$$

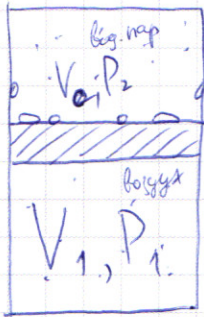
$$\Delta U_{\text{систем}} = \frac{2}{5} P_0 V_1 - \Delta m$$

Т.к. внутр. энергия воздуха не меняется ($P_{\text{возд}} = \text{const}$, $T_{\text{возд}} = T_0 = \text{const}$),
 то ΔU всего содержимого сосуда, это $\Delta U_{\text{систем}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2

P_0
Нач.
пожат.



$$T = \text{const} = T_0$$

Водяной пар в равновесии с водой,
значит $P_2 = P_{\text{нп}}$ (давление в верхней части
равно давлению
насыщ. пара при
данной темп.)

т.е. температура $T_0 = 373\text{K} = 100^\circ\text{C}$, то

$$P_{\text{нп}} = P_0$$

$$\Rightarrow P_2 = P_0$$

Поршень создаст дополнительное давление $\frac{P_0}{6}$, то
есть P_+ (давление в верхней части) $= P_0 + \frac{P_0}{6} = \frac{7P_0}{6}$

Конечное
пожат.



Для воздуха: ^{средство из} (уравнение Клапейрона-Менделеева)
 $T = \text{const} \Rightarrow P_1 V_1 = P^* V_2^*$ (P^* - новое дав. воздуха
 V_2^* - новый объем воздуха)

На водяной пар теперь давит

поршень, то есть он будет конденсироваться
в воду. В равновесном состоянии давление
будет тем же, $P_{\text{нп}} = P_0$ ($T = \text{const}$).

Тогда, $P^* + \frac{P_0}{6} = P_0 \Rightarrow P^* = \frac{5P_0}{6}$

$$\text{Из (1)} : \frac{7P_0}{6} \cdot V_1 = \frac{5P_0}{6} \cdot V_2^* \Rightarrow V_2^* = \frac{7}{5} V_1$$

(произошло на обр. стороне)

Уравнение Клапейрона Менделеева для вод. пара:

~~$p = \text{const}$~~

$$P_0 V_0 = \frac{m_0}{\mu_{\text{вод. пар}}} R T_0 ; \quad P_0 V = \frac{m}{\mu_{\text{вод. пар}}} R T_0$$

→ нач. масса вод. пара
→ кончн. масса вод. пара

← нач. объем вод. пара
← кончн. объем вод. пара

~~Если объем воды сохранился~~

Объем цилиндра не меняется $\Rightarrow V_0 + V_1 = V_2 + V$; $V_0 + V_1 = \frac{7}{5} V_1 + V$

$$m_0 + m_{\text{в0}} = m + m_{\text{в}}$$

→ нач. масса воды
→ кончн. масса воды

$$V = V_0 - \frac{2}{5} V_1$$

$$\Delta m = m_{\text{в}} - m_{\text{в0}} = m_0 - m = \frac{P_0 V_0 \mu_{\text{вод. пар}}}{R T_0} - \frac{P_0 V \mu_{\text{вод. пар}}}{R T_0} =$$

$$= \frac{P_0 \mu_{\text{вод. пар}}}{R T_0} (V_0 - V) = \frac{P_0 \mu_{\text{вод. пар}}}{R T_0} (V_0 - V_0 + \frac{2}{5} V_1) =$$

$$= \frac{2}{5} V_1 \frac{P_0 \mu}{R T_0}$$

Внутренняя энергия воздуха не поменялась, так как $U = \frac{i}{2} \nu R T$, ν не поменялся, T не поменялась

Если $\Delta U_{\text{в}}$ - изменение внутр. энергии вод. пара, то

$$\Delta U_{\text{в}} = \frac{i}{2} \nu R T_0 = 3 R T_0 \left(\frac{m - m_0}{\mu_{\text{вод. пар}}} \right) = 3 R T_0 \frac{-\Delta m}{\mu}$$

($\mu_{\text{H}_2\text{O}}$ - молярная масса молекулы вод. пара, $i=6$)

$$= -\frac{3 R T_0}{\mu} \cdot \frac{2}{5} V_1 \frac{P_0 \mu}{R T_0} = -\frac{6}{5} P_0 V_1$$

