Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

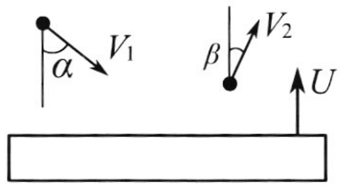
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{1}{3} \right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

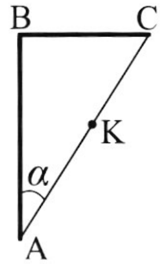
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

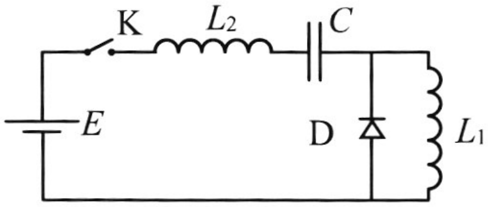
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

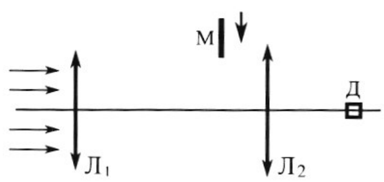


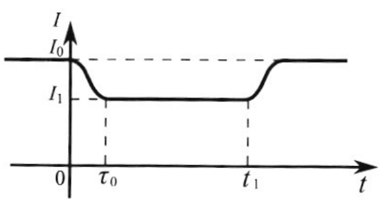
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Дано:

$\nu = \frac{6}{25}$ моль

$T_1 = 330K$

$T_2 = 440K$

$i(Ne) = i(He) = i = 3$

Решение:

1) Т.к. гелий нагрев. медленно вправо, а поршень медленно двиг., то процесся можно счит. изобарными (расшир. гелия и сжатие неона).

$P(He) = P(Ne) = const$

2) Запишу ур-ие Менделеева – Клайп. для наг. мол.

$$\begin{cases} P_{Ne}V_{Ne} = \nu R T_2 \\ P_{He}V_{He} = \nu R T_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$$

3) Т.к. цилиндр теплоизолирован, то:

$\sum Q = 0.$

$Q_{He} = C_P \nu \Delta T = C_P \nu (T_K - T_1)$

$Q_{Ne} = C_P \nu \Delta T = C_P \nu (T_K - T_2)$

C_P – молярная теплоемк. газов при изоб. процессе

$C_P = \frac{i+2}{2} = \frac{5}{2}$ – для одн. газов (т.е. и для гелия, и для неона).

$T_K - T_1 = -(T_K - T_2)$

$2T_K = T_1 + T_2$

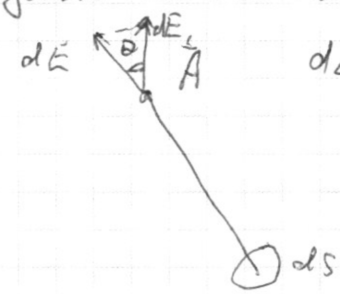
$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 385K$ – конечн. темп. газов.

4) Найду Q_{He}:

$Q_{He} = \frac{5}{2}\nu R (T_K - T_1) = \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{25}_{5}} \cdot 8{,}31 \cdot \cancel{55}^{11} = 33 \cdot 8{,}31 \approx 274$ Дж – кол-во теплоты, передан. гелию.

Ответ: 1) $\frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{3}{4}$; 2) $T_K = 385K$ 3) $Q_{He} = 274$ Дж

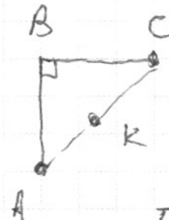
№3 Рассмотрю вспомогат. задачу. Пусть дана плоскость, заряж. пов. плотн заряда σ. Эта плоск. видна под телесным углом Ω. Нужно опред. сост. напрят. эл. поля, созд. плоск, перпендик. этой плоск.
Разобью плоск на малые площадки dS:



$dE_\perp = \frac{k\sigma dS}{R^2}\cos\theta$, замечу, что $\frac{dS\cos\theta}{R^2} = d\Omega \Rightarrow$

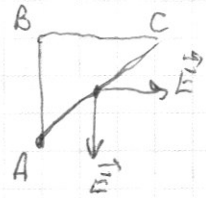
$\Rightarrow E_\perp = \frac{\sigma\Omega}{4\pi\varepsilon_0}$.

