Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

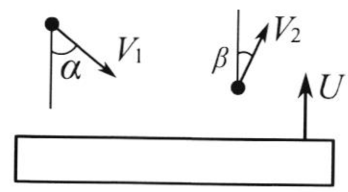
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 12 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

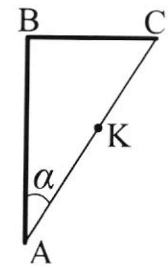
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода T_1 = 350 К, а азота T_2 = 550 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

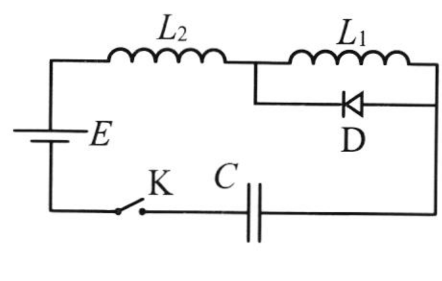
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром *B*. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

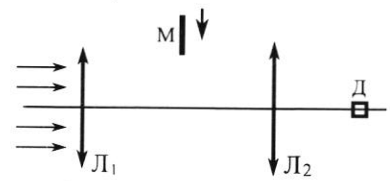


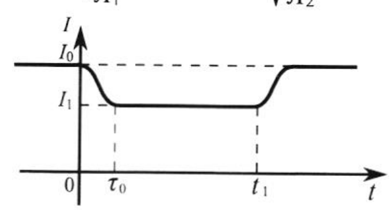
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



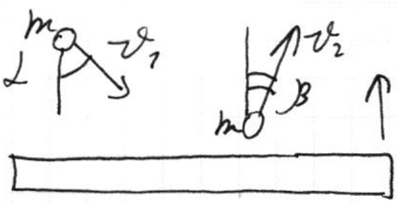


1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

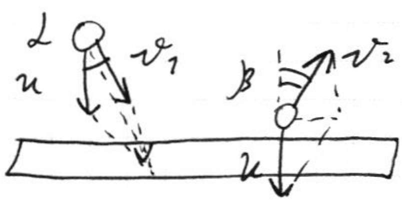
Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



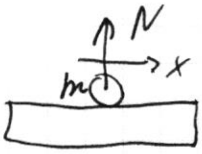
№1

Перейдём в ИСО плиты:



v_1 и v_2 – абсолютные скорости.

u – переносная скорость.



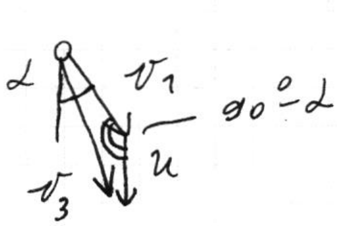
ЗСИ для шарика на OX:

$m v_1 \sin\alpha = m v_2 \sin\beta$

$v_2 = v_1 \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \cdot \dfrac{3}{2}$

$v_2 = \dfrac{3}{2} \cdot 12 = 18 \left(\dfrac{м}{с}\right)$

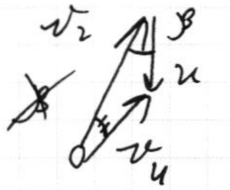
~~ЗСИ для системы шарик + плита на OY:~~



$v_3^2 = v_1^2 + u^2 - 2 v_1 u \cos(90° - \alpha)$

$v_3^2 = v_1^2 + u^2 - 2 v_1 u \sin\alpha$

$v_3^2 = v_1^2 + u^2 - v_1 u$



$v_4^2 = v_2^2 + u^2 - 2uv_2\cos\beta$

$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$v_4^2 = v_2^2 + u^2 - \frac{4\sqrt{2}}{3}uv_2$

ЗИМЭ для шарика в ИСО плиты:

$A_{неконс} = \frac{1}{2}mv_4^2 - \frac{1}{2}mv_3^2$

$A_{неконс} = -Q$

$Q = \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_4^2 \;\Big/ \cdot\left(\frac{2}{m}\right)$

$\frac{2Q}{m} = v_3^2 - v_4^2$

$Q > 0$ – неупругий удар.

