

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

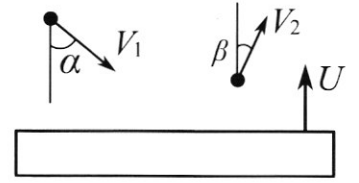
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

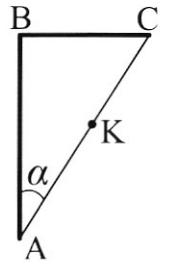
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

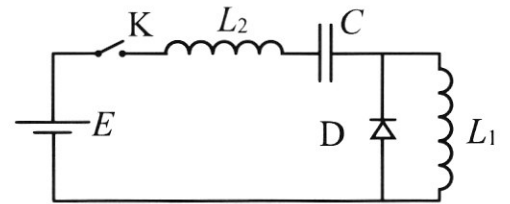
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .

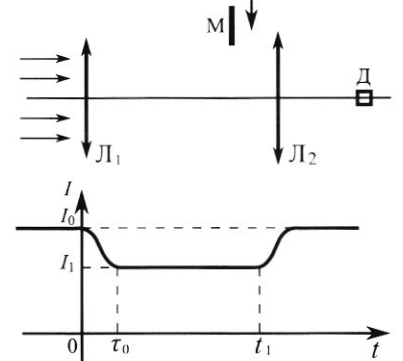


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Дано:

$$v_1 = 6 \frac{M}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3} \quad \sin \beta = \frac{1}{3}$$

1) $v_2 = ?$ 2) $u = ?$

Даны:

1) Сила реакции
во время удара
действует
только в верти-
кальном нап-
равлении, поэтому

справедлив закон сохранения

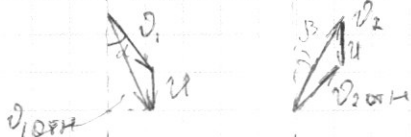
импульса по ОХ:

$$m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$v_2 = 6 \cdot \frac{2/3}{1/3} = 12 \left(\frac{M}{c} \right)$$

$$2) \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad ; \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

СО по ОУ:



↑ неподвижна

т.к. планка массивная
и удар абсолютно уп-
ругий, то $v_{1OY} = v_{2OY}$

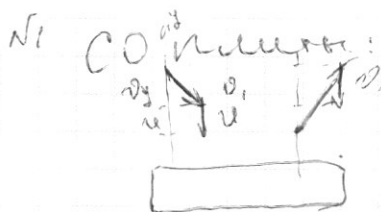
$$v_{1OY} = v_1 \cos \alpha + u$$

$$v_{2OY} = v_2 \cos \beta - u$$

$$v_1 \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta - u \Rightarrow u = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$u = \frac{12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} = \frac{8\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{5} \left(\frac{M}{c} \right)$$

Ответ: 1) $v_2 = 12 \frac{M}{c}$; 2) $u = 4\sqrt{2} - \sqrt{5} \frac{M}{c}$



$$v_{\text{супер}} = v_1 y + u = v_2 y - u$$

после столкновения скорости могут поменяться

всична ОК

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$v_2 = \frac{6 \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$2) 2u = v_{2y} - v_{1y}$$

$$u = \frac{v_{2y} - v_{1y}}{2} \Rightarrow = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$= \frac{12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \cdot \frac{\sqrt{8}}{3}}{2} = \frac{8\sqrt{2} - 2\sqrt{8}}{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{8} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

№2 ^{температур}



$$v = \frac{6}{25} \text{ моль}$$

$$1) p_1 = p_2 = p$$

$$\frac{pV_1}{pV_2} = \frac{\gamma R T_1}{\gamma R T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$T_1 = 330 \text{ К } T_2 = 440 \text{ К}$$

$$2) A_{\text{не}} = -A_{\text{не}} \quad i=3$$

$$Q_{\text{не}} = \frac{3}{2} \gamma R (T - T_1) + A_{\text{не}}$$

$$Q_{\text{не}} = -Q_{\text{не}} = \frac{3}{2} \gamma R (T_2 - T) + A_{\text{не}}$$

$$Q_{\text{не}} + Q_{\text{не}} = \frac{3}{2} \gamma R (T_2 - T_1)$$

$$1) \frac{V_1}{V_2} \text{ в начале}$$

$$2) T = ?$$

$$3) A = ?$$

$$Q = \Delta U_{\text{не}} + A$$

$$-Q = \Delta U_{\text{не}} - A$$

$$\Delta U_{\text{не}} + \Delta U_{\text{не}} = 0$$

$$\frac{3}{2} \gamma R (T - T_1) + \frac{3}{2} \gamma R (T_2 - T) = 0$$

$$3 \gamma R T = \frac{3}{2} \gamma R (T_1 + T_2) \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{440 + 330}{2} = 386 \text{ (К)}$$

