Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

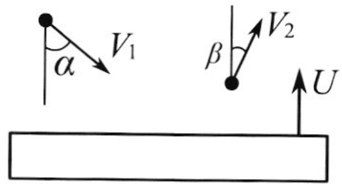
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



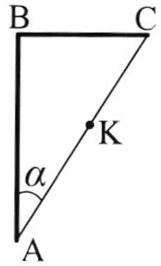
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

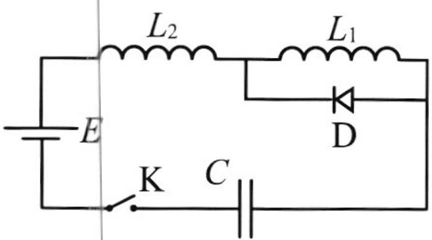
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

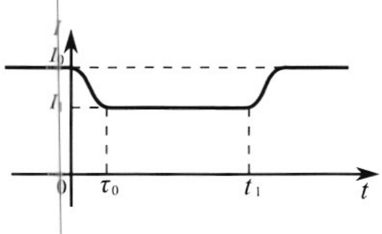
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.

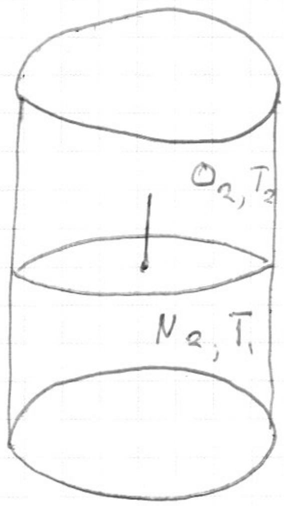


1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



1) $\frac{V_1}{V_2}$ – ?

2) T'

3) ΔQ

$\nu = \frac{3}{7}$ моль

$T_1 = 300\ K$

$T_2 = 500\ K$

$C_V = \frac{5}{2}R$ (газы двухатом.)

$R = 8,31\ \frac{Дж}{моль \cdot K}$

1) По закону Менделеева-Клапейрона:

$$\frac{PV_1 = \nu R T_1}{PV_2 = \nu R T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

(Давления равны для равновесия, а температуры еще не успели выровняться)

2) Сосуд теплоизолирован, поэтому его внутренняя энергия остается неизменной.

$$\Delta W_{от} = \frac{5}{2}\nu R(T' - T_1) + \frac{5}{2}\nu R(T' - T_2) = 0$$

$$T' = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400\ K, \quad а \quad V_1 = V_2 = \frac{V}{2}$$

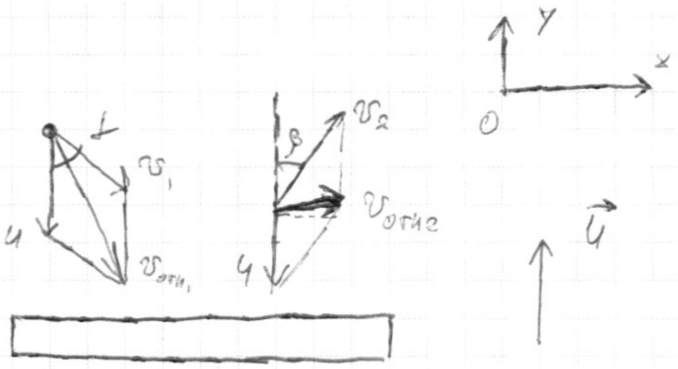
3) $\Delta W_{N_2} = \frac{5}{2}\nu R(T' - T_1) = A^{\uparrow} + Q = P \cdot \Delta V + Q =$

(давление в процессе установления равновесия можно считать const)

$= \frac{\nu R T_1}{\frac{3}{8}V}\left(\frac{V}{2} - \frac{3}{8}V\right)$

$$Q = \left(\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 - \frac{3}{7} \cdot 8,31 \cdot \frac{300}{3}\right) Дж = 831 \cdot \frac{9}{14}\ Дж \approx 534\ Дж$$

№1



$V_1 = 8\ \frac{м}{с}$

$\sin\alpha = \frac{3}{4}$

$\sin\beta = \frac{1}{2}$

1) V_2 - ?

2) u - ?

1) Перейдём в СО плиты.

Тогда, $\vec{V}_{отн_1} = \vec{V}_1 - \vec{u}$, $\vec{V}_{отн_2} = \vec{V}_2 - \vec{u}$

Плита гладкая, поэтому сила трения отсутствует, поэтому сила взаимод. шарика и плиты перпенд. поверх. плиты.