~~$A_{\text{полн}} = A_{\text{возд}} + A_{\text{вод. пар}}$~~

При конденсации выделяется тепло $\Delta U_{\text{в}}$ и их работу

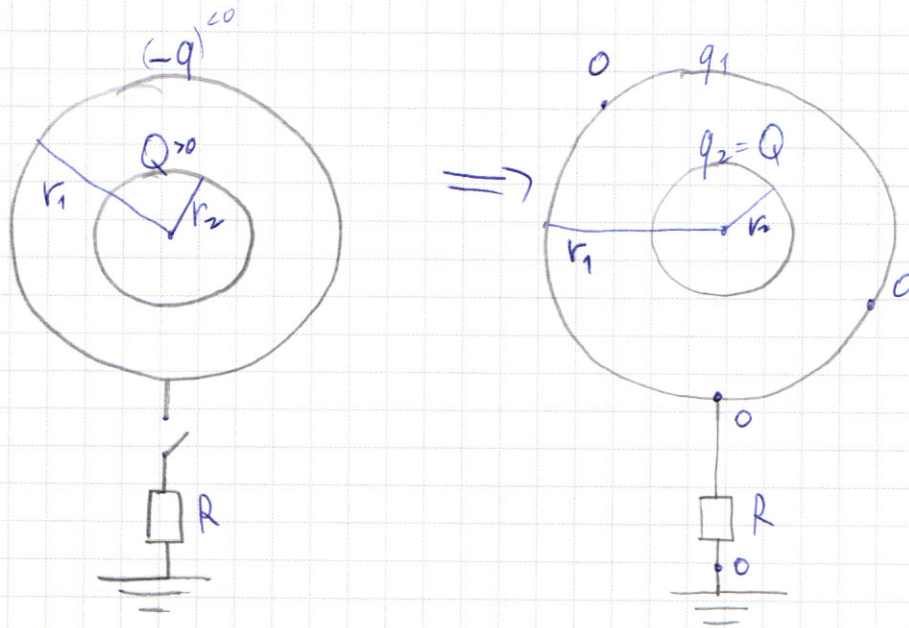
Первый закон термодинамики для воздуха и вод. пара

$$\Delta Q = \Delta U_{\text{в}} + A_{\text{возд. пар}}$$

(продолжение на листе №2)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3



Ключ замкнули и через R протек некий заряд.

Сост. установилась и тока больше нет \Rightarrow

потенциалы на концах резистора равны, и равны они
потенциалу Земли = 0 (как и на бесконечности)

На внутренней сфере заряд не изменился
(текущая деталь)

Пусть q^* - новый заряд на внешней сфере

Тогда, $\frac{kQ}{r_2} + \frac{kq^*}{r_1} = 0$, (потенциал внешней сферы
теперь 0)
где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ - Эл.const.

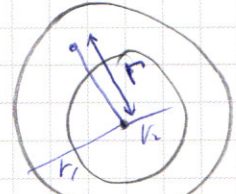
Отсюда, $q^* = -Q$

(продолжение \rightarrow на обр. стороне)

~~$$W = \Phi_1 q_1 + \Phi_2 q_2 = \Phi_1$$

Потенциал внешнего шара → заряд внешнего шара → потенциал внутреннего шара → заряд внешнего шара~~

Энергия поля напряженности E
 Плотность энергии эл. поля $w = \frac{E^2 \epsilon_0}{2}$



$$E(r) = \frac{kQ}{r^2}$$

(напр. между сферами) / (расстояние до центра сфер) / (внешняя сфера не создает напр. внутри себя)

$$\Rightarrow W_1 = \int_{r_2}^{r_1} w dV = \int_{r_2}^{r_1} \frac{k^2 Q^2}{r^4} \cdot \frac{\epsilon_0}{2} \cdot dV = \int_{r_2}^{r_1} \frac{k^2 Q^2 \epsilon_0}{2 r^4} \cdot 4\pi r^2 dr =$$

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

$$= \frac{1}{8\pi \epsilon_0} \cdot Q^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\pi \int_{r_2}^{r_1} \frac{1}{r^2} dr =$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0} \cdot \left(-\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0} \cdot \left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right)$$

