

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

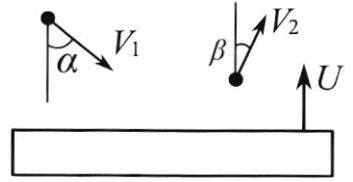
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.

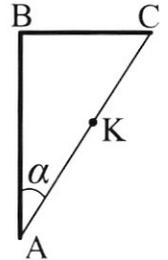
$R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

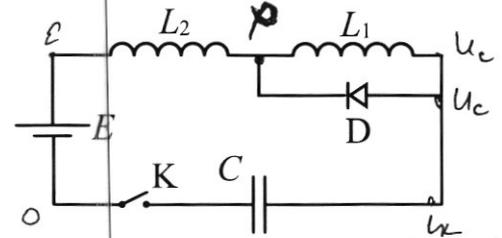
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L, L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

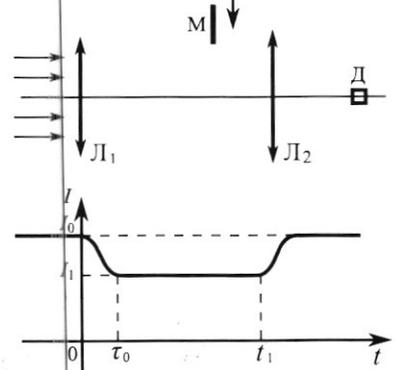


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

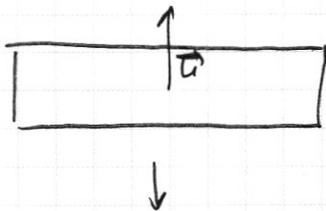
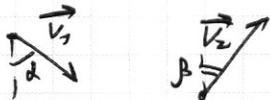
Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

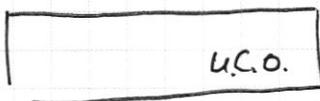
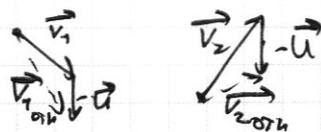
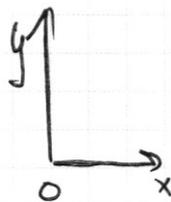
1) Перейдем в И.С.О. массивной плиты (пусть m - масса шарика):

По 3-му сложению скоростей: $\vec{V}_{1\text{отн}} = \vec{V}_1 - \vec{U}$

$$\vec{V}_{2\text{отн}} = \vec{V}_2 - \vec{U}$$

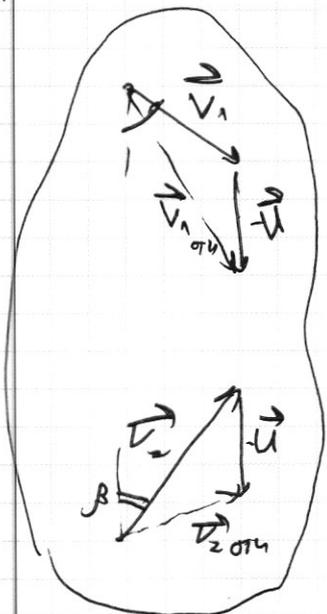


Введем оси O_x и O_y :



ИЗ 3-го слож. скоростей:

$$\begin{cases} V_{1\text{отн}x} = V_1 \sin(\alpha) + V_2 \sin(\beta) \\ V_{2\text{отн}x} = 2V_2 \sin(\beta) \end{cases}$$



1) ЗСЦ : (силы по оси O_x на шарик отсутствуют)

$$Ox: mV_{1\text{отн}x} = mV_{2\text{отн}x} \Rightarrow V_{1\text{отн}x} = V_{2\text{отн}x} \Rightarrow V_1 \sin(\alpha) = V_2 \sin(\beta)$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} V_1 = \frac{3/4}{1/2} \cdot 8 \text{ м/с} = \boxed{12 \text{ м/с}} \quad \text{ответ на } \textcircled{1} \text{ вопрос}$$

2) Т.к. после отскока $\vec{V}_{2\text{отн}}$ обязательно имеет положительную проекцию на ось OY :

$$V_{2\text{отн}y} \geq 0; \quad V_{2\text{отн}y} = V_2 \cos(\beta) - U \geq 0 \Rightarrow U \leq V_2 \cos(\beta) =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} V_2 \Rightarrow U \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 12 \text{ м/с} = 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

$$\Rightarrow \boxed{0 \leq U \leq 6\sqrt{3} \text{ м/с}} \quad \text{— ответ на } \textcircled{2} \text{ вопрос}$$

ответ: $V_2 = 12 \text{ м/с}$
 $0 \leq U \leq 6\sqrt{3} \text{ м/с}$

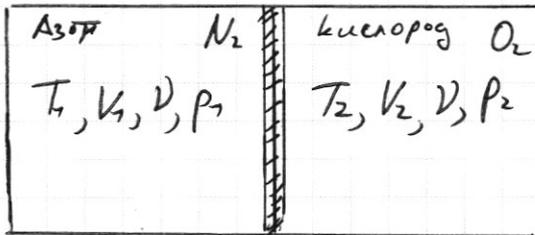


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 Ист. ситуация:



V_1, V_2 - соотв. объемы газов

p_1, p_2 - соотв. давления газов

3-и Менделеева - Клапейрона:

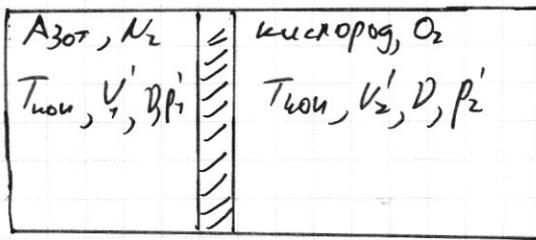
$$\textcircled{1} \begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases}$$

1) 2 3-и Ньютона на поршень: т.к. по усл. он начал "медленно двигаться" $\Rightarrow Q \approx 0 \Rightarrow p_1 n' = p_2 n'$ (n' - сечение цилиндра)

$\Rightarrow p_1 = p_2 \rightarrow$ перепишем систему $\textcircled{1}$:
$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_1 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{300 \text{ K}}{500 \text{ K}} = \boxed{\frac{3}{5}}$ - Ответ на $\textcircled{1}$ вопрос

2) Уст. положение:



$T'_{кон} = T$ - конечн. температура в сосуде

V'_1, V'_2 - соотв. объемы газов

p'_1, p'_2 - соотв. давления газов

2 3-и Ньютона: $p'_1 = p'_2 = p$

1 3-и Термодинамики для газов: $Q_1 = A_1 + \Delta U_1$

$Q_2 = A_2 + \Delta U_2$

где Q_1, Q_2 - теплоты, которые получили азот и кислород соот-но.