Тогда, по ЗСИ вдоль оси OX:

$m V_{отн_2 x} - m V_{отн_1 x} = 0$, т.е. $\cancel{m} \cdot V_1 \cdot \sin\alpha - \cancel{m} \cdot V_2 \cdot \sin\beta = 0$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 8\ \frac{м}{с} \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 8\ \frac{м}{с} \cdot \frac{3}{2} = 12\ \frac{м}{с}$$

2)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

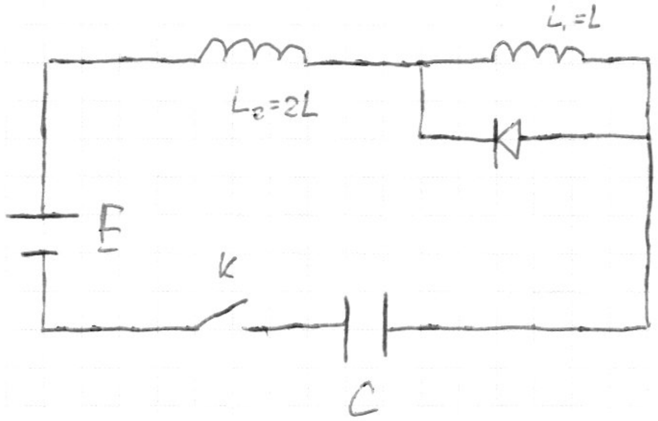
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



1) T - ?

2) $I_{м1}$ - ?

3) $I_{м2}$

Запишем диф. уравнение системы, когда ток течёт вправо:

$$2L\cdot\frac{dI}{dt} + L\cdot\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

Наличие ист. смещает положение равновесия

$$3L\ddot{q} + \frac{q}{C} = E \Rightarrow T_1 = 2\pi\cdot\sqrt{3LC}\ ; \quad q = q_0 + q_0\cos(w_1 t)$$

Когда ток течет влево:

$$q = q_0 + q_0\cdot(\cos w_2 t)$$

$$2L\ddot{q} + \frac{q}{C} = E \Rightarrow T_2 = 2\pi\cdot\sqrt{2LC}$$

(катушка L не участвует, она закорочена ид. диодом)

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \pi\cdot\sqrt{LC}\cdot\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$$

(по полпериода выполнятся каждое из уравнений)

$$I = q' = -q_0 \sin(w_{1,2} t)\cdot w_{1,2} = -\underbrace{q_0\cdot w_{1,2}}_{I_0}\cdot\sin(w_{1,2} t) \qquad q_0 = CE$$

I_0 - амплитуда тока

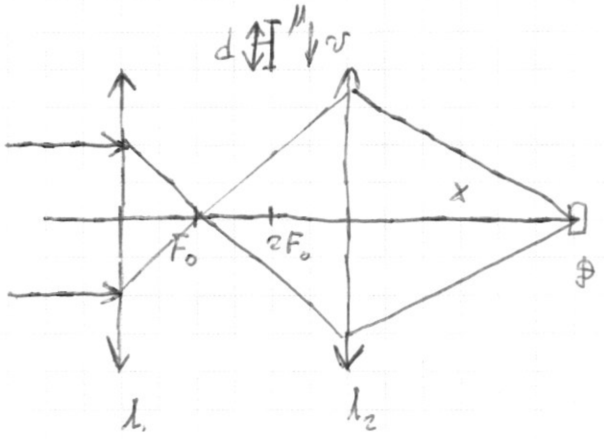
$$I_{м1} = CE\cdot\frac{1}{\sqrt{3LC}} = E\cdot\sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$I_{м2} = CE\cdot\frac{1}{\sqrt{2LC}} = E\cdot\sqrt{\frac{C}{2L}}$$

Ответ: $T = \pi\cdot\sqrt{LC}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

$I_{м1} = E\cdot\sqrt{\frac{C}{3L}}$; $I_{м2} = E\cdot\sqrt{\frac{C}{2L}}$

№5



$F_0,\ D,\ \tau_0$

1) X - ?

2) v - ?

3) t_1 - ?