$\frac{2Q}{m} > 0$

$v_3^2 - v_4^2 > 0$

$v_3^2 > v_4^2$ $\quad v_1^2 + u^2 - v_1u > v_2^2 + u^2 - \frac{4\sqrt{2}}{3}uv_2$

$v_1^2 - v_1u > \frac{9}{4}v_1^2 - \frac{4\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{3}{2}v_1u$

$v_1^2 - v_1u > \frac{9}{4}v_1^2 - 2\sqrt{2}v_1u$

$v_1u(2\sqrt{2}-1) > \frac{5}{4}v_1^2$

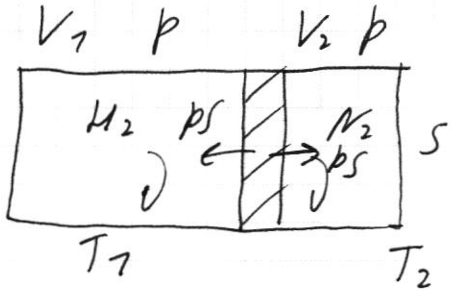
$u(2\sqrt{2}-1) > \frac{5}{4}v_1$

$u > \frac{5}{8\sqrt{2}-4}v_1$

Ответ: 1) $v_2 = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}v_1 = \frac{3}{2}v_1 = 18$ м/с

2) $u > \frac{5}{8\sqrt{2}-4}v_1$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



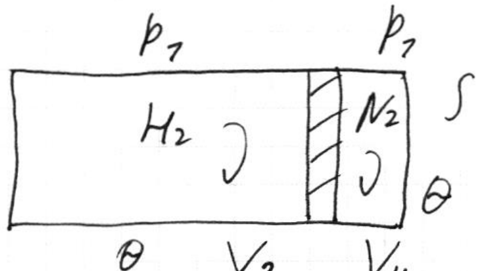
№2

Изначально давления газов равны т.к. поршень неподвижен, или по крайней мере его ускорение равно нулю.

$$pV_1 = \nu k T_1$$

$$pV_2 = \nu k T_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{550}{350} = \frac{11}{7}$$



$H_2: Q_1 = A_1 + \Delta U_1$

$N_2: Q_2 = A_2 + \Delta U_2$

$Q_1 + Q_2 = 0$ (цилиндр теплоизолирован)

$A_1 + A_2 = 0$ (суммарный объём двух газов не изменился)

$\Delta U_1 = C_V \nu (\Theta - T_1)$

$\Delta U_2 = C_V \nu (\Theta - T_2)$

$\Delta U_1 = -\Delta U_2$

$\Theta - T_1 = T_2 - \Theta$

$2\Theta = T_1 + T_2$ $\qquad \Theta = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$

$\Theta = \frac{1}{2}(550 + 350) = 450 (K)$

$$+\begin{cases} p_1 V_3 = \nu R \theta \\ p_1 V_4 = \nu R \theta \end{cases} \qquad +\begin{cases} p V_1 = \nu R T_1 \\ p V_2 = \nu R T_2 \end{cases}$$

$$p_1 (V_3 + V_4) = \nu R \cdot 2\theta \qquad p(V_1 + V_2) = \nu R (T_1 + T_2)$$

$$2\theta = T_1 + T_2$$

$$V_3 + V_4 = V_1 + V_2 \Rightarrow p = p_1 \text{ – процесс изобарный.}$$

$$Q_2 = c_p \nu (\theta - T_2)$$

$$Q_{отв} = -Q_2 = c_p \nu (T_2 - \theta)$$

$$c_p = c_v + R = \frac{5}{2} R + R = \frac{7}{2} R$$

$$Q_{отв} = \frac{7}{2} \nu R \left(T_2 - \frac{1}{2} T_1 - \frac{1}{2} T_2\right)$$