A_1, A_2 - работы газов соот-но

$\Delta U_1, \Delta U_2$ - изменения их внутр. энергий соот-но.

Заметим, что, А по ЗСЭ: (на поршни)

$E_{\text{кин}} - E_{\text{кин(нач)}} = \sum A = A_1 + A_2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{A_1 = -A_2}$

см. сл. стр. \rightarrow

12) ^{проболх.} ~~Тогда~~ Тогда, т.е. стенки сосуда не проводят тепло \Rightarrow

$$\Rightarrow Q_1 + Q_2 = 0 = \underbrace{(\dot{A}_1 + \dot{A}_2)}_{=0} + \Delta U_1 + \Delta U_2 = \Delta U_1 + \Delta U_2$$

где $\Delta U_1 = \frac{5}{2} \nu R \Delta T_1 = \frac{5}{2} \nu R (T - T_1)$

$$\Delta U_2 = \frac{5}{2} \nu R \Delta T_2 = \frac{5}{2} \nu R (T - T_2)$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} \nu R (T - T_1 + T - T_2) = 0 \Rightarrow 2T = T_1 + T_2 \Rightarrow T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) =$$

= 400 K - Ответ на 2) Вопрос

3) Тепло, которую получил азот от кислорода:

$$Q_1 = A_1 + \Delta U_1 \quad (**)$$

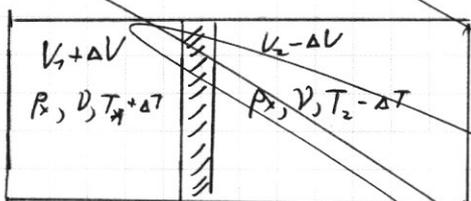
(по 1-3-му термодинамичеки)

~~Рассмотрим произвольный момент~~

см. сл. стр. \rightarrow

~~3-й Менделеев - Клапейрон~~
 $\begin{cases} p_1 V_1' = \nu R T \\ p_2 V_2' = \nu R T \end{cases} \Rightarrow V_1' = V_2'$
 Конечн. объемы одинаковы

~~Рассмотрим произвольный момент:~~



$$\begin{cases} p_2 (V_2 - \Delta V) = \nu R (T_2 - \Delta T) \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 (V_2 - \Delta V) = \nu R (T_2 - \Delta T) \\ p_1 V_2 = \nu R T_2 \end{cases}$$

где $V_1 = \frac{3}{5} V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{\nu R (T_1 + \Delta T)}{\frac{3}{5} V_2 + \Delta V} = \frac{\nu R (T_2 - \Delta T)}{V_2 - \Delta V} \quad | \quad (V_2 - \Delta V) (\frac{3}{5} V_2 + \Delta V)$

$$\frac{3}{5} V_2 T_1 + \frac{3}{5} V_2 \Delta T + T_1 \Delta V = \Delta T \Delta V = \frac{3}{5} V_2 T_2 - \frac{3}{5} V_2 \Delta T + T_2 \Delta V - \Delta T \Delta V$$

$$\frac{3}{5} V_2 \Delta T = (T_1 + T_2) \Delta V \Rightarrow \Delta V = \frac{3 V_2}{5(T_1 + T_2)} \Delta T$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{\nu R (T_1 + \Delta T)}{\frac{3}{5} V_2 + \frac{3 V_2}{5(T_1 + T_2)} \Delta T} = \frac{5 \nu R (T_1 + \Delta T) (T_1 + T_2)}{3 V_2 (T_1 + T_2) + 3 V_2 \Delta T} = \frac{5 \nu R (T_1 + \Delta T) (T_1 + T_2)}{3 V_2 T_1 + 3 V_2 \Delta T} = \frac{5 \nu R (T_1 + T_2)}{3 V_2}$$

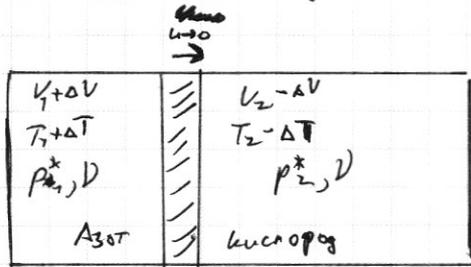
$$= \frac{5 \nu R (\frac{3}{5} T_2 + T_2)}{3 V_2} = \frac{8 \nu R T_2}{3 V_2} = \frac{\nu R T_2}{V_2} = p_1 = p_2 \Rightarrow p = \text{const, процесс}$$

изобарный $\Rightarrow A_1 = p (V_1' - V_1) = p (\frac{4}{5} V_2 - \frac{3}{5} V_2) = \frac{1}{5} p V_2 = \frac{1}{5} \nu R T_2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

12) продолж.

Рассмотрим случайный момент этого переходного процесса:



Пусть $V_2 = 5V$; тогда $V_1 = 3V$
($T_1 = 3T$; тогда $T_2 = 5T$)

2 3-и моль на поршень:

$$p_1^* = p_2^* = p^*$$

или

3-и Менделеева-Клапейрона:

$$\begin{cases} p^*(V_1 + \Delta V) = p^*(3V + \Delta V) = \nu R(T_1 + \Delta T) = \nu R(3T + \Delta T) \Rightarrow p^* = \frac{\nu R(3T + \Delta T)}{3V + \Delta V} \\ p^*(V_2 - \Delta V) = p^*(5V - \Delta V) = \nu R(T_2 - \Delta T) = \nu R(5T - \Delta T) \Rightarrow p^* = \frac{\nu R(5T - \Delta T)}{5V - \Delta V} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{3T + \Delta T}{3V + \Delta V} = \frac{5T - \Delta T}{5V - \Delta V} \Rightarrow 15V + 15V\Delta T - 3T\Delta V - \Delta T\Delta V = 15V - 15V\Delta V + 5T\Delta V - 5T\Delta T + \Delta T\Delta V$$

$$\Rightarrow 8V\Delta T = 8T\Delta V \Rightarrow \boxed{\Delta V = \frac{V}{T} \Delta T}$$

$$\Rightarrow p^* = \frac{\nu R(3T + \Delta T)}{(3V + \frac{V}{T} \Delta T)} = \frac{T \nu R(3T + \Delta T)}{V(3T + \Delta T)} = \frac{\nu R T}{V} = \frac{1}{3} \nu R T_1 = \frac{\nu R T_2}{5} = p_1 = p_2$$

Менделеева-
Клапейрона

$$\Rightarrow \boxed{p = \text{const}; \text{ процесс изобарный}}$$

Менг-Кл.

