Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

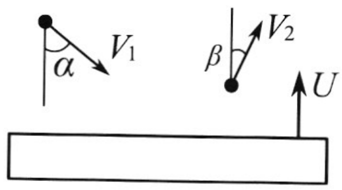
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



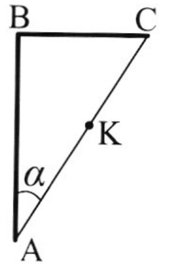
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

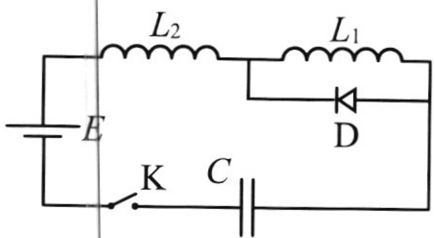
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

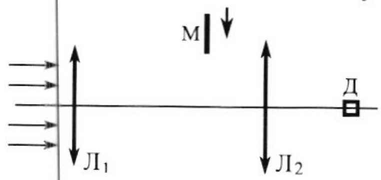
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

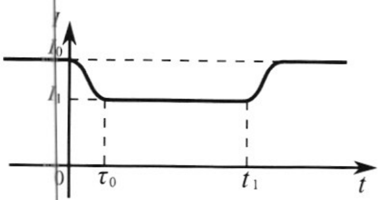
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



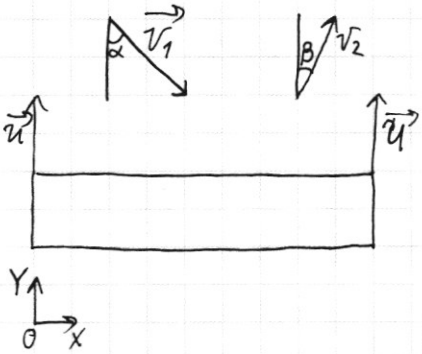


1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



$|\vec{v_1}| = 8$ м/с

$\sin\alpha = \frac{3}{4}$ $\left(\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$

$\sin\beta = \frac{1}{2}$ $\left(\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Найти:

1) $|\vec{v_2}| = ?$

2) $|\vec{u}| = ?$

1) Т.к. поверхность массивной плиты гладкая, то ЗСИ в проекции на ось OX имеет вид:

$|\vec{v_1}| \cdot \sin\alpha = |\vec{v_2}| \sin\beta \Rightarrow |\vec{v_2}| = \frac{|\vec{v_1}| \sin\alpha}{\sin\beta} = 12$ м/с.

2) Т.к. плита массивная, то изменением её скорости после удара можно пренебречь и система отсчёта плиты является инерциальной. Допустим, что удар был абсолютно упругим. ~~Тогда ЗСИ в проекции на ось OY в системе отсчёта плиты имеет вид:~~

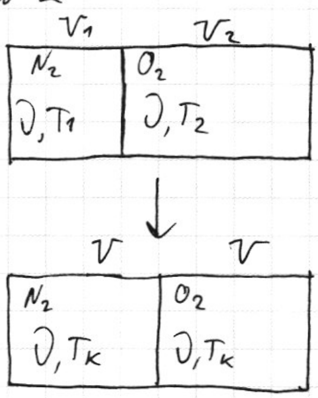
$\cancel{-|\vec{v_1}|\cos\alpha - |\vec{u}| = |\vec{v_2}|\cos\beta - |\vec{u}|}$

Тогда при ударе скорость лишь поменяет своё направление, а её проекция на ось OY в системе отсчёта плиты будет равна $|\vec{v_1}|\cos\alpha + |\vec{u_0}|$. При переходе из С.О. плиты в л.С.О. получим, что $|\vec{v_2}|\cos\beta = |\vec{v_1}|\cos\alpha + 2|\vec{u_0}| \Rightarrow |\vec{u_0}| = \frac{|\vec{v_2}|\cos\beta - |\vec{v_1}|\cos\alpha}{2} = 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$ м/с.