$$Q_{отв} = \frac{7}{2} \nu R \cdot \frac{1}{2} (T_2 - T_1)$$

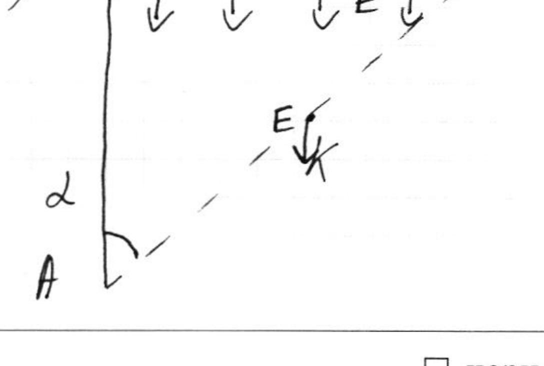
$$Q_{отв} = \frac{7}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8{,}31 \cdot \frac{1}{2} (550 - 350) =$$

$$= 3 \cdot 831 = 2400 + 93 = 2493 \text{ (Дж)}$$

Ответ: 1) $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_{азота}}{V_{водорода}} = \frac{11}{7}$; 2) $\theta = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = 450\ K$; 3) $Q_{отв} = \frac{7}{2} \nu R \cdot \frac{1}{2}(T_2 - T_1) = 2493$ Дж.

№3

1)

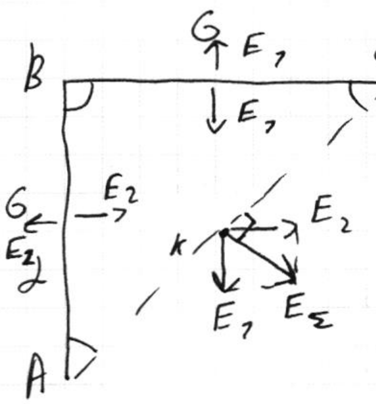


$\alpha = \frac{\pi}{4}$

~~Пуст~~ пусть $\sigma > 0$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№3 (продолжение)

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

По принципу суперпозиции:

$$\vec{E}_\Sigma = \vec{E}_2 + \vec{E}_1$$

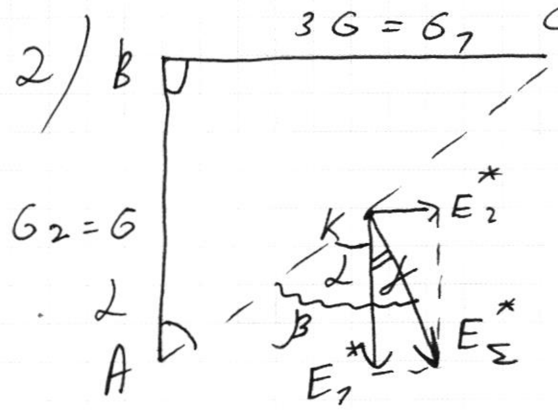
$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = E$$

$$E_\Sigma = \sqrt{2}\,E$$

$$k = \frac{E_\Sigma}{E} = \sqrt{2}$$

При $\sigma < 0$ ответ не изменится.

2)



$\alpha = \frac{\pi}{5}$ $\quad \sigma > 0$

$$\vec{E}_\Sigma^* = \vec{E}_1^* + \vec{E}_2^*$$

$$E_1^* = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_2^* = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_\Sigma^* = \sqrt{E_1^{*2} + E_2^{*2}}$$

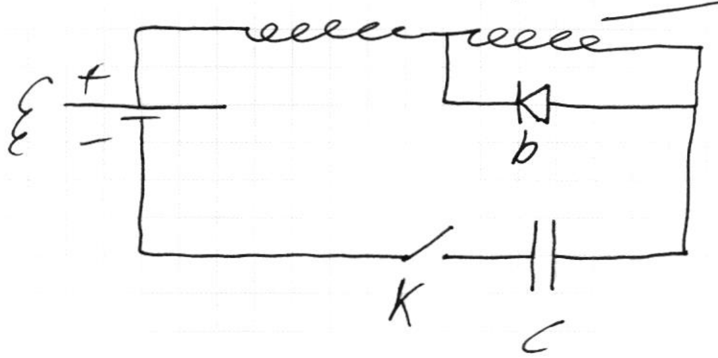
$$E_\Sigma^* = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\beta = \alpha + \gamma; \quad tg\gamma = \frac{E_2^*}{E_1^*} = \frac{1}{3}$$

$$\beta = \frac{\pi}{5} + arctg\left(\frac{1}{3}\right)$$

Ответ: 1) $k = \frac{E_\Sigma}{E} = \sqrt{2}$; 2) $E_\Sigma^* = \frac{\sqrt{10}}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, $\beta = \frac{\pi}{5} + arctg\frac{1}{3}$.