1)



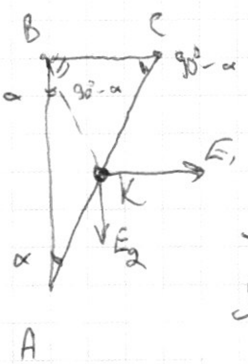
Т.к. ABC – прямоуг равнобедр. пр., то с точки K – плоск. BC и AB видна под одним углом. $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ Если плоск. заряд. одинаков пов. плотностью, то
$E(BC) = E(AB)$ – в т.K.

Также замечу, т.к. мы находимся прямо над ср. линией наших пластин, то E – ~~вд~~ по оси вдоль пластин $=0$.



Из этого след., что $E_0 = E$, $E' = \sqrt{E^2+E^2} = E\sqrt{2}$
$\Rightarrow$ Напр. увелич. в $\sqrt{2}$ раз.

2)



Ω_1 – телесн. угол, под кот. видна пл. AB.
Ω_2 – тел. угол, под кот. видна пл. BC.
$\angle BKA = \pi - 2\alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow$ Т.к. пластины бесконечн.
$\Omega_1 = \frac{\Sigma\Omega}{2\pi}\angle BKA$, где $\Sigma\Omega = 4\pi$ – полный телесный угол.
$\Omega_1 = \frac{4\pi}{2\pi}\cdot\frac{3\pi}{4} = \frac{3}{2}\pi$

$\angle BKC = 2\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Omega_2 = \frac{4\pi}{2\pi}\cdot\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$E_1 = \frac{\sigma_2\Omega_1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma\cdot\frac{3}{2}\pi}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{3\sigma}{8\varepsilon_0}$
$E_2 = \frac{\sigma_1\Omega_2}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{4\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\pi}{2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\Sigma E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{64}} = \sqrt{\frac{25}{64}}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{5}{8}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

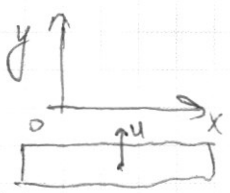
Ответ: 1) В $\sqrt{2}$ раз 2) $\Sigma E = \frac{5}{8}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 1) Заметим, что плита гладкая и массивная ⇒ Ск. шарика в СО плиты в проекц на Ось, напр. вдоль пов. плиты (Ox), сохраняется.

$v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

$v_2 = \frac{v_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = 6 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12\ \frac{м}{с}$



2) Т.к. удар неупруг., то в СО плиты

$V_{1y} \geq V_{2y}$ — из-за того, что часть энергии перешла в тепло.

$V_{1y} = V_1 \cos\alpha + U$

$V_{2y} = V_2 \cos\beta - U$

$V_1 \cos\alpha + U \geq V_2 \cos\beta - U$

$2U \geq V_2 \cos\beta - V_1 \cos\alpha$, где $\cos\beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$U \geq \frac{12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6\frac{\sqrt{5}}{3}}{2}$

$U \geq (4\sqrt{2} - \sqrt{5})\ \frac{м}{с}$

Ответ: 1) $V_2 = 12\ \frac{м}{с}$; 2) $U \geq (4\sqrt{2} - \sqrt{5})\frac{м}{с}$

№4 1) Диод идеальный ⇒ Напр. открытия диода = 0 В.