W - работа выдвинутая в результате

$$A_{\text{вн.}} = \Delta W + W$$

"0" → изменение энергии системы

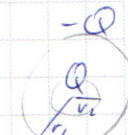
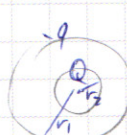
- Объем: 1) $-Q$
 2) $\frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0} \left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right)$
 3) $-\frac{2kQq}{r_1} + \frac{1}{2} \frac{kq^2}{r_1} + \frac{3kQ^2}{2r_1} = \frac{k}{2r_1} (q-Q)(q+3Q)$

$$W = W_n - W_k$$

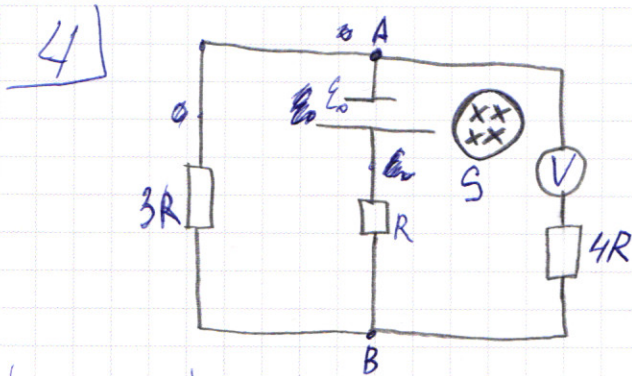
$$W_n = \frac{kQ}{r_1} (-q) + \frac{1}{2} \frac{k(-q)}{r_1} (-q) + \frac{k(-q)}{r_1} Q + \frac{1}{2} \frac{kQ}{r_2} Q$$

$$W_k = \frac{kQ}{r_1} (-Q) + \frac{1}{2} \frac{k(-Q)}{r_1} (-Q) + \frac{kQ}{r_1} (-Q) Q + \frac{1}{2} \frac{kQ}{r_2} Q$$

$$W_n - W_k = -\frac{2kQq}{r_1} + \frac{1}{2} \frac{kq^2}{r_1} + \frac{3kQ^2}{2r_1} + \frac{1}{2} \frac{kQ}{r_2} Q = W$$



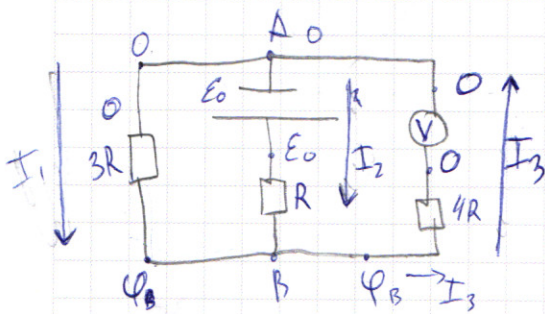
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



(закон Фарадея)

$$1) \mathcal{E}_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{dB \cdot S}{dt}, \text{ если } B = \text{const}, \text{ то } \mathcal{E}_{\text{ind}} = 0$$

Тогда в первом случае имеем:



Вольтметр покажет $|\varphi_A - \varphi_B|$

$$V_1 = |\varphi_A - \varphi_B|$$

(метод узловых потенциалов)

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Если $\varphi_A = 0$, то

$$\frac{-\varphi_B}{3R} + \frac{\mathcal{E}_0 - \varphi_B}{R} = \frac{\varphi_B}{4R}$$

$$-4\varphi_B + 12\mathcal{E}_0 - 12\varphi_B = 3\varphi_B$$

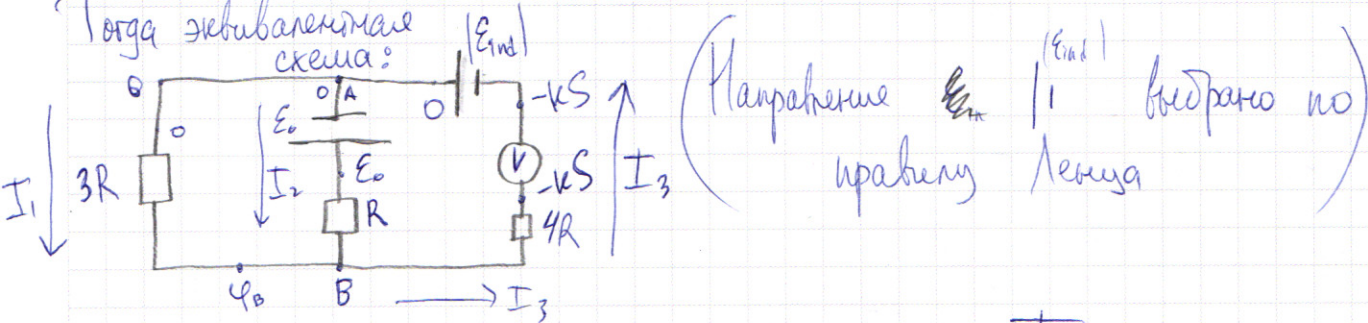
$$12\mathcal{E}_0 = 19\varphi_B \quad ; \quad \varphi_B = \frac{12}{19} \mathcal{E}_0$$