1) По формуле тонкой линзы для линзы $Л_2$:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{X} \Rightarrow X = 2F_0$$

2) Из-за того, что мишень заслоняет свет, падающий на линзу 2, ток I падает, причем его уменьшение пропорционально заслоненной площади.

$$\frac{S_{закр}}{S_{линз}} = \frac{d^2}{D^2} = \frac{I_0 - \frac{3}{4}I_0}{I_0} = \frac{1}{4} \Rightarrow d = \frac{D}{2}$$

$$d = v \cdot \tau_0 \Rightarrow v = \frac{D}{2\tau_0}$$

(время, когда мишень будет закрывать свет всей своей площадью)

3) За время $(t_1 - \tau_0)$ центр. мишени проходит расстояние $D - d$.

$$(t_1 - \tau_0) \cdot v = D - d$$

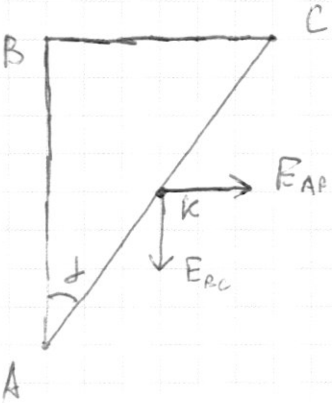
$$(t_1 - \tau_0) \cdot \frac{D}{2\tau_0} = \frac{D}{2} \Rightarrow t_1 - t_0 = \tau_0 \Rightarrow t_1 = 2\tau_0$$

Ответ: $2F_0$; $\frac{D}{2\tau_0}$; $2\tau_0$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



1) $\frac{E}{E_0}$ - ? $\alpha = \frac{\pi}{4}$

2) E_k - ?
$\alpha = \frac{\pi}{7}$;
2σ, σ

1) Бесконечная пластина создаёт снаружи себя поле, равное $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

$$E = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}\varepsilon_0} = \sqrt{2} \cdot E_0$$

$$\frac{E}{E_0} = \sqrt{2}$$

2) $$E_k = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{4\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Угол α в данной задаче (когда пластинки бесконечные) не имеет значения, т.к. всегда можно построить для середины отрезка AC некий отрезок A'C' такой, что у них одна середина и $\angle AC, \hat{\ } AB = 45^\circ$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$p\Delta V = \nu RT' = \nu RT_1 \frac{3}{2}$

N1

$-mu - v_1 \cos\alpha$

$v_2 \cos\beta - mu$ $q - q_0$

$q = q_0 + q_0 \cos wt$

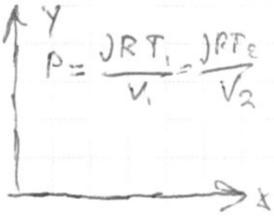
$q' = I = q_0 w \cdot (-\sin wt)$ $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{внеш}$

В СО плиты:

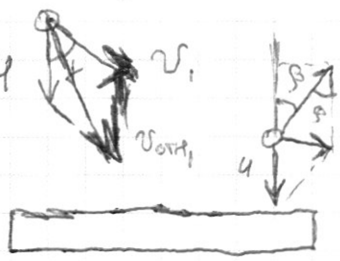
$m(v_2 \cos\beta - u) - m(-v_1 \cos\alpha - u) = 0$

$q - q_0 = A \cdot \cos(wt)$

$\frac{5}{2} \nu RT'$ $v_2 \cos\beta + v_1 \cos\alpha = 0$



$p = \frac{\nu RT_1}{V_1} = \frac{\nu RT_2}{V_2}$



v_1, u, $v_{отн1}$, v_2, β, $v_{отн2}$

$I_{m1} = CE \cdot \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{3L}} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}}$

$\frac{q}{C} - E = (q - CE) \cdot \frac{1}{C}$

q_0

$v_2 = v_1 \cdot \sqrt{16-9}$

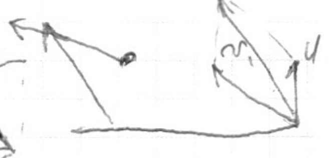
d) ЗСИ: Ox: $\cancel{m v_{отн1} \sin\alpha = m v_{отн2} \sin\beta} \Rightarrow \cancel{v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}}$

$m v_1 \cdot \sin\alpha = m v_2 \cdot \sin\beta \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

2) u - ?