$$3) 2A =$$

$$p^* V_1^* = \gamma R T = p^* V_2^* \quad V_1^* = V_2^*$$

$$\frac{V_1}{2} = \frac{V_2 - V_1}{2} = \frac{\gamma R (T_2 - T_1)}{2p}$$

$$A = p \Delta V = \frac{\gamma R (T_2 - T_1)}{2}$$

$$p^* V = \frac{p V}{2}$$

$$Q_{\text{не}} = \frac{3}{2} \gamma R (T - T_1) + A$$

$$= \left(1 + \frac{p^*}{p}\right) \cdot \frac{\gamma R}{2} (T_2 - T_1) = \left(1 + \frac{8}{4} \frac{T_1}{T_2}\right) \cdot \frac{\gamma R}{4} (T_2 - T_1)$$

$$\frac{p V_2}{p^* \frac{V_1 + V_2}{2}} = \frac{\gamma R T_2}{\gamma R T}$$

$$\frac{p}{p^*} = \frac{2 T_2}{T_1} \cdot \frac{V_2}{V_1 + V_2} = \frac{8}{4} \frac{T_1}{T_2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 Дано:

$$\nu = \frac{6}{25} \text{ моль}$$

$$T_1 = 330 \text{ К}, T_2 = 440 \text{ К}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

1) $\frac{V_1}{V_2} = ?$ 2) $T = ?$ 3) $Q = ?$

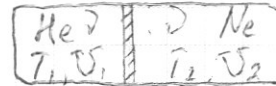
Решение:

$$1) p_1 = p_2 = p$$

$$pV_1 = \nu RT_1 \quad (1)$$

$$pV_2 = \nu RT_2 \quad (2)$$

$$\text{Делим (1) на (2): } \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}$$



2) $Q_{\text{He}} = Q$ - кол-во теплоты подведенное к гелию
 $Q_{\text{Ne}} = -Q$ - кол-во теплоты подведенное к неону

$$A_{\text{He}} = -A_{\text{Ne}}, \quad A_{\text{He}} = A \Rightarrow A_{\text{Ne}} = -A$$

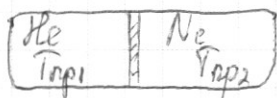
$$\begin{cases} Q_{\text{He}} = \Delta U_{\text{He}} + A_{\text{He}} \\ Q_{\text{Ne}} = \Delta U_{\text{Ne}} + A_{\text{Ne}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q = \Delta U_{\text{He}} + A \quad (3) \\ -Q = \Delta U_{\text{Ne}} - A \quad (4) \end{cases}$$

Сложим (3) и (4): $0 = \Delta U_{\text{He}} + \Delta U_{\text{Ne}}$

$$0 = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + \frac{3}{2} \nu R (T - T_2) \Rightarrow 3 \nu R T = \frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}; \quad T = \frac{330 + 440}{2} = \frac{770}{2} = 385 \text{ (К)}$$

3) Рассмотрим сосуд в произвольный момент:



$$\Delta U_{\text{He}} + \Delta U_{\text{Ne}} = 0$$

$$\frac{3}{2} \nu R (T_{\text{пр}1} - T_1) + \frac{3}{2} \nu R (T_{\text{пр}2} - T_2) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\text{пр}1} + T_{\text{пр}2} = T_1 + T_2 = \text{const}$$

$$p^* V_1^* = \nu R T_{\text{пр}1} \Rightarrow p^* (V_1^* + V_2^*) = \nu R (T_{\text{пр}1} + T_{\text{пр}2})$$

$$p^* V_2^* = \nu R T_{\text{пр}2}$$

$$V_1^* + V_2^* = V_{\text{сосуда}} = \text{const} \Rightarrow p^* = p = \text{const}$$