$$\Rightarrow A_1 = p_1(V_1' - V_1) = p_1 \cdot (4V - 3V) = V \cdot p_1 = V \cdot \frac{\nu R T_2}{5} = V \cdot \frac{3\nu R T_1}{5V} = \frac{3}{5} \nu R T_1$$

(работа Азота)

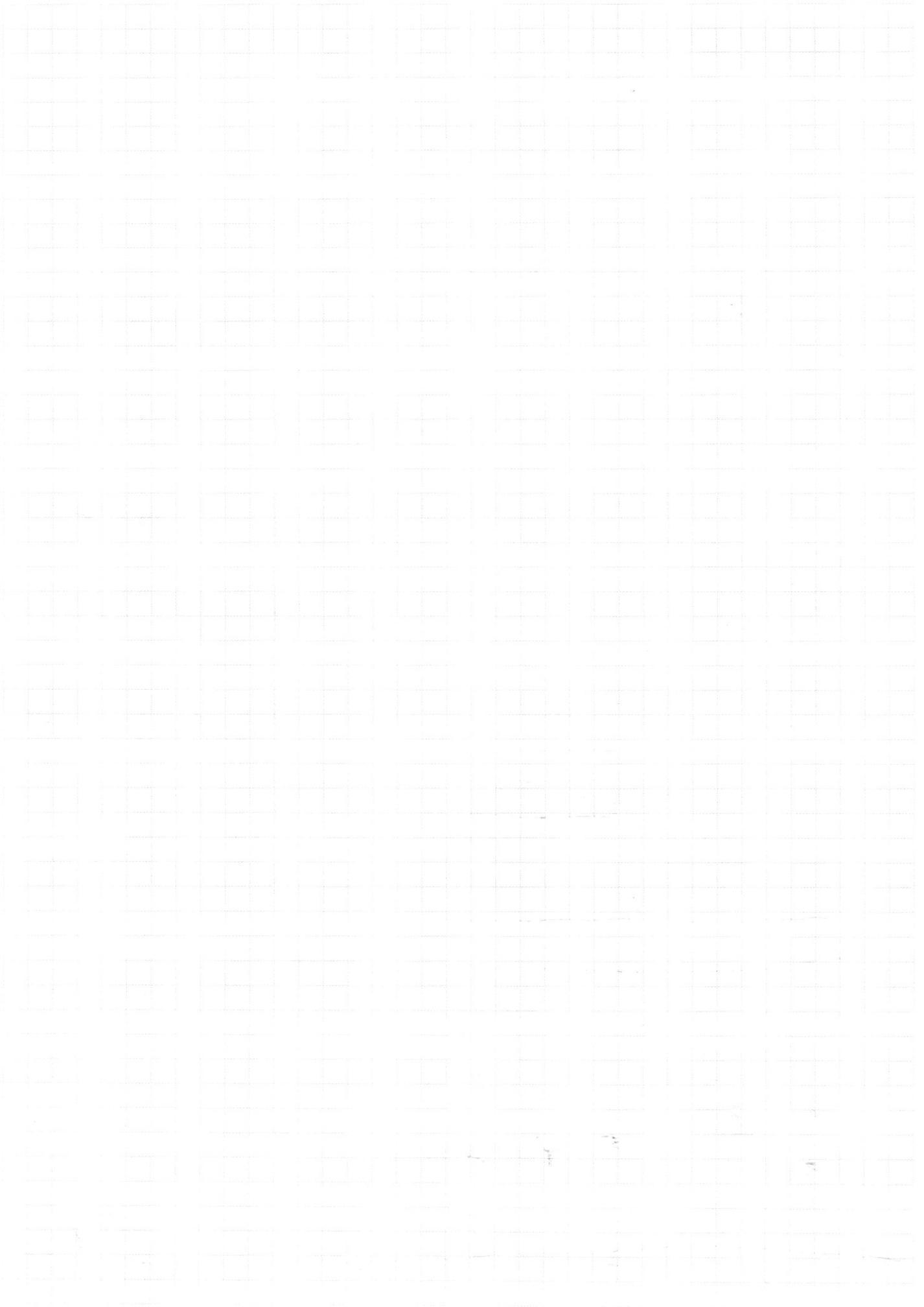
$$= \nu R T = \frac{1}{3} \nu R T_1$$

$$\Delta U_1 = \frac{5}{2} \nu R (T_{\text{кон}} - T_1) = \frac{5}{2} \nu R T = \frac{5}{6} \nu R T_1 \quad \Rightarrow Q_1 = \frac{1}{3} \nu R T_1 + \frac{5}{6} \nu R T_1 = \frac{3}{6} \nu R T_1 + \frac{5}{6} \nu R T_1 = \frac{8}{6} \nu R T_1 = \frac{4}{3} \nu R T_1$$

$$= \frac{4}{3} \nu R T_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 300 \text{ К} = \frac{4}{3} \cdot 8,31 \cdot 300 \text{ К} = 8,31 \cdot 400 \text{ К} = 8,31 \cdot 400 \text{ Дж} = 3324 \text{ Дж} = \boxed{1246,5 \text{ Дж}}$$

$$\text{Итого: Ответ: } \frac{V_2}{V_1} = \frac{4}{3}; T_{\text{га}} = 400 \text{ К}; Q = 1246,5 \text{ Дж}$$

Ответ на вопрос



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

13)

1) Заряжена только пл-ка BC:

Полу создаваемое беск. пластикой с
плотностью заряда σ : $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$$\Rightarrow E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Заряжены обе пл-ки:

Аналогично $E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
 $E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ } $\Rightarrow E_{общ} = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}$
(по т. Пифагора)

$$E_{общ} = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \frac{E_{общ}}{E_{BC}} = \sqrt{2} \text{ - ответ на 1) вопрос}$$

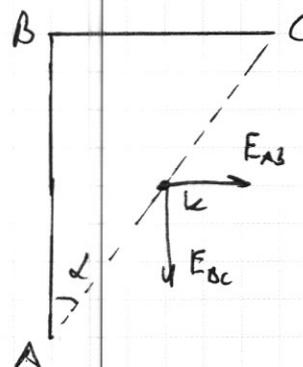
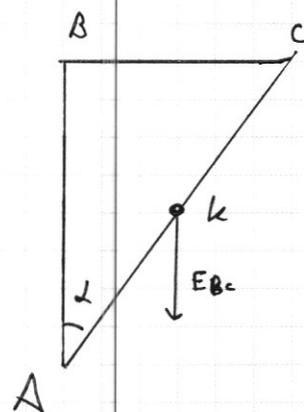
2) ~~при~~ при $\sigma_{BC} = 2\sigma$; $\sigma_{AB} = \sigma$:

$$E_{BC} = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E_{общ} = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\epsilon_0}\right)^2 (2\sigma)^2 + \left(\frac{1}{2\epsilon_0}\right)^2 \sigma^2}$$

$$= \frac{1}{2\epsilon_0} \sqrt{4\sigma^2 + \sigma^2} = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\epsilon_0} \text{ - ответ на 2) вопрос}$$