Пока диод закрыт:

$E = 5L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}$, т.к. катушки и конд. соед. посл., то $\frac{dI}{dt} = \ddot{q}$

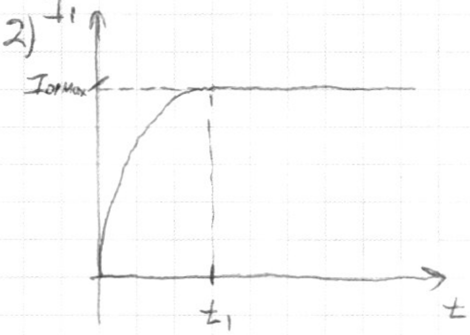
$E = 5L\ddot{q} + \frac{q}{C}$ — диф. уравн. гармонич. колеб.

Через время $t_1 = \frac{\pi}{2}\sqrt{5LC}$ диод откроется и тогда на кат. L_1 — не будет меняться ток ($U_L = 0$).

$E = 2L\ddot{q} + \frac{q}{C}$

через время $t_2 = 2\pi\sqrt{2LC}$ — ток на диоде будет равен 0. Однако процесс будет повторяться, при этом ток через L_1 будет течь тот же, что и раньше $\Rightarrow$ $T = 2\pi\sqrt{2LC}$

2)



I_{01} - max, когда $\frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow E = \frac{q}{C} \Rightarrow q = CE$

$A_{ист} = \Delta U + Q$, где $Q = 0$ - ведь тепловых потерь нет.

$A_{ист} = CE \cdot E = CE^2$

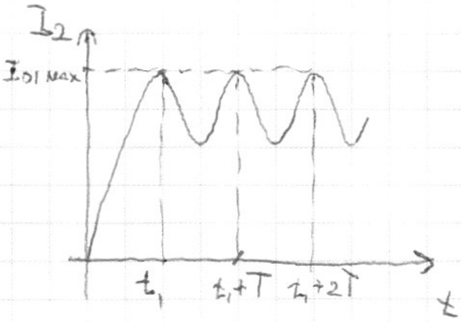
$$\Delta U = \frac{5LI_{01}^2}{2} + \frac{CE^2}{2}$$

$$CE^2 = \frac{CE^2}{2} + \frac{5LI_{01}^2}{2}$$

$$CE^2 = 5LI_{01}^2$$

$$I_{01} = \sqrt{\frac{C}{5L}}E$$

3)



- График зависимости тока через L_2 от времени.

$$I_{02max} = I_{01max} = \sqrt{\frac{C}{5L}}E$$

Ответ: 1) $T = 2\pi\sqrt{2LC}$

2) $I_{01} = \sqrt{\frac{C}{5L}}E$

3) $I_{02} = \sqrt{\frac{C}{5L}}E$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 1) Пучок, пущен. парал. главн. оптич. линзы, фокусируется в фокусе. $\Rightarrow$ После прохожд. 1 линзы, пучок сфокус. от неё на рассм. F_0. Тогда расст. до 2 линзы будет равно $1{,}5F_0 - F_0 = \frac{1}{2}F_0 = d$.

Запишу формулу тонкой линзы для $Л_2$:

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{3}{F_0}$, где f – расст. от детектора до $Л_2$, ведь лучи по условию после прохожд. $2^{ой}$ линзы фокус. на детекторе $\Rightarrow$

$f = \frac{d\frac{F_0}{3}}{d - \frac{F_0}{3}} = \frac{\frac{1}{2}F_0\frac{F_0}{3}}{\frac{1}{2}F_0 - \frac{F_0}{3}} = \frac{\frac{F_0^2}{6}}{\frac{F_0}{6}} = F_0$ – расст. между $Л_2$ и детект.

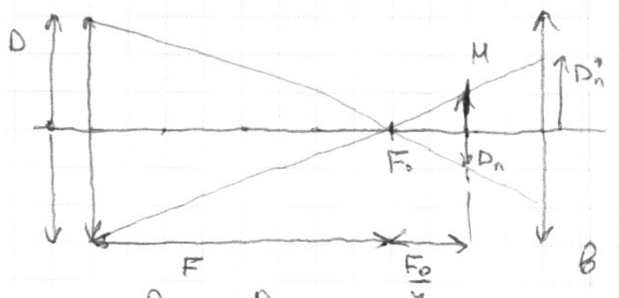
2) $I = \alpha J$, где J – интенсивн. пучка.