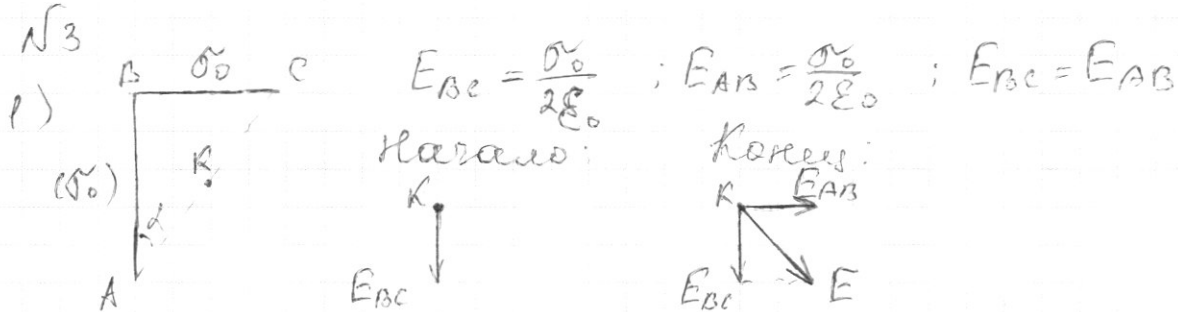
\Rightarrow ударный процесс

$$V_1 = 3V \Rightarrow V_2 = 4V \quad V_{\text{кон}} = V_{2\text{кон}} = \frac{V_1 + V_2}{2} = 3,5V$$

$$p \cdot 3V = \nu R T_1 \Rightarrow \frac{1}{2} pV = \nu R (T - T_1); \quad A = p(3,5V - 3V) = \frac{1}{2} pV = \nu R (T - T_1)$$

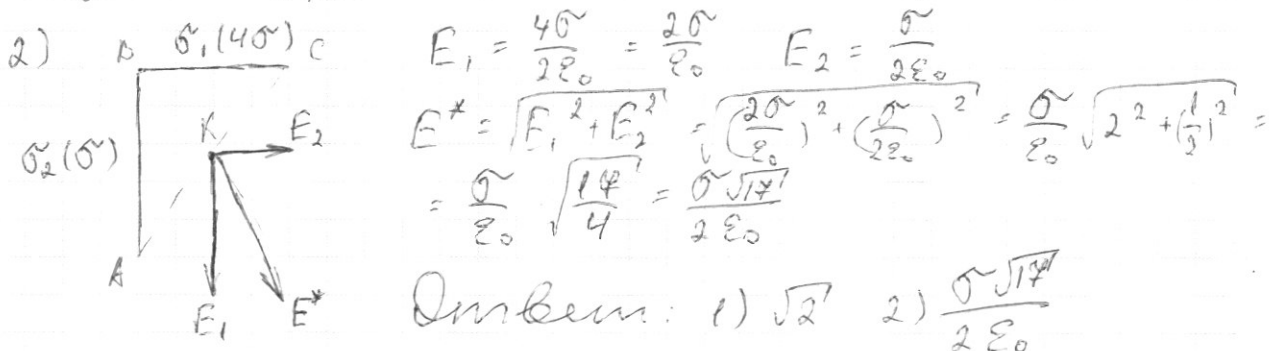
$$Q = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + A = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + \nu R (T - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T - T_1) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8,31 (385 - 330) = \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot 55 = 33 \cdot 8,31 \approx 274 \text{ (Дж)}$$

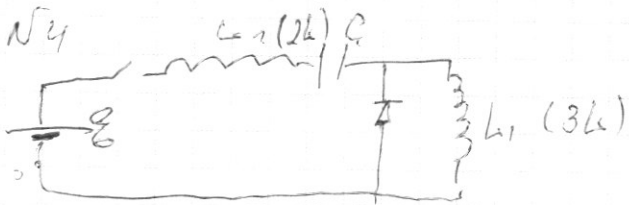
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



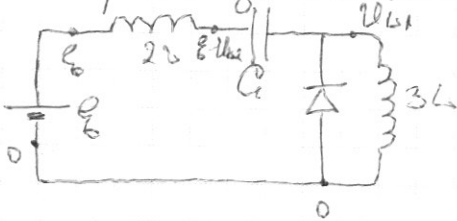
$$E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{BC}^2} = E_{BC} \sqrt{2}$$

$$\frac{E}{E_{BC}} = \frac{\sqrt{2} E_{BC}}{E_{BC}} = \sqrt{2}$$





В произвольной момент после замыкания



$U_{L1} > 0$ всегда?

$$U_{L1} = L \dot{I}_{L1}$$

$\dot{I}_{L1} > 0 \Rightarrow U_{L1} > 0$ диод закрыт

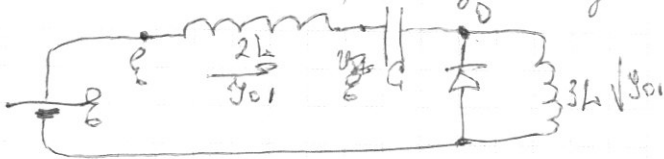
$\dot{I}_{L1} < 0 \Rightarrow U_{L1} < 0$ диод открыт

U_{L2} диод открыт $\Rightarrow U_{L1} = 0 \Rightarrow \dot{I}_{L1} = \text{const}$