$m(-v_1 \cdot \cos\alpha - u) = m(v_2 \cos\beta - u)$

$\pi \cdot \sqrt{3LC}$



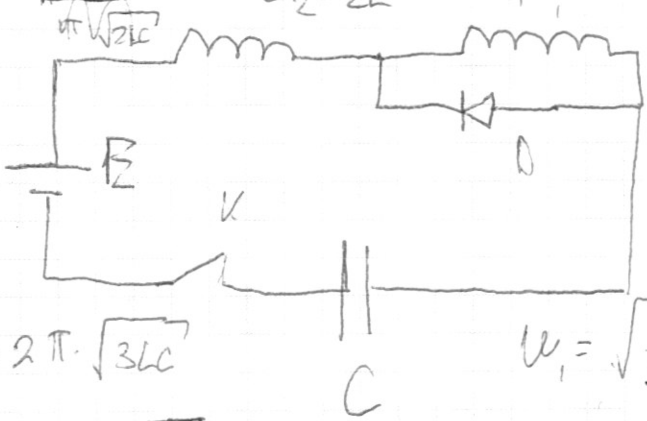
$v_2 = -v_1 \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$

$3L\ddot{q} + (\frac{q}{C} - E)\frac{q}{q} = 0$

$I_{m2} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{2L}}$

$q(\frac{1}{C} - \frac{E}{q})$

$\pi\sqrt{2LC}$



$L_2 = 2L$ $L_1 = L$ N4

E, D, K, C

1) $L \cdot \ddot{q}$ +

$2L \cdot \frac{dI}{dt} + L \cdot \frac{dI}{dt} - \frac{q}{C} + E = 0$

$0 + E - 2L \frac{dI}{dt} - L \cdot \frac{dI}{dt} - \frac{q}{C} = 0$

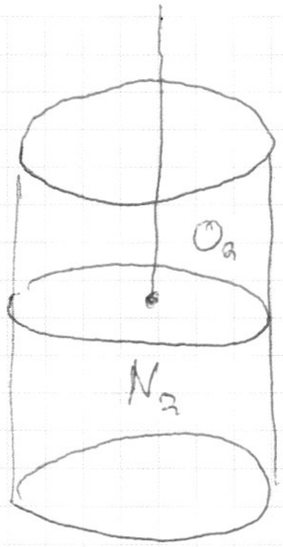
$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{3LC}$ $w_1 = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$

$3L \cdot \ddot{q} + \frac{q}{C} = E$

$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{2LC}$ $w_2 = \sqrt{\frac{1}{2LC}}$

$T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

$2L \cdot \ddot{q} + \frac{q}{C} = E$



№2

$D - d = D - \frac{D}{2} = \frac{D}{2}$

$T_1 = 300K$

$T_2 = 500K$

$C_V = \frac{5}{2} R$

$\frac{d^2}{D^2} = \frac{1}{4}$ $\quad \nu = \frac{3}{7}$ и

$d = D \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{D}{2}$

$t_0 = \frac{D\sqrt{3}}{2t_0} = \boxed{\frac{D}{2\tau_0}}$

$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{d} \Big|\cdot 2F_0 d$

$\cancel{2d} = d + 2F_0$

$d = 2F_0$

1) $PV_1 = \nu RT_1$

$PV_2 = \nu RT_2$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$

$\Delta P = \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$

2) $P'V_1 = \nu RT'$

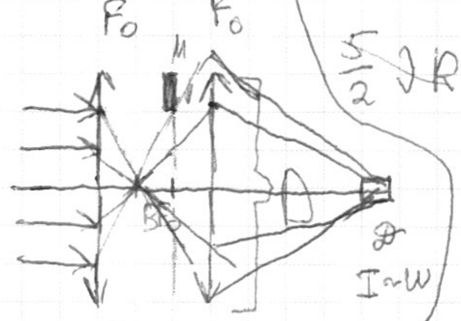
$P' \cdot V_2 = \nu RT'$

$\Rightarrow v_1 = v_2 = \frac{v}{2}$

$\cancel{\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3}\right) = \frac{}{10}}$