(*) $J = (1 - \frac{S_g}{S_n})J_0$, где S_n – площадь светового пятна на расст. $\frac{5F_0}{4}$ от $Л_1$, S_g – площадь пятна, котор. закрыв. диск. М.

$I_{min} = \frac{8I_0}{9} \Rightarrow 1 - \frac{S_g}{S_n} = \frac{8}{9} \Rightarrow S_g = \frac{1}{9}S_n \Rightarrow D_g = \frac{1}{3}D_n$

$\frac{4D_n}{F_0} = \frac{D}{F_0} \Rightarrow D_n = \frac{D}{4}$

$\Big\}\ D_g = \frac{1}{12}D$



За время τ_0 М проходит расст. $D_g = \frac{1}{12}D$ – полностью оказавш. в световом пятне $\Rightarrow$

$\Rightarrow V = \frac{D_g}{\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$

3) За время t_1 – М проход. расст. равное $D_n \Rightarrow$

$t_1 = \frac{D_n}{V} = \frac{D}{4 \cdot \frac{D}{12\tau_0}} = 3\tau_0$

Замечу, что весь световой поток, попавш. на $Л_1$, попадает на D. Докажу это $D_n' = \frac{F_0}{2} \cdot \frac{D}{F_0} = \frac{D}{2} < D$ – пятно на $Л_2$ имеет размеры меньше самой линзы $\Rightarrow$ Весь поток проход. через $Л_2$ $\Rightarrow$ формула (*)

будет справедлива.

Ответ: 2) $V = \frac{D}{12\tau_0}$ 3) $t_1 = 3\tau_0$.

1) $f = F_0$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

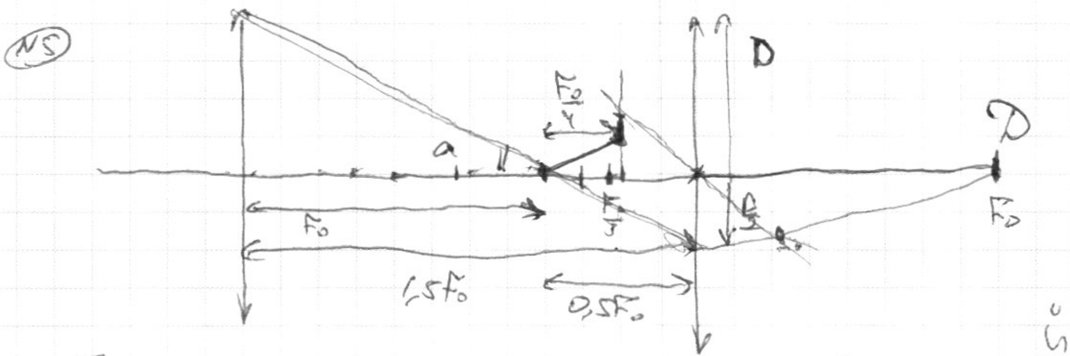
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

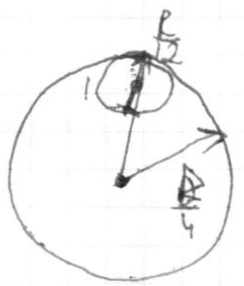


Т.е. использ. пол-линзы, во вт. случ (второе)