Ответ: в $\sqrt{2}$ раза
 $E_K = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\epsilon_0}$

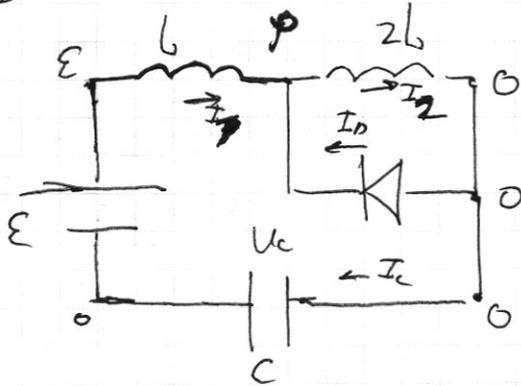


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

14) Кач. момент:



Ток через катушку скачком
не меняется $\Rightarrow I_1 = I_2 = 0$ А

Напряж. на конденсаторе скачком
не меняется $\Rightarrow U_c = 0$

из ЗСЗ: $I_1 + I_0 = I_2 \Rightarrow I_0 = 0$

$\varphi = 0$ (т.к. скачок)

по 3-му Фарадея:

$$\begin{cases} \mathcal{E} - \varphi = l I_1' \\ \varphi - 0 = 2l I_2' \end{cases}; \text{ ищем по ЗСЗ: } I_1' = I_2'$$

$$\Rightarrow 2\mathcal{E} - 2\varphi = \varphi \Rightarrow \varphi = \frac{2}{3}\mathcal{E} \Rightarrow I_2' = \frac{\mathcal{E}}{3l}$$

ЗСЗ:

$$I_{c(0)} = I_{2(0)} - I_{1(0)} = 0$$

1) Рассмотрим произвольный момент до ~~открытия~~ открытия

ключа:

$$\text{ЗСЗ: } I_1 = I_2 = I_c = I_0$$

$$\text{3-и Фарадея: } \begin{cases} \mathcal{E} - \varphi = l I_1' = l I_0' \\ \varphi - U_c = 2l I_2' = 2l I_0' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} - U_c = 3l I_0'$$

$$\text{где } U_c = \frac{q_c}{C}; \text{ но } I_c' = I_0' = \dot{q}_c \quad (*)$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} - \frac{q_c}{C} = 3l \cdot \dot{q}_c \Rightarrow \dot{q}_c = -\frac{1}{3lC} q_c + \frac{\mathcal{E}}{3l} \quad \text{— ур-ние колебаний (гармония)}$$

$$q_c = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) + C$$

$$q_{c(0)} = B + C = 0; \quad \dot{q}_{c(0)} = I_{c(0)} = 0 = \omega A \Rightarrow A = 0; \quad \ddot{q}_{c(0)} = \dot{I}_{c(0)} = \frac{\mathcal{E}}{3l} = -\omega^2 B$$

1) прогнозирование:

$$\beta = -\frac{\varepsilon}{36\omega^2} \Rightarrow \text{где } \boxed{\omega^2 = \frac{1}{36C}} \quad (\text{из } *)$$

$$\beta = -\frac{\varepsilon}{36 \cdot \frac{1}{36C}} = -\varepsilon C \Rightarrow C = \varepsilon C$$

$$\Rightarrow \boxed{q_C(t) = \varepsilon C - \varepsilon C \cos(\omega t)} \Rightarrow I_{0(t)} = \dot{q}_{C(t)} = \boxed{\omega \varepsilon C \sin(\omega t)}$$

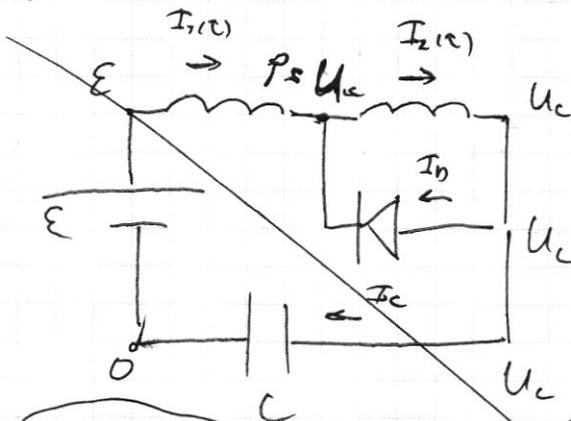
$$\Rightarrow I_{0(t)} = \frac{\varepsilon C}{\sqrt{36C}} \sin(\omega t) \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{36C} = \boxed{2\sqrt{3} \cdot \pi \cdot \sqrt{6C}}$$

(период колебаний)

Ответ на 1) вопрос

2) ~~В какой-то момент ε снова определяется~~

см. с. стр. →



в этот момент $I_1(t) = I_2(t)$
 ЗСЗ:
 $\Rightarrow I_0 < 0 \Rightarrow I_{C(t)} = I_{1(t)} = I_2(t) = I_{0(t)}$

ЗСЗ:

$$\Delta W_{C(t)} + W_{L(t)} + W_{L(t)} + A_{\varepsilon} = W_{C(t)} + W_{L(t)} + W_{L(t)}$$

$$A_{\varepsilon} = \varepsilon \Delta q \quad ; \quad W_{C(t)} = \frac{1}{2C} q^2 \quad \text{где } \varepsilon = \Delta q \quad \text{из ЗСЗ.}$$

$$W_{L(t)} = \frac{L I_{0(t)}^2}{2} \quad ; \quad W_{L(t)} = \frac{26 I_{0(t)}^2}{2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon q_{C(t)} = \frac{3}{2} L I_{0(t)}^2 + \frac{1}{2C} q_{C(t)}^2$$

$$\varepsilon^2 C - \varepsilon^2 C \cos(\omega t) = \frac{3}{2} L (\omega^2 \varepsilon^2 C^2)$$

$$y = U_C = \frac{2}{3}(\varepsilon - U_C) = \frac{q_C}{C} \Rightarrow \cancel{2\varepsilon C} = \cancel{3\varepsilon C} - \varepsilon C - \varepsilon C \cos(\omega t)$$