$L_2 = 3L \quad L_1 = 4L$ №4



1) $T = t_1 + t_2$ - сумма времён двух полуколебаний

При направлении тока по часовой (↻):
Диод закрыт, ток через катушку L_1 есть.

$t_1 = \pi \sqrt{L_{экв_1} \cdot C} \qquad L_{экв_1} = L_1 + L_2 = 7L$

$t_1 = \pi \sqrt{7LC}$

При направлении тока против часовой ~~(↻)~~: (↺): Диод открыт, тока через катушку L_1 нет.

$t_2 = \pi \sqrt{L_{экв_2} \cdot C} \qquad L_{экв_2} = L_2 = 3L$

$t_2 = \pi \sqrt{3LC}$

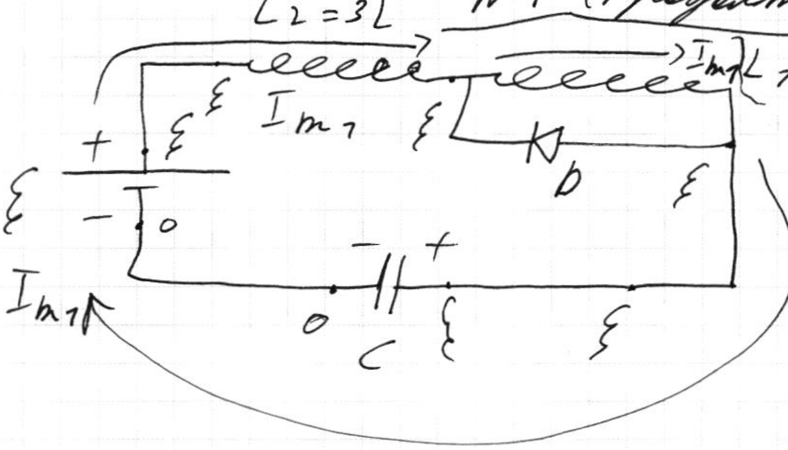
$T = \pi \sqrt{LC} \left(\sqrt{7} + \sqrt{3}\right)$

2) Рассмотрим цепь в момент, когда ток через катушку L_1 максимален, это возможно только, когда диод закрыт, т.е. ток течёт по часовой.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4 (продолжение)



$u_L = L I_L'$

I_{m1} max => $u_{L1} = u_{L2} = 0$

Используем метод узловых потенциалов.

$u_{C1} = \varepsilon$

ЗСЭ: $A_{б1} = W_1 - W_0$

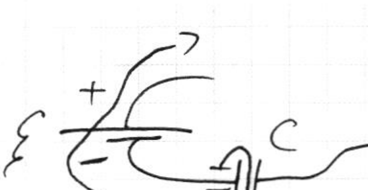
$W_0 = 0$ (сразу после замыкания ключа энергия ни на конденсаторе, ни на катушке скачком не изменится)

$W_1 = \frac{1}{2} C\varepsilon^2 + \frac{1}{2} \cdot 3L I_{m1}^2 + \frac{1}{2} \cdot 4L I_{m1}^2$