U_{L1} будет колебаться

1) $T = 2\pi \cdot \sqrt{2LC}$

2) Момент, когда диод открыт

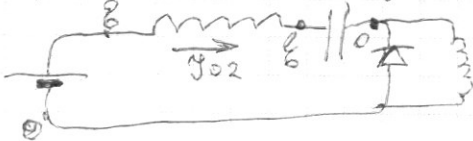


$$I_{L1} = \sum \frac{U_{L1}}{L} = I$$

$$\Delta \mathcal{E} = W_{2\Omega} + W_{3H} + W_{C0} \Rightarrow \frac{C E^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2\Omega \cdot I_{01}^2 + \frac{1}{2} \cdot 3H \cdot I_{01}^2 + \frac{1}{2} C E^2$$

$$\frac{1}{2} C E^2 = \frac{5}{2} L I_{01}^2 \Rightarrow I_{01} = \sqrt{\frac{C E^2}{5}} = \frac{E}{\sqrt{5}}$$

3) Момент, когда ток через 2 Ohm макс



$$U_{L1} = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 Дано: $\mathcal{E}, C, L_1 = 3L, L_2 = 2L$

1) $T = ?$ 2) $I_{01} = ?$ 3) $I_{02} = ?$

Решение:

1) Рассмотрим цепь в произвольный момент времени после замыкания ключа:

До тех пор, пока $I_{L_1}' > 0$ диод закроется. Когда $I_{L_1}' = 0$, диод открывается $\Rightarrow U_{L_1}$ становится равным 0 и на катушке установится постоянный ток I_{01} .

Тогда колебания будут происходить только в катушке L_2 и конденсаторе C .

Значит, $T = 2\pi\sqrt{L_2 C} = 2\pi\sqrt{2LC}$

2) Рассмотрим цепь сразу после открытия диода в момент $t = 0$

$I_{L_1}(0) = I_{01}$, т.к. ток на катушке скачком не изменяется.

напряжение на конденсаторе не изменяется $\Rightarrow I_{L_2}' = \frac{U_{L_2}}{L_2} = 0$

3) Рассмотрим процесс от 0 до π :

$$A\mathcal{E} = q\mathcal{E} = C\mathcal{E} \cdot \mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$$

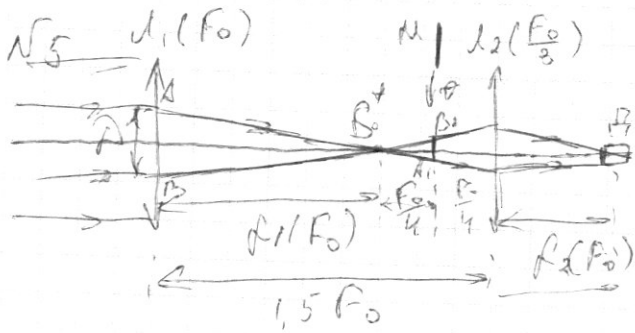
$$3C\mathcal{E}: A\mathcal{E}(C) = W_{L_2}(C) + W_{L_1}(C) + W_C(C) - W_{\text{цепи}}(0)$$

$$C\mathcal{E}^2 = \frac{1}{2} \cdot 2L \cdot I_{01}^2 + \frac{1}{2} \cdot 3L \cdot I_{01}^2 + \frac{1}{2} C\mathcal{E}^2$$

$$C\mathcal{E}^2 = 5L I_{01}^2 \Rightarrow I_{01} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{5L}}$$

4) $I_{L_2} = I_{02}$, когда $I_{L_2}' = 0$, т.к. макс. значение I_{L_2} совпадает с максимумом, когда ток равен I_{01} , т.к. $I_{02} = I_{01} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{5L}}$

Ответ: 1) $T = 2\pi\sqrt{2LC}$; 2) $\mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{5L}}$; 3) $\mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{5L}}$



$$n_1 = \frac{1.5}{5} n_0$$

1) S^* - точка в которой фокусируется свет

$$f_1 = F_0$$

$$2) d_2 = \frac{F_0}{2} \Rightarrow F_0 - 1.5F_0 - F_0 = \frac{F_0}{2}$$

$$3) d_2 = \frac{F_0}{2} > \frac{F_0}{3} \Rightarrow \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_0/3}$$

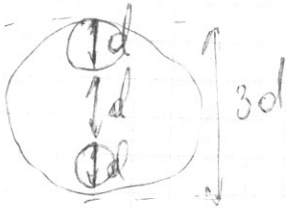
$$\frac{2}{F_0} + \frac{1}{f_2} = \frac{3}{F_0} \Rightarrow f_2 = F_0$$

$$4) \Delta AS^*B \sim \Delta A'S^*B' \Rightarrow \frac{F_0}{\frac{F_0}{4}} = \frac{D}{D_{\text{изг}}} \Rightarrow D_{\text{изг}} = \frac{D}{4} \Rightarrow$$