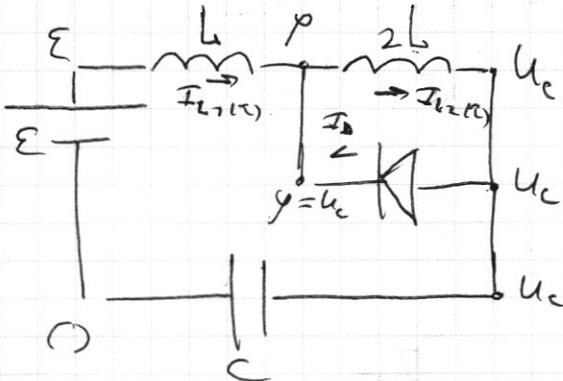
$$\Rightarrow \cancel{\cos(\omega t) = \frac{1}{3}} \Rightarrow \cancel{\omega^2 \varepsilon C^2 \cos(\omega t) = \frac{1}{3} \varepsilon C}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \varepsilon - \frac{2}{3} \cdot \frac{q_C}{C} = \frac{q_C}{C} \Rightarrow \frac{5}{3} \frac{q_C}{C} = \frac{2}{3} \varepsilon \Rightarrow \boxed{q_{C(t)} = \frac{2}{5} \varepsilon C}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) продолжите:

В некоторый момент t диод открывается:



из 3-й Параллели:

~~$$\frac{2}{3}(\epsilon - U_C) = U_C \Rightarrow \frac{2}{3}\epsilon - \frac{2}{3}U_C = U_C$$~~

$$U_C = 2LI_{L2}' = LI_{L1}'$$

$$\epsilon - \rho = LI_{L1}' = LI_{L2}' \Rightarrow 2\epsilon - 2\rho = \rho U_C$$

$$\rho = \frac{1}{3}(2\epsilon + U_C) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{2}{3}\epsilon + \frac{1}{3}U_C = U_C \Rightarrow U_C = \epsilon = \frac{q_C}{C}$$

(т.е. диод открыт)

$$\Rightarrow q_C(t) = \epsilon C = \epsilon C - \epsilon C \cos(\omega t) \Rightarrow \cos(\omega t) = 0 \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{4}T = \frac{1}{2}\sqrt{L} \times \sqrt{LC}$$

$$\sin(\omega t) = 1$$

$$\Rightarrow I_{L2}(t) = \omega \epsilon C \sin(\omega t) = \omega \epsilon C = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \epsilon C = \epsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

далее $I_{L2} = \text{const} = \sqrt{\frac{C}{3L}} \epsilon = I_{L2}$

Ответ на 2) вопрос

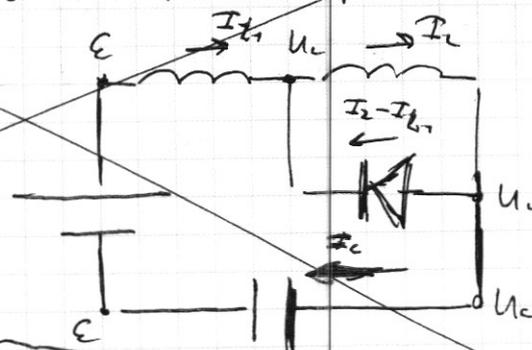
3) Рассмотрим цепь в произвольный момент времени после открытия диода:

из 3-й Параллели: $\epsilon - U_C = I_{L1}' L$

т.к. $U_C = \frac{q_C}{C}$; $I_C = \dot{q}_C = -I_{L1}$

$I_{L1} = \dot{q}_C$

$$\Rightarrow \epsilon - \frac{q_C}{C} = L \cdot \dot{q}_C \Rightarrow \dot{q}_C = -\frac{1}{LC} q_C + \frac{\epsilon}{L} - \text{уравн. гарм. колеб. см. сл. стр.}$$



14) продолжение:

$$q_{c(t)} = A^* \sin(\omega^* t) + B^* \cos(\omega^* t) + C^*$$

$$q_c(\tau) = \varepsilon C - \varepsilon C \cos(\omega \tau) = \boxed{\varepsilon C = A^* \sin(\omega^* \tau) - B^* \cos(\omega^* \tau) + C^*}$$

$$\dot{q}_c(\tau) = I_{0c}(\tau) = \omega \varepsilon C \sin(\omega \tau) = \boxed{\omega \varepsilon C = -\omega^* A^* \cos(\omega^* \tau) - \omega^* B^* \sin(\omega^* \tau)}$$

$$\ddot{q}_c(\tau) = -\frac{1}{36C} q_c(\tau) + \frac{\varepsilon}{36} = -\frac{1}{36C} \cdot \varepsilon C + \frac{\varepsilon}{36} = 0 =$$

$$= \omega^*{}^2 A^* \sin(\omega^* \tau) - \omega^*{}^2 B^* \cos(\omega^* \tau) = 0$$

$$\Rightarrow A^* \sin(\omega^* \tau) = B^* \cos(\omega^* \tau)$$

$$\Rightarrow \text{где } \omega^* = \frac{1}{\sqrt{36C}}; \tau = \frac{1}{2} \sqrt{36C} \cdot \sqrt{3} \cdot \pi \Rightarrow \omega^* \tau = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi$$

$$\boxed{A^* \operatorname{tg}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \pi\right) = B^*}$$

14) продолжение:

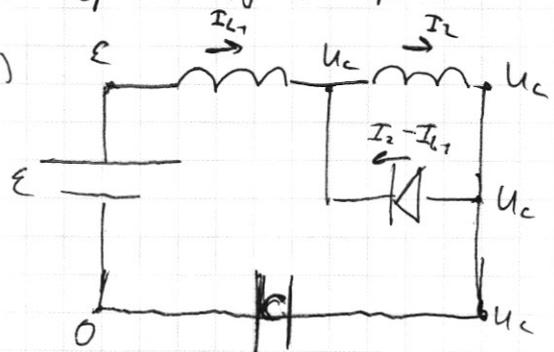
3) Рассмотрим цепь в произв. момент времени (диод открыт):

$$\text{т.к. } I_D = I_{M2} - I_{L1} \geq 0 \quad (\text{из опр. диода})$$

$$\Rightarrow I_{L1} \leq I_{M2} = \text{const} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{36}}$$

достигается в момент времени τ

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon \sqrt{\frac{C}{36}}} = I_{M2} - \text{ответ на 3) вопрос}$$