$W_1 = \frac{1}{2} C\varepsilon^2 + \frac{7}{2} L I_{m1}^2$

$A_б = +\varepsilon q_1$

$A_б = C\varepsilon^2$



был: 0
стал: $-C\varepsilon$

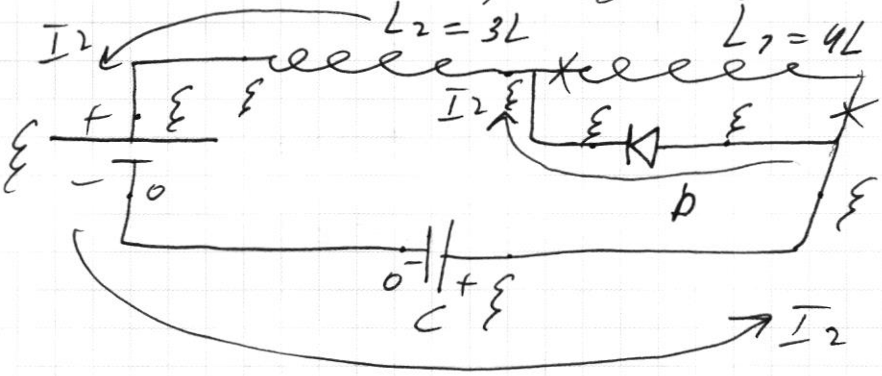
$C\varepsilon^2 = \frac{1}{2} C\varepsilon^2 + \frac{7}{2} L I_{m1}^2$

$\frac{1}{2} C\varepsilon^2 = \frac{7}{2} L I_{m1}^2$

$C\varepsilon^2 = 7 L I_{m1}^2$

$I_{m1} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{7L}}$

3) Рассмотрим цепь в момент, когда ток на катушке L_2 максимален: Уже была рассмотрена ситуация, когда ток тёк по часовой стрелке. Рассмотрим теперь ситуацию, когда ток течёт против часовой, диод будет открыт.



Тока через катушку L_1 нет.

$u_L = L I_L'$

$I_{2max} \Rightarrow u_{L_2} = 0$

Диод открыт $\Rightarrow u_D = 0$.

Используем метод узловых потенциалов.

$u_{C2} = \varepsilon$

$W_2 = \frac{1}{2} C \varepsilon^2 + \frac{1}{2} \cdot 3L I_2^2$

ЗСЭ: $A_{б2} = W_2 - W_0$ $\qquad W_0 = 0$

$A_{б2} = +\varepsilon \cdot q_2$

$q_2 = C\varepsilon$

C было 0

стало $-C\varepsilon$

$A_{б2} = C\varepsilon^2$

$C\varepsilon^2 = \frac{1}{2} C\varepsilon^2 + \frac{1}{2} \cdot 3L I_2^2$

$C\varepsilon^2 = 3L I_2^2$

$I_2 = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$ $\qquad I_2 > I_{m1}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 4 (продолжение)

$I_2 > I_{m1} \Rightarrow I_{m2} = I_2 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$

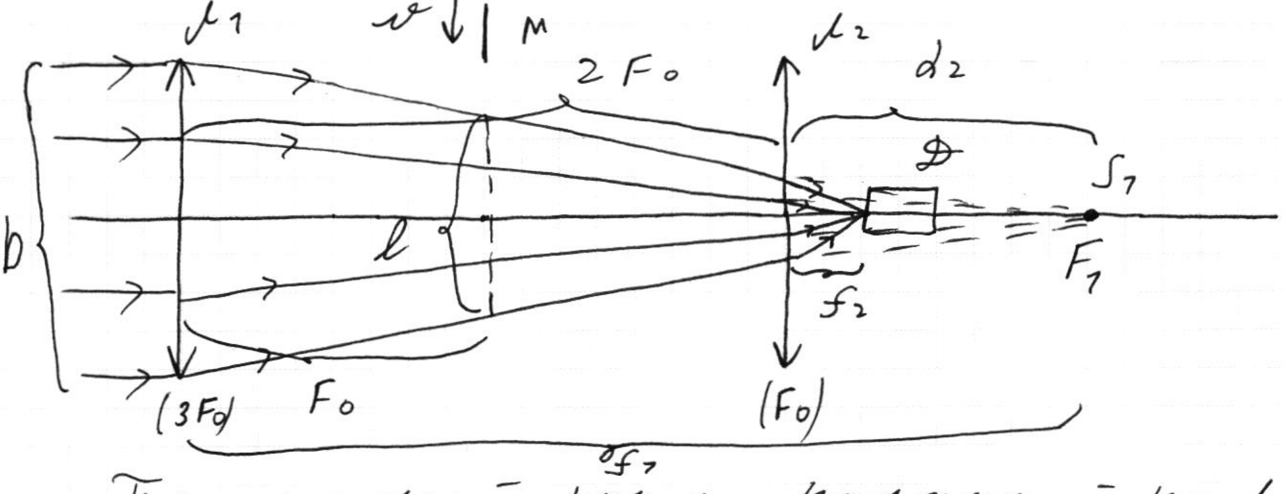
Ответ: 1) $T = \pi\sqrt{LC}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)$; 2) $I_{m1} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{\cancel{7L}\,7L}}$;