Т.к. в условии задачи сказано, что удар неупругий, то в зависимости от его „неупругости" реальная скорость плиты $|\vec{u}|$ должна быть больше значения $|\vec{u}_0| \Rightarrow |\vec{u}| > 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$ м/с.

Ответ: 1) $|\vec{v}_2| = 12$ м/с; 2) $|\vec{u}| > 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$ м/с.

№2



$\nu = 3/7$ моль.

$T_1 = 300$ К.

$T_2 = 500$ К.

$C_V = \frac{5R}{2}$

$R = 8{,}31$ Дж/моль·К

Найти:

1) $\frac{V_1}{V_2} = ?$

2) $T_K = ?$ К

3) $Q = ?$ Дж

1) В самом начале $p_1 = p_2 = p$, то:

$$pV_1 = \nu R T_1, \quad pV_2 = \nu R T_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

2) Т.к. сосуд теплоизолирован, то работает ЗСЭ.

$$\frac{5}{2}\nu R T_1 + \frac{5}{2}\nu R T_2 = \frac{5}{2}\nu R T_K + \frac{5}{2}\nu R T_K \Rightarrow$$

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ К}.$$

3) Т.к. в двух отсеках равное число молей, равные температуры и давления (условие равновесия), то и объёмы одинаковы $\Rightarrow$

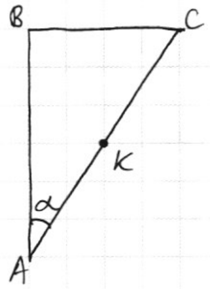
$\Rightarrow V = \frac{V_1 + V_2}{2}$; пусть $V_1 = 3V_0$, $V_2 = 5V_0$; тогда $V = 4V_0$.

Видим, что $\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} = \frac{\nu R T_K}{V} = p \Rightarrow$ возникает мысль, что при теплообмене $p = const$. Действительно, если считать, что теплообмен и работа происходят по очереди, то становится видно, что сначала давление газа постоянно, затем при переходе малой величины ΔQ теплоты от O_2 к N_2 давление увеличивается на величину Δp, а при совершении работы давление возвра-

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

щается и имеет первоначальное значение p.
Тогда можно считать, что $\Delta Q = C_p \nu \Delta T = (C_v+R)\nu\Delta T$
$\sum \Delta Q = \sum (C_v+R)\nu\Delta T \Rightarrow Q = (C_v+R)\nu(T_2-T_K) = \frac{7}{2}R\nu\cdot(T_2-T_K) = 1246{,}5$ Дж.
Ответ: 1) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{5}$; 2) $T_K = 400K$; 3) $Q = 1246{,}5$ Дж.

№3



1) $\sigma_1 = \sigma_2$
$\alpha = \frac{\pi}{4}$
Найти: $\frac{|\vec{E_K}|}{|\vec{E_H}|} = ?$

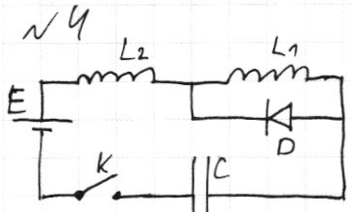
2) $\sigma_1 = 2\sigma$
$\sigma_2 = \sigma$
$\alpha = \frac{\pi}{7}$
Найти: $|\vec{E_K'}| = ?$

1) $|\vec{E_H}| = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$
$|\vec{E_K}| = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}\sigma_1}{2\varepsilon_0}$
$\frac{|\vec{E_K}|}{|\vec{E_H}|} = \sqrt{2} \approx 1{,}4$

2) $|\vec{E_1}| = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
$|\vec{E_2}| = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
$|\vec{E_K'}| = \sqrt{|\vec{E_1}|^2 + |\vec{E_2}|^2} = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\varepsilon_0}$