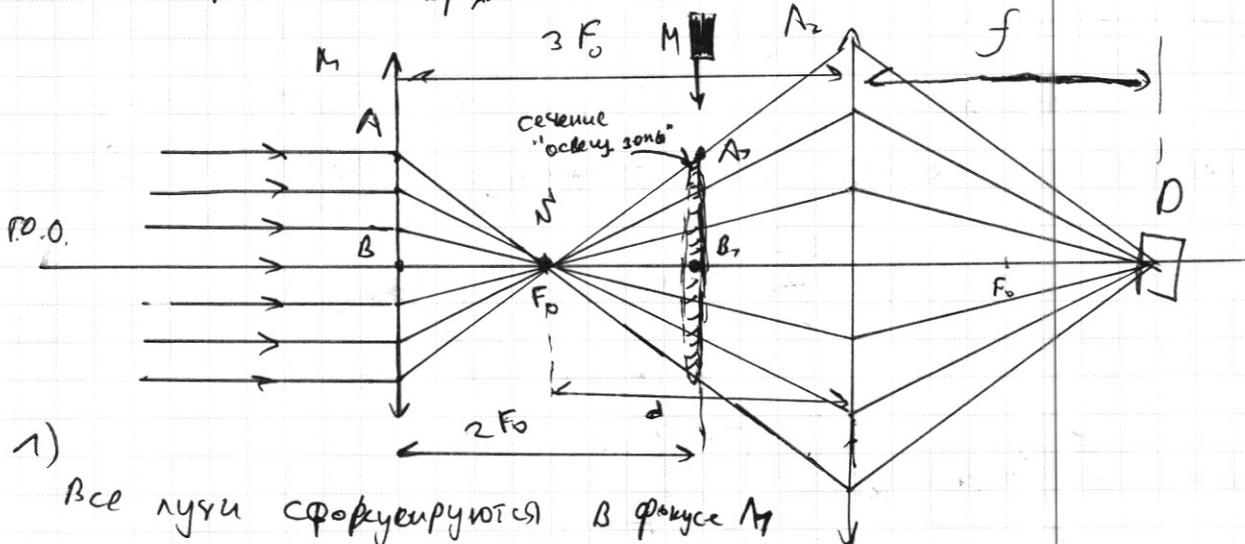


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

15

Лучи фокусируются на детекторе D.

Построим изображение лучей:



1)

Все лучи сфокусируются в фокусе M

и пройдут дальше \Rightarrow центр света \neq расположён от L_2 на расст. d

$$= 3F_0 - F_0 = \boxed{2F_0}$$

Φ -ла тонкой линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{dF_0}{d-F_0} = \frac{2F_0^2}{F_0} = 2F_0$

$\Rightarrow f$ -расст. от Детектора до L_2 равно $\boxed{2F_0}$ - Ответ на \textcircled{a} Вопрос

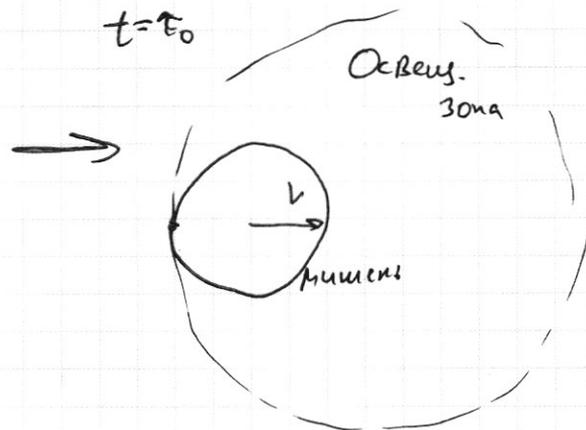
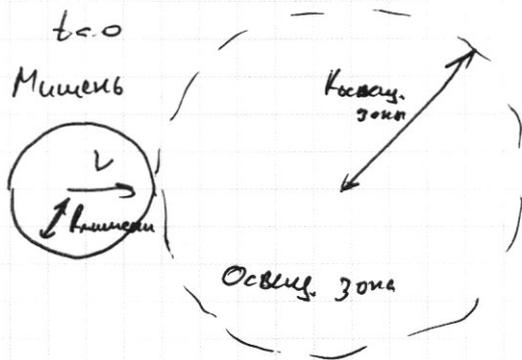
2)

Заметим, что, судя по графику в условии ГР-ку, с момента, когда мишень полностью оказалась освещена, до момента, когда она начала выходить из освещ. зоны, прошло время

$$\Delta t = t_1 - t_0$$

(t_0 - время, необходимое мишени, чтобы полностью "заехать" в зону освещения)

см. сл. стр. \rightarrow



$$\Rightarrow V \cdot \tau_0 = 2R_{\text{мишени}} \quad (*)$$

Примем $R_{\text{освещ. зона}} = \frac{1}{2}D$ (см рисунок на пред. странице)
 что выходит из равенства соотв. треугольников $\triangle A_1 B_1 N'$ и $\triangle A_2 B_2 N'$
 (то есть мишень забирает 25% света)

$$\text{Нам известно, что } I_1 = \frac{3}{4}I_0 \Rightarrow N_{\text{мишени}} = \frac{1}{4}N_{\text{освещ. зона}}$$

$$\stackrel{**}{\Rightarrow} R_{\text{мишени}}^2 = \frac{1}{4} \cdot R_{\text{освещ. зона}}^2$$

$$\Rightarrow R_{\text{мишени}} = \frac{1}{2} R_{\text{освещ. зона}} = \boxed{\frac{1}{4}D}$$

$$(*) \Rightarrow V = \frac{2R_{\text{мишени}}}{\tau_0} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4}D}{\tau_0} = \boxed{\frac{D}{2\tau_0}} \quad \text{— Ответ на } \textcircled{2} \text{ вопрос}$$

3) как уже было сказано выше: $V(t_1 - \tau_0) = 2(R_{\text{освещ. зона}} - R_{\text{мишени}})$

$$\Rightarrow V(t_1 - \tau_0) = 2 \cdot \frac{1}{2} R_{\text{освещ. зона}} = R_{\text{освещ. зона}} = \frac{1}{2}D$$

$$\Rightarrow t_1 - \tau_0 = \frac{1}{2}D / V = \frac{1}{2}D / \frac{D}{2\tau_0} = \tau_0 \Rightarrow \boxed{t_1 = 2\tau_0} \quad \text{— Ответ на } \textcircled{3} \text{ -й вопрос}$$

Ответ: $f = 2F_0$ — расст. от Детектора до Λ_2
 $V = \frac{D}{2\tau_0}$ — скорость мишени
 $t_1 = 2\tau_0$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Large grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