3) $I_{m2} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$

L_1, I_{m1}, $\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{7L}}$

L_2, I_{m2}

N5



Параллельный пучок, падающий на $Л_1$ соберётся в её заднем фокусе F_1

$f_1 = 3F_0 \qquad d_2 = 3F_0 - 2F_0 = F_0$

S_1 – мнимый предмет для $Л_2$

$\frac{1}{F_0} = -\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} \qquad f_2 = \frac{d_2 F_0}{d_2 + F_0} = \frac{F_0^2}{2F_0} = \frac{1}{2}F_0$

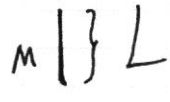
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Из подобия: $\frac{l}{D} = \frac{2F_0}{3F_0}$

$$l = \frac{2}{3}D$$

$I \sim D$



Уменьшение силы тока будет наблюдаться по мере перекрытия мешенью верхней части сечения пучка:

$I = I_0$

$t = 0$

...

$I = I_1 = \frac{5}{9} I_0$

$t = \tau_0$

$v = \frac{L}{\tau_0}$

$$\frac{l - L}{l} = \frac{I_1}{I_0} = \frac{5}{9}$$

$$9l - 9L = 5l$$

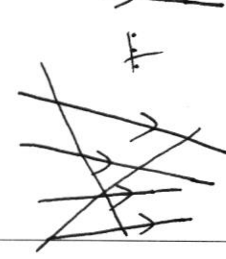
$9L = 4l$ $\qquad L = \frac{4}{9} l = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3} D$

$$L = \frac{8}{27} D$$

$$v = \frac{8D}{27\tau_0}$$

~~$t_1 = \tau_0 =$~~ Пролет за $t = t_1$:

$t = t_1$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

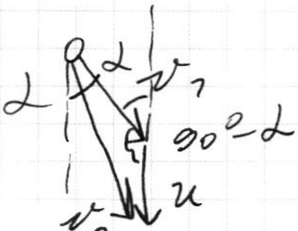
№5 (продолжение)

$$t_1 = \frac{l}{v} = \frac{2b \cdot 27\tau_0}{3 \cdot 8b} = \frac{9}{4}\tau_0$$

Ответ: 1) $F_2 = \frac{7}{2}F_0$; 2) $v = \frac{8b}{27\tau_0}$;

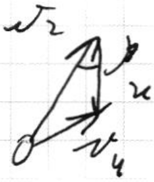
3) $t_1 = \frac{9}{4}\tau_0$

~~Узи $\alpha > \frac{\pi}{2}$~~



$$v_3^2 = v_1^2 + u^2 - 2v_1 u \cdot \underbrace{\cos(90^\circ - \alpha)}_{=\sin\alpha}$$

$$v_3^2 = v_1^2 + u^2 - v_1 u$$



$$v_4^2 = v_2^2 + u^2 - 2uv_2 \cos\beta$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$v_4^2 = v_2^2 + u^2 - \frac{4\sqrt{2}}{3} u v_2$$

$$v_4^2 = \frac{9}{4} v_1^2 + u^2 - 2\sqrt{2} u v_1$$

$$v_3^2 > v_4^2$$

$$v_1^2 - v_1 u > \frac{9}{4} v_1^2 - 2\sqrt{2} u v_1$$

$$u v_1 (2\sqrt{2} - 1) > \frac{5}{4} v_1^2$$

$$u > \frac{5}{8\sqrt{2} - 4} v_1$$