$$\Rightarrow V_1 = |\varphi_A - \varphi_B| = \frac{12}{19} \mathcal{E}_0$$

2) Если Φ_A конст, то

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{dB \cdot S}{dt} = -kS$$

Тогда эквивалентная схема:



(по методу потенциалов)

Если $\Phi_A = 0$, то
$$\frac{0 - \varphi_B}{3R} + \frac{\mathcal{E}_0 - \varphi_B}{R} = \frac{\varphi_B + kS}{4R}$$

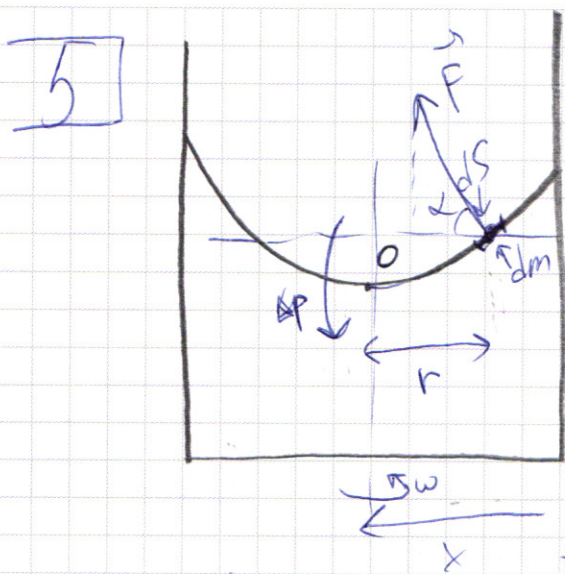
$$-4\varphi_B + 12\mathcal{E}_0 - 12\varphi_B = 3\varphi_B + 3kS$$

$$12\mathcal{E}_0 = 19\varphi_B + 3kS$$

$$\varphi_B = \frac{12\mathcal{E}_0 - 3kS}{19}$$

Ответ: 1) $\frac{12}{19} \mathcal{E}_0$
2) $\frac{12\mathcal{E}_0 - 3kS}{19}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



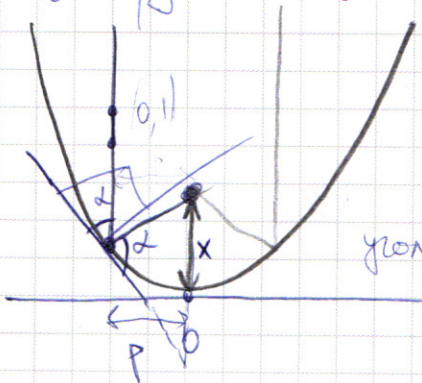
На ~~большой~~ ^{большой} действует сила тяжести и сила
пов.нат.ем.

$\Delta p = \delta \cdot \frac{1}{R_*}$ радиус кривизны точки,
под которой записываем Δp
где $\frac{dm}{\rho}$ на рас-тии r от оси:

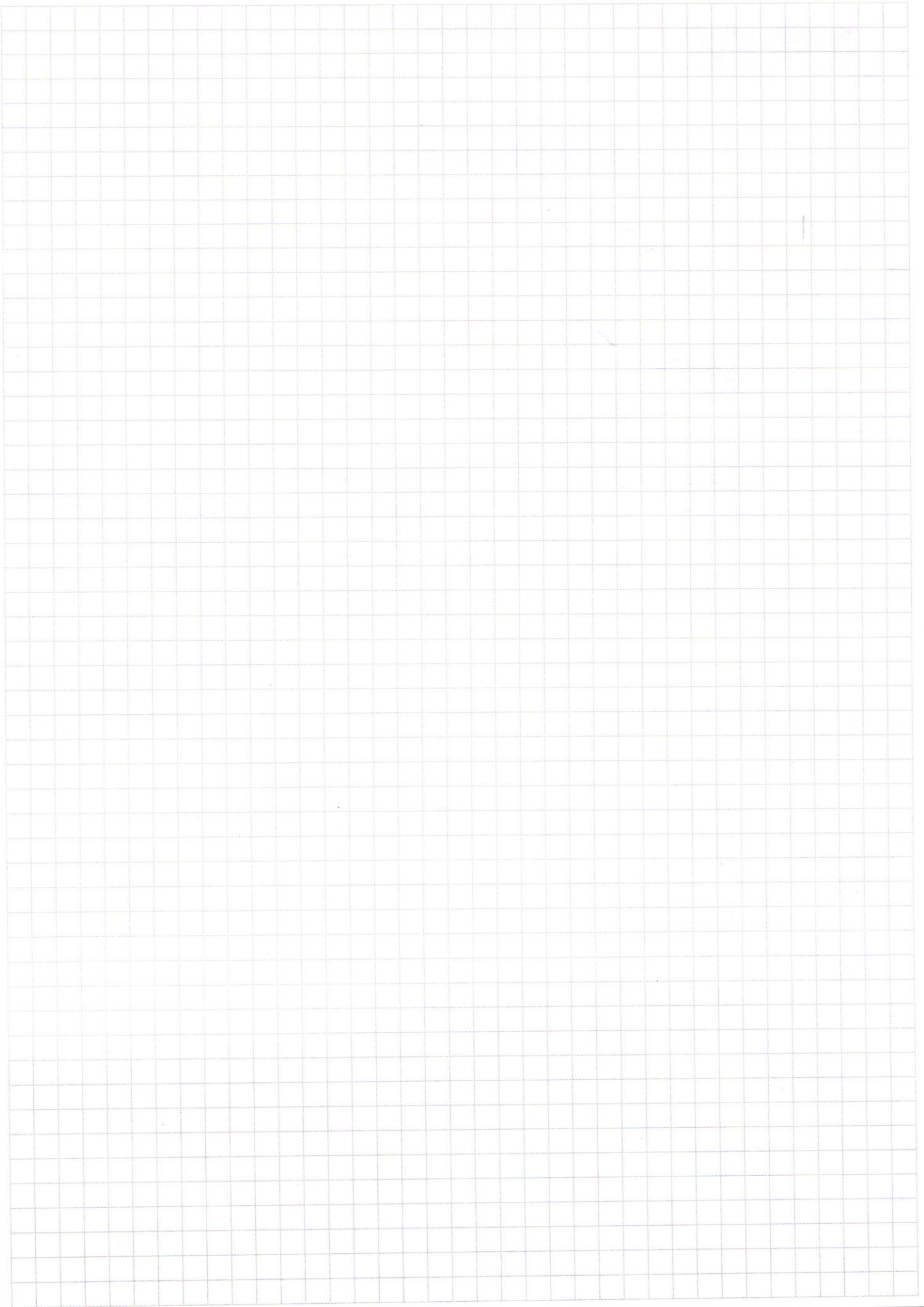
$$\sum F_x = dm \omega^2 r$$

$$F = \Delta p dS = \frac{\delta}{R_*} dS ; \frac{\delta}{R_*} dS \cdot \cos \alpha = dm \omega^2 r$$

Т.к. кривизна жидкой параболическая, то
~~параллельные~~ ^{параллельные} ~~лучи~~ вертикальные лучи
соберутся в одной точке, - это и будет изображение



x - исконое расстояние
угол падения = угол отражения

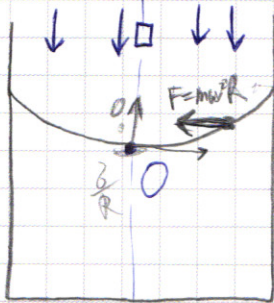


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

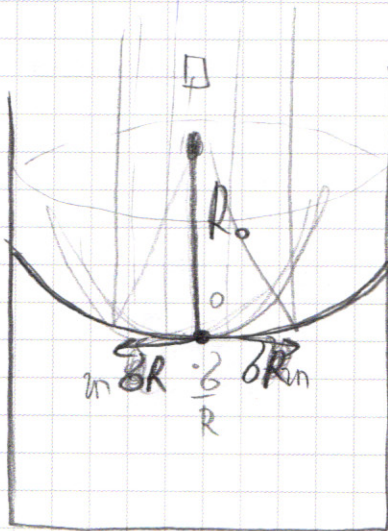
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5