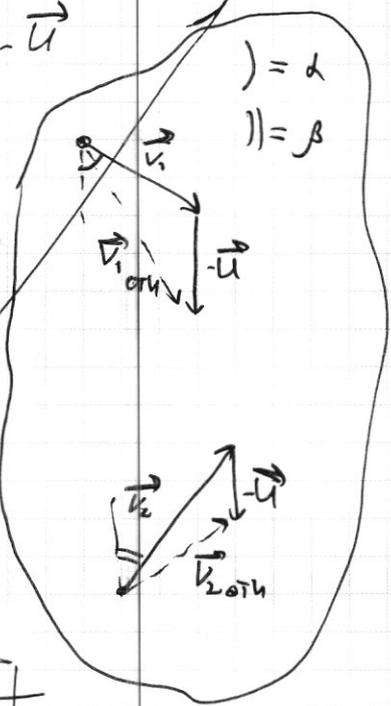
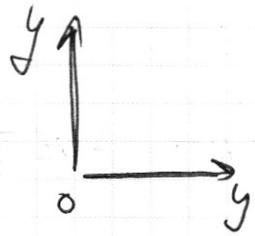
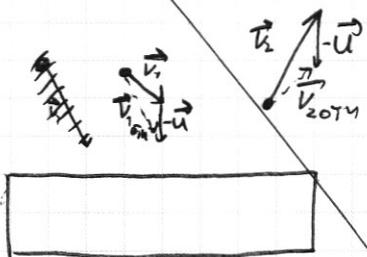


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Перейдем в И.С.О. массивной плиты: m - масса шарика
по 3-му слож. скоростей: $\vec{V}_{1\text{отн}} = \vec{V}_1 - \vec{U}$
 $\vec{V}_{2\text{отн}} = \vec{V}_2 - \vec{U}$



Введем оси Ox и Oy :
т.к. по оси Ox на шарик не действуют никакие силы:

Ox : $V_{1x} = V_{\text{отн}x} \Rightarrow V_1 \sin(\alpha) = V_{\text{отн}x}$

~~Oy : $V_{1y} = U + V_{\text{отн}y} \Rightarrow V_1 \cos(\alpha) - U = V_{\text{отн}y}$~~

Ox : $V_{2ox} = V_{\text{отн}ox} \Rightarrow V_2 \sin(\beta) = V_{\text{отн}ox}$

~~Oy : $V_{2oy} = U + V_{\text{отн}oy} \Rightarrow V_2 \cos(\beta) - U = V_{\text{отн}oy}$~~

1) ЗСУ: Ox : $m V_{1\text{отн}ox} = m V_{2\text{отн}ox} \Rightarrow V_1 \sin(\alpha) = V_2 \sin(\beta)$

$\Rightarrow V_2 = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} V_1 = \frac{(\frac{3}{4})}{(\frac{1}{2})} \cdot 8 \text{ мкс} = \frac{3}{2} \cdot 8 \text{ мкс} = 12 \text{ мкс}$

ответ на 1) вопрос

2) Oy : ~~$m V_{1\text{отн}oy} = m V_{\text{отн}oy}$~~

Таким образом

Энер

Е

$$P_1' = \frac{VRT}{V_1'} = \frac{VR \cdot \frac{4}{3} T}{4V} = \frac{VRT}{3V}$$

$$P_1' = \frac{VRT}{V_1'} = VR$$

$$\begin{array}{r} 837 \\ \times 150 \\ \hline 41550 \\ + 837 \\ \hline 124650 \end{array}$$

$$p \cdot V = \frac{7}{3} VRT = \frac{7}{5} VRT_2$$

$$\Delta U_2 = \frac{5}{2} VRT = \frac{5}{10} VRT_2$$

$$\frac{4}{10} VRT_2$$

$$\frac{7}{20} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8,31 \cdot 500$$

$$3 \cdot 50 \cdot 8,31 = 150 \cdot 8,31$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2} \varepsilon^2 C = \frac{3}{2} L \varepsilon^2 C^2 \sin^2(\omega t) + \frac{1}{2} \varepsilon^2 C \cos^2(\omega t) \quad | \cdot \frac{2}{\varepsilon^2 C}$$

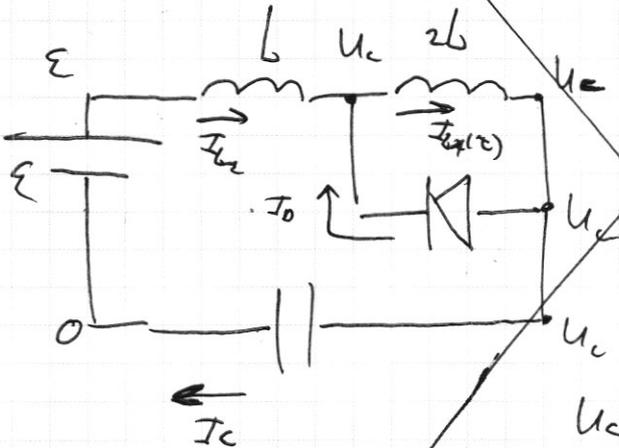
$$\frac{1}{2} \varepsilon^2 C = 3LC \sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t) \quad \text{от } \cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)$$

$$\Rightarrow (3LC - 1) \sin^2(\omega t) = 0 \Rightarrow \sin(\omega t) = 0 \Rightarrow (т.к. t \neq 0)$$

$$t = \sqrt{\frac{3L}{\varepsilon^2 C}}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{2} T_0$$

Произвольный момент времени t_0 открит:



$$3C3: I_C = I_{L(t)} - I_{D(t)}$$

$$I_{L(t)} + I_{D(t)} = I_{L(t)}$$

$$\Rightarrow I_C = I_{L(t)}$$

$$3-й \text{ закон Кирхгофа: } \varepsilon - U_C = L \dot{I}_L$$

$$U_C = \frac{q_C}{C}, \text{ где } I_{L2} = I_C = \dot{q}_C \Rightarrow I_{L2} = \dot{q}_C$$

$$\varepsilon - \frac{q_C}{C} = L \ddot{q}_C \Rightarrow \text{уравнение гармонических колебаний}$$

$$\Rightarrow \ddot{q}_C = -\frac{1}{LC} q_C + \frac{\varepsilon}{L} \quad \text{уравнение гармонических колебаний}$$

$$\Rightarrow q_C = A^* \sin(\omega^* t) + B^* \cos(\omega^* t) + C^*$$

$$q_C(t) = \varepsilon C - \varepsilon C \cos(\omega^* t) = A^* \sin(\omega^* t) + B^* \cos(\omega^* t) + C^*$$

$$\dot{q}_C(t) = I_{L(t)} = \varepsilon C \sin(\omega^* t) = \omega^* A^* \cos(\omega^* t) - \omega^* B^* \sin(\omega^* t)$$