$S_{диска} = \frac{1}{9} S_{пятна}$

$D_{диск} = \frac{1}{3} D_n = \frac{1}{12} D$

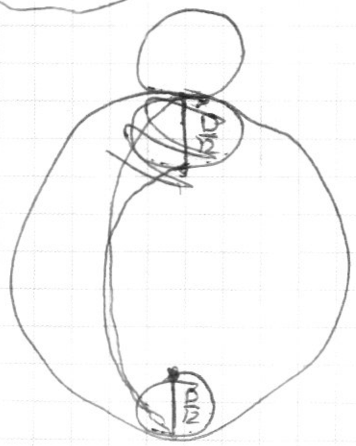
$V = \frac{D}{12t_1}$



$\frac{4}{3} \cdot 135° = 45 \cdot 4 = 180°$

$135°$

3



$\frac{D}{4} - \frac{D}{12}$

$t = \frac{D}{4V} = \frac{D}{4 \cdot \frac{D}{12t_1}} = 3t_1$

330
770 | 2
385

33
8,31 × 33
2493
2493
274,23

440 · $\frac{5}{2}$
220 · 5 = 1100

240 + 24

3

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

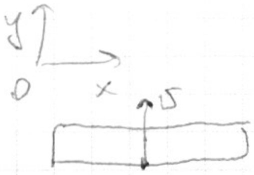
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



Гладкая пов $\Rightarrow$ $\upsilon_{0x} = const$

Плита массивная ЗСЭ – не выполняется

• Перейдем в ИСО плиты

$\upsilon_1 \sin\alpha = \upsilon_2 \sin\beta$

$6 \cdot \frac{2}{\cancel{3}} = \upsilon_2 \cdot \frac{1}{\cancel{3}}$

• $\upsilon_2 = 12 \frac{м}{с}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\cos\beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\upsilon_{1y} + \cancel{\upsilon} = \upsilon_{2y} - \upsilon$ – это необязательно!

$2\upsilon = \upsilon_{2y} - \upsilon_{1y}$

$\upsilon = \frac{\upsilon_{2y} - \upsilon_{1y}}{2} = \frac{4\cancel{12}\frac{\sqrt{5}}{\cancel{3}} - 6 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}}{2} = \frac{4\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}{2} = 2(\sqrt{5} - \sqrt{2})$

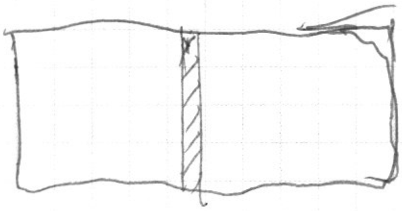
$\frac{12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6\frac{\sqrt{5}}{3}}{2}$

$\frac{8\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{2}$

№2

$\nu = \frac{6}{25}$

$i = 3$



$PV_1 = \nu RT_1$

$PV_2 = \nu RT_2$

1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$

$\begin{array}{r} 330 \\ +440 \\ \hline 770 \end{array} / 2$

2) Из ЗСЭ:

$P_K V_1' = \nu RT$

$P_K V_2' = \nu RT$

$P_K \Sigma V = 2\nu RT$

$\Sigma Q = 0!$

$\Delta U_1 = \Delta U_2$

$\cancel{\nu R}(T_K - T_1) + \cancel{\nu R}(T_K - T_2) = 0$

$2T_K = T_2 + T_1$

$T_K = \frac{330 + 440}{2} = 385 K$

$330 - 385 = 55$

3) $P = const$ – т.к. процесс медленный, $\Rightarrow$ $Q = A + \Delta U =$

$= P(V_K - V_{Ne}) + \nu R(T_K - T_2) =$

$Q = \frac{5}{2}\nu R(T_K - T_2) = \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{25}_{5}} \cdot 8{,}31 \cdot \cancel{55}^{11} = 33 \cdot 8{,}31$ Дж

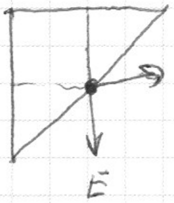
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

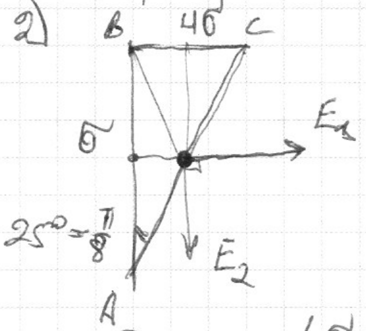
(Нумеровать только чистовики)

№3



1) Возрастет в $\sqrt{2}$ раз

2)



$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\Sigma E = \sqrt{4+\frac{1}{4}}\,\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{17}}{2}\,\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$25^\circ = \frac{\pi}{8}$$

(?)