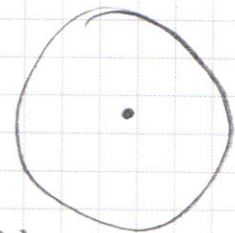
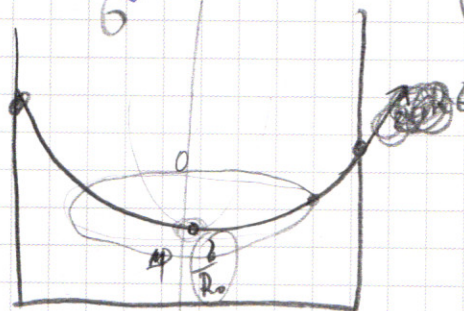
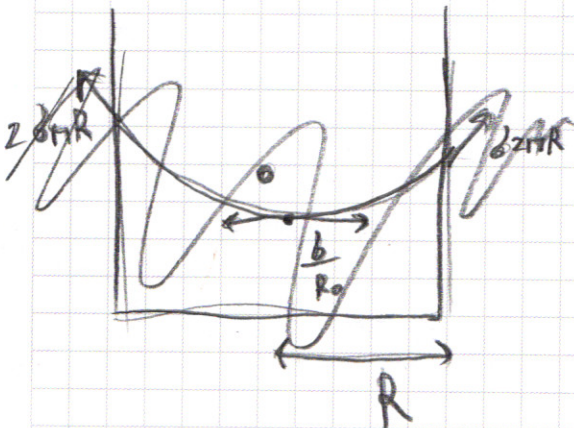
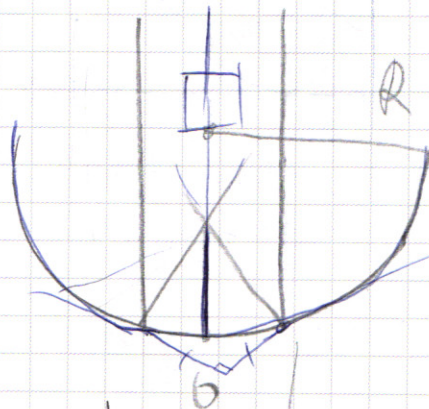
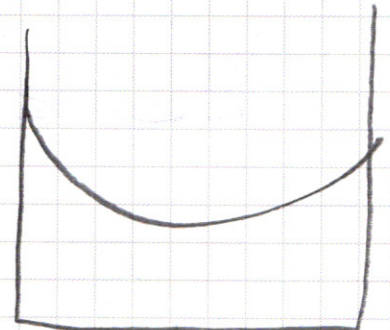
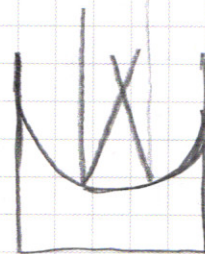