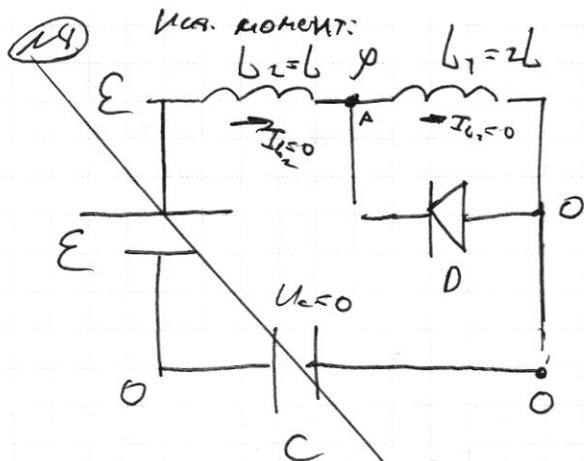
$$\ddot{q}_C(t) = \dot{I}_C(t) = \frac{\varepsilon - U_C(t)}{L}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Ток через катушки скачком не
меняется $\Rightarrow I_{L1} = I_{L2} = 0$ А
напряж. на конденсаторе скачком
не меняется $\Rightarrow U_C = 0$
Пусть ток через т. А равен $i \geq 0$
Если $i = 0$, то $U_{L2} = E - U_C = E = L I_{L2}'$
по 3-му закону

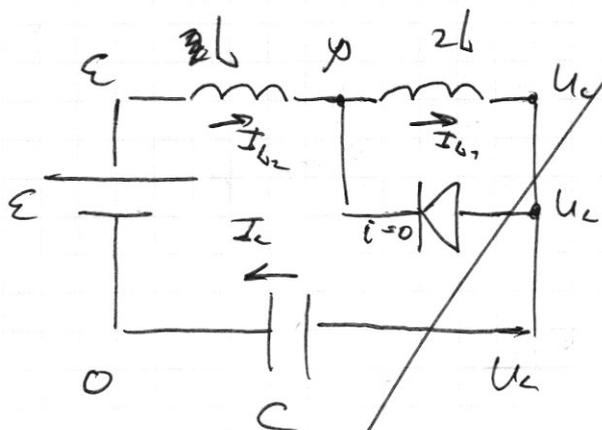
$$U_{L1} = i - 0 = 0 = 2L I_{L1}' \Rightarrow I_{L1}' = 0$$

$$I_{L2}' = \frac{E}{L} \neq 0 ; \text{ но диод закрыт } \Rightarrow \text{ закон}$$

сохранения заряда не выполняется $\times \Rightarrow i > 0$

Примем из ЗСЗ: $I_{L1}' = \frac{i}{2L} = I_{L2}' = \frac{E - U_C}{L} \Rightarrow U_C = 2E - 2i$ $i = \frac{2}{3}E$
 $\Rightarrow I_{L1}' = \frac{i}{2L} = \frac{E}{3L}$ (*)

Рассмотрим произвольный момент до открытия диода:



$i > U_C$
ЗСЗ: $I_{L2} = I_{L1} = I_C = I_0$

3-й закон:

$$U_C - U_C = 2L I_{L1}' = 2L I_0'$$

$$E - U_C = L I_{L2}' = L I_0'$$

$$\Rightarrow \boxed{E - U_C = 3L I_0'}$$

Также заметим, что $U_C = \frac{q_C}{C}$, причем $I_0 = \dot{q}_C = I_C \Rightarrow I_0' = I_0' = \ddot{q}_C$

$$\Rightarrow E - \frac{q_C}{C} = 3L \ddot{q}_C \Rightarrow \boxed{\ddot{q}_C = -\frac{1}{3LC} q_C + \frac{E}{3L}}$$
 - уравнение гармон. колебаний

см. сл. стр. \rightarrow

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$$

$$q_c = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) + C$$

$$q_c(t=0) = 0 = B + C$$

$$q_c'(t=0) = I_0(t=0) = 0 = \omega A \Rightarrow A = 0$$

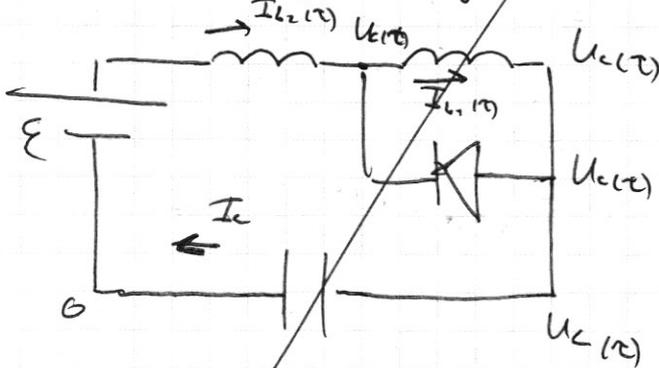
$$q_c(t=0) = I_0'(t=0) = I_0'(t=0) = \frac{\varepsilon}{3L} = -\omega^2 B \Rightarrow B = -\frac{\varepsilon}{3L\omega^2}$$

$$= -3L \cdot \frac{1}{3LC} = -\varepsilon C \Rightarrow C = \varepsilon C$$

$$\Rightarrow q_c(t) = -\varepsilon C \cos(\omega t) + \varepsilon C \Rightarrow I_0(t) = I_{br}(t) = q_c'(t) = \varepsilon C \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{3LC} = 2\sqrt{3} \pi \sqrt{LC} \text{ - период колебаний при закрытом диоде.}$$

Момент открытия диода:



$$I_{L1}(t) = I_{L2}(t) \Rightarrow I_{\text{диод}} = 0$$

Вариант ЗСЗ:

$$0 + A_2 = W_{L1}(t) + W_{L2}(t) + W_C(t)$$

$$A_2 = \varepsilon \Delta q$$

$$W_{L1}(t) = \frac{2LI_0^2}{2}; W_{L2}(t) = \frac{LI_0^2}{2}; W_C(t) = \frac{q_c^2}{2C}; \text{ где из ЗСЗ: } q_c = Aq$$

$$\varepsilon q_c(t) = \frac{3}{2L} I_0^2 + \frac{q_c^2}{2C} \Leftrightarrow \varepsilon (\varepsilon C - \varepsilon C \cos(\omega t)) = \frac{3}{2L} (\varepsilon C \sin(\omega t))^2 + \frac{1}{2C} (\varepsilon C - \varepsilon C \cos(\omega t))^2$$

$$\varepsilon^2 C - \varepsilon^2 C \cos(\omega t) = \frac{3}{2L} \varepsilon^2 C^2 \sin^2(\omega t) + \frac{1}{2} \varepsilon^2 C - \varepsilon^2 C \cos(\omega t) + \frac{1}{2} \varepsilon^2 C \cos^2(\omega t)$$

сч. сл. стр. →