\Rightarrow диаметр полного света закрывает дугу протвора рассеяния $\frac{D}{4}$.

$$\theta = \frac{D/4}{0.0} = \frac{D}{40}$$

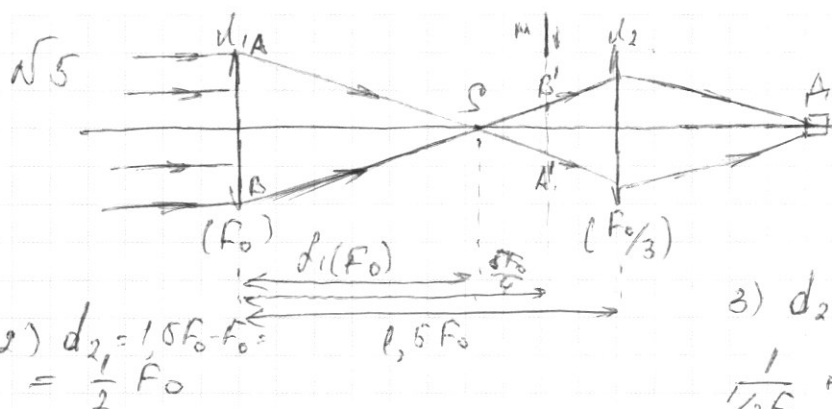
5) ∇ к. интенсивности протвора на торец дуги, то $S_M = \frac{1}{8} \frac{1}{9} S_{\text{протвора}}$



диаметр светит протвора рассеяния $\frac{D}{12} \Rightarrow \theta = \frac{D}{120}$

$$f_1 = 200$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) Параллельные лучи сфокусируются в точке S на расстоянии $F_1 = F_0$

2) $d_2 = 1,5 F_0 \Rightarrow \frac{1}{d_2} + \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F_0/3}$
 $\Rightarrow \frac{1}{1,5 F_0} + \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F_0/3}$

3) $d_2 = \frac{F_0}{2} \Rightarrow \frac{F_0}{2} \Rightarrow \frac{1}{d_2} + \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F_0/3}$
 $\frac{1}{1/2 F_0} + \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F_0/3} \Rightarrow f_2 = F_0$

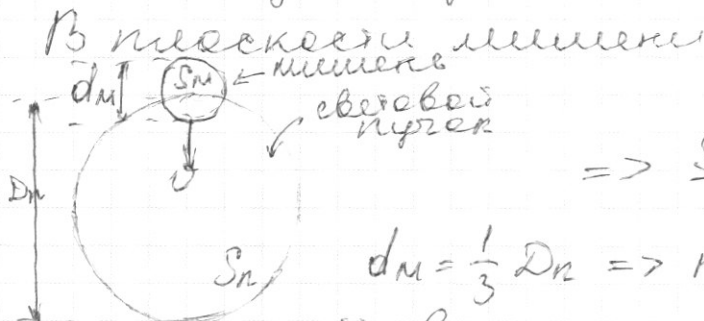
4) $\Delta ASB \sim \Delta A'SB' \Rightarrow \frac{D}{D_n} = \frac{F_0}{\frac{5F_0}{4} - F_0} \Rightarrow D_n = \frac{D}{4}$, где D_n - диаметр пучка света в плоскости мишенки.

5) Сила тока на фотодетекторе пропорциональна мощности света, а мощность площади пучка, тогда сила тока пропорциональна площади пучка.

Т.к. $\frac{y_1}{y_0} = \frac{S}{S_0}$, то $\frac{S_{n1}}{S_n} = \frac{S}{S_0}$

$S_{n1} = S_n - S_m \Rightarrow \frac{S_n - S_m}{S_n} = \frac{S}{S_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_m}{S_n} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{d_m}{D_n} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$



$d_m = \frac{1}{3} D_n \Rightarrow$ полностью мишень войдет в пучок за время t_0 , пройдя расстояние d_m , значит, $v = \frac{d_m}{t_0} = \frac{D_n}{3t_0} = \frac{D}{12t_0}$

6) Время t_1 показывает, когда мишень начала выскочить из пучка, пройдя впереди полного входа в пучок расстояние $2d_m$, тогда $t_1 - t_0 = \frac{2d_m}{v} = 2t_0$

$t_1 = 3t_0$

Ответ: 1) F_0 ; 2) $\frac{D}{12t_0}$; 3) $3t_0$