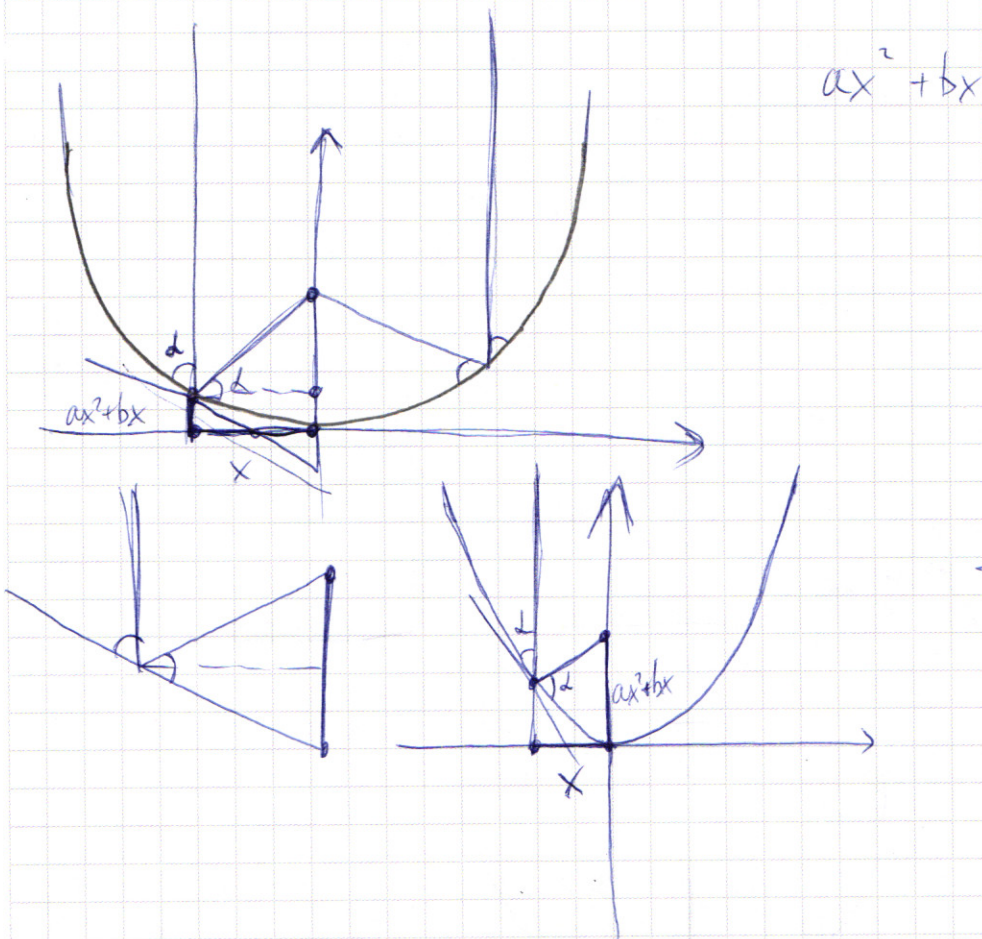
На пов-ть жидкости действуют:
• сила пов. натяг.

$$F = m\omega^2 R \quad \Delta p = \delta \left(\frac{1}{R_0} \sqrt{A} \right) = \frac{\delta}{R_0}$$



$\delta R z R$





$ax^2 + bx$
 $\frac{6}{R} \cdot \sqrt{1 - \cos^2}$
 \parallel
 $m \omega^2 R$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{25}{9} - \frac{16}{7} = \frac{25 \cdot 7 - 16 \cdot 9}{63} = \frac{175 - 144}{63} = \frac{31}{63}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} - \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{3} \cdot 3} = \frac{5\sqrt{3} - 6}{3\sqrt{3}}$$

$$\frac{4}{\sqrt{7}} - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{21} - 2\sqrt{21}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{21}}{\sqrt{21}} = 2$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{7} = \frac{4 \cdot 2\sqrt{2}}{7} = \frac{8\sqrt{2}}{7}$$

$$\frac{5 \cdot 1,7 \cdot 2,7 - 6 \cdot 2,7}{12 \cdot 1,7 - 6 \cdot 2,7} = \frac{22,95 - 16,2}{20,4 - 16,2} = \frac{6,75}{4,2}$$

$$\frac{675}{420} = \frac{135}{84} = \frac{45}{28}$$

1) 1,54
 2)
 3) 1,6 ± 12

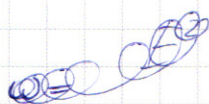
$$\sqrt{3} \approx 1,7710$$

$$\sqrt{7} \approx 2,7$$

$$\frac{28}{168} = \frac{28}{448}$$

$$\frac{12}{204} = \frac{45}{160}$$

$$\frac{675}{420} = \frac{135}{84} = \frac{45}{28}$$



$$\phi = \omega = \frac{E^2 \epsilon_0}{2} = \frac{E^2 \epsilon_0}{2} \quad E \epsilon = \frac{E^2 \epsilon_0}{2}$$

$$\omega = \frac{E^2 \epsilon_0}{2 \epsilon_0}$$

$$E^2 = \frac{2}{\epsilon_0}$$

$$W = E q \cdot d$$



$$\int x \, dx = \frac{x^2}{2}$$

$$\int x^2 \, dx = \frac{x^3}{3}$$

$$x = \frac{x^3}{3}$$

$$-\frac{2kQq}{r} + \frac{1}{2} \frac{kq^2}{r_1} + \frac{3}{2} \frac{kQ^2}{r_1} =$$

$$= \frac{k}{2r_1} \left(3Q^2 - 4Qq + q^2 \right)$$

$$4Qq$$

$$(q-Q)(q-3Q)$$

$$+\frac{4}{2} - \frac{1}{2}$$

$$q^2 - 4qQ + 3Q^2$$