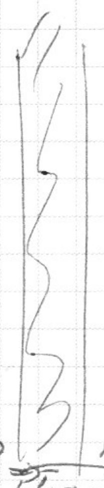
$180 / 8 = 22{,}5^\circ$

$$\frac{k\sigma\, dS}{R^2}\cos\alpha$$

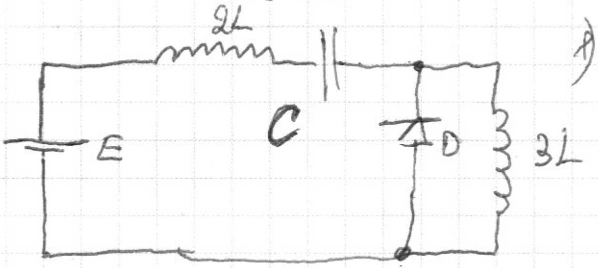
$$d\Omega = \frac{dS\cos\alpha}{R^2}$$

$$k\,\Omega\,\sigma$$

$$\boxed{E = \frac{\Omega\sigma}{4\pi\varepsilon_0}}$$



№4



1) Диод идеальный! (Напряж. открытия = 0 В).

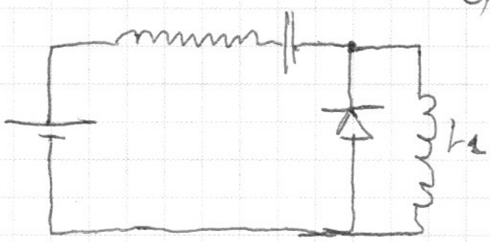
2) $E = 5L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}$

$E = 5L\ddot{q} + \frac{q}{C}$

$T_1 = 2\pi\sqrt{5LC}$

$t_1 = \pi\sqrt{5LC}$ — это сначала, потом через диод начнет течь ток.

3) Т.к. диод идеал., то когда через него течет ток, через L_1 — тока нет.



$U_0 = 3L\frac{dI}{dt}$

$E = 3L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}$

$T = \pi\left(\sqrt{5LC} + \sqrt{3LC}\right)$

4) $0 = \frac{dI}{dt}$ — max ток в L_1.

$E = \frac{q}{C} \Leftrightarrow q = CE$

$$CE^2 = \frac{C^2E^2}{2C} + \frac{5LI^2}{2}$$

$$\frac{CE^2}{2} = \frac{5LI^2}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{C}{5L}}\,E = I_{01\,max}$$

J — инт.

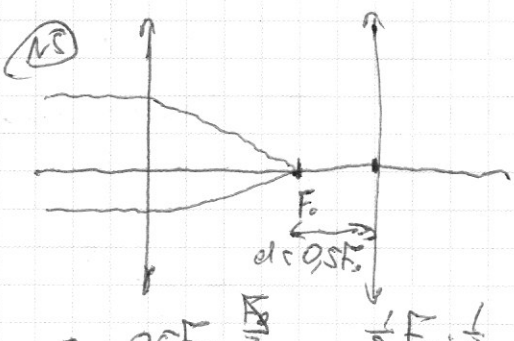
$I_0 = \alpha J$

$J = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} J_0$

5) $E = \frac{q}{C}$

$I_{02\,max} = \sqrt{\frac{C}{3L}}\,E$

№5



1) $$f = \frac{0{,}5F_0 \cdot \frac{F_0}{2}}{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)F_0} = \frac{\frac{1}{2}F_0 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{6}} = F_0$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)