$\pm\frac{1}{F} = \pm\frac{1}{d} \pm \frac{1}{F}$

$D \ll F_0$ №5



$d = vt = v\tau_0$

$\frac{d}{D} = \frac{W'}{W_0} = \frac{\frac{3I_0}{4}}{I_0} = \frac{3}{4}$

$\cancel{\frac{5}{2}\nu R\Delta T_1 = \frac{5}{2}\nu R\Delta T_2}$

$\cancel{T' - 300K = T'}$

$\Delta W_{вн} = \frac{5}{2}\nu R(T' - T_1) + \frac{5}{2}\nu R(T' - T_2) = 0$

$d\varphi = -E_r dr$

$\frac{5}{2}\nu R \cdot (T' - T) = Q + P \cdot \Delta V = Q + \nu P$

$T' - T_1 + T' - T_2 = 0$

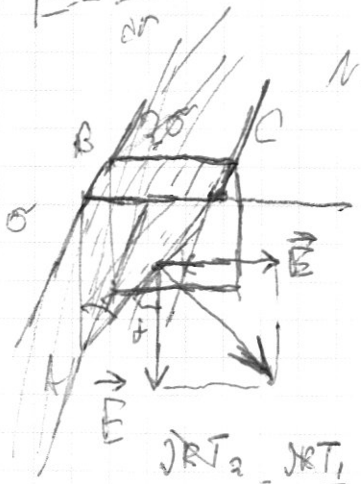
3) $\Delta U_{N_2} = \frac{5}{2}\nu R(T' - T_1) = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot 100 = \frac{15}{14} \cdot 831 =$

$E = -\frac{d\varphi}{dr}$

$(t_1 - t_0) \cdot v = D - \cancel{2}d$

$T' = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400K$

№3 $\quad (t_1 - t_0) \cdot \frac{D\sqrt{3}}{2t_0} = \frac{D}{2}$ $\quad 1 \approx \ldots$



1) $\frac{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \sqrt{2}}{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}} = \sqrt{2}$

$831 : 7 = 118\ldots$

$t_1 - t_0 = t_0$

$t_1 = 2t_0$

$E_1 =$

$d = D \cdot \frac{3}{4}$

2) $\alpha = \frac{\pi}{7}$; $(\sigma, 2\sigma)$

$\frac{\nu RT_2}{V_2} = \frac{\nu RT_1}{V_1}$

$= Q + \nu PV$

$v = \frac{d}{t_0} = \boxed{\frac{D \cdot \frac{3}{4}}{\tau_0}}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{5}{2}\nu R(T'-T_1) = A^{\downarrow} + Q = \int P\cdot dV + Q$$

$$\frac{5}{2}\nu R(T'-T_2) = A^{\uparrow} - Q = -A^{\downarrow} - Q = -\int P\cdot dV - Q$$

$$w = k\cdot\Delta T$$

$$Q = k\cdot\Delta T\cdot t$$

$$P\cdot dV + dP\cdot V = \nu R\cdot dT$$

$$\int P\cdot dV = \int \nu R\, dT - \int dP\cdot V = \nu R\Delta T - \Delta P\cdot V =$$

$$P = \frac{\nu R\cdot \cancel{300}\,800}{\frac{8}{8}V} \qquad P' = \frac{\nu R\cdot 800}{\frac{11}{2}V} \qquad = \frac{3}{7}\cdot 8{,}31(400-300)$$

$$8\cancel{5} \qquad \frac{8\nu RT_1}{3}\left(\frac{4}{8}-\frac{3}{8}\right) = \frac{8\nu RT_1}{3}\cdot\frac{1}{8} = \frac{\nu RT_1}{3}$$

$$\left(\frac{15}{14}\cdot 831 - \frac{831\cdot 3}{7}\right) = 831\left(\frac{15}{14}-\frac{6}{14}\right) = 831\cdot\frac{9}{14}\text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times\ 9 \\ \hline 7479 \end{array} \qquad 7479 : 14 = 534$$

-70, 47, -42, 59

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$F\Delta t = \Delta P_y = m(v_2 \cos\beta - u) - m(-v_1 \cos\beta - u) =$$
$$= m v_2 \cos\beta + m v_1 \cos\beta$$

$$v_{отн_1}^2 = u^2 + v_1^2 - 2uv_1 \cdot \cos(180 - \alpha)$$
$$v_{отн_2}^2 = u^2 + v_2^2 - 2 \cdot u \cdot v_2 \cdot \cos\beta$$

$\cancel{v_{отн_1}}$

$$u^2 = v_1^2 + v_{отн_1}^2 - 2v_1 \cdot v_{отн_1} \cdot \cos a$$
$$u^2 = v_2^2 + v_{отн_2}^2 - 2 v_2 \cdot v_{отн_2} \cdot \cos b$$

$v_{отн_1}$

$$v_1^2 = u^2 + v_{отн_1}^2 - 2u \cdot v_{отн_1} \cdot \cos a$$
$$v_2^2 = u^2 + v_{отн_2}^2 - 2u \cdot v_{отн} \cdot \cos b$$

$$v_{отн_1} \cdot \sin a =$$
$$= v_{отн_2} \cdot \sin b$$