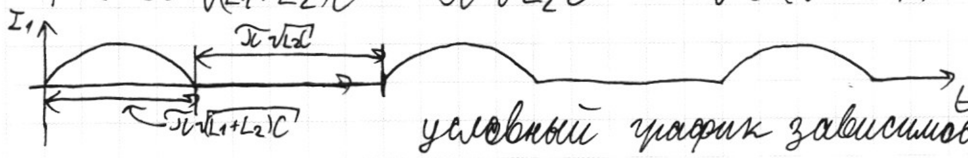
Ответ: 1) $\frac{|\vec{E_K}|}{|\vec{E_H}|} \approx 1{,}4$; 2) $|\vec{E_K'}| = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\varepsilon_0}$

№4



$L_1 = 2L$
$L_2 = L$
$E; C$
1) $T = ?$
2) $I_{M_1} = ?$
3) $I_{M_2} = ?$

1) Пока конденсатор заряжается, ток течёт через обе катушки, а во время разрядки конденсатора ток течёт только через L_2 (т.к. диод идеальный). Это значит, что
$T = \pi\sqrt{(L_1+L_2)C} + \pi\sqrt{L_2 C} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3}+1)$



условный график зависимости I_1 от t

2) Ток через L_1 максимален если ток через L_2 максимален, а конденсатор заряжается => т.к. I_{m1}, то $\dot{I}^* = 0$ => $L_1\dot{I}' + L_2\dot{I}^* = 0$ => $U_c = E$

$U_c = q_1/C$ => $q_1 = CE$

ЗСЭ:

$Eq_1 = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{L_1 I_{m1}^2}{2} + \frac{L_2 I_{m1}^2}{2}$ (токи равны т.к. катушки соединены последовательно, а диод в этом направлении не пропускает ток)

$\frac{CE^2}{2} = \frac{(L_1+L_2)I_{m1}^2}{2}$ =>

=> $I_{m1} = E\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}} = E\sqrt{\frac{C}{3L}}$

3) Для I_{m2} возможны (в теории) два значения. Первое из них равно I_{m1} (т.е. максимальное значение тока при зарядке конденсатора). А второе (I'_{m2}) достигается при разрядке конденсатора. Заряд (максимальный) конденсатора найдём из ЗСЭ, когда $I_{L_{1,2}} = 0$

$q_2 E = \frac{q_2^2}{2C}$ => $q_2 = 2CE$ ($q_2 = 0$ нас не устраивает)

Теперь найдём I'_{m2} с учётом того, что $U_{L_2} = 0$ и $U_c = E$

$A_{ст} + \frac{q_2^2}{2C} = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{L_2 I_{m2}'^2}{2}$; $A_{ст} = E(q_1 - q_2) = -CE^2$

$\frac{CE^2}{2} = \frac{L_2 I_{m2}'^2}{2}$ => $I'_{m2} = E\sqrt{\frac{C}{L_2}} = E\sqrt{\frac{C}{L}}$

Т.к. $I'_{m2} > I_{m1}$, то $I_{m2} = I'_{m2} = E\sqrt{\frac{C}{L}}$

Ответ: 1) $T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3}+1)$; 2) $I_{m1} = E\sqrt{\frac{C}{3L}}$; 3) $I_{m2} = E\sqrt{\frac{C}{L}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

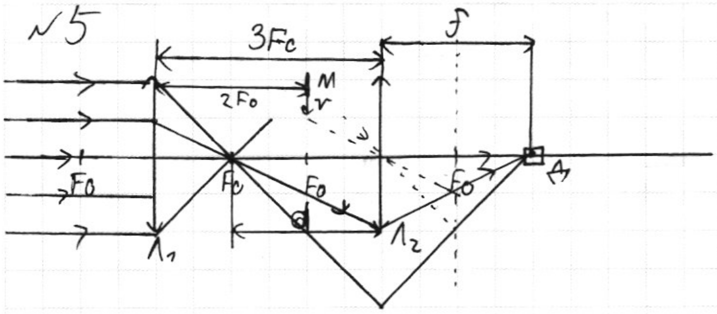
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



$F_0, D, \tau_0; I_1 = \frac{3I_0}{4}$

Найти:

1) $f = ?$

2) $v = ?$

3) $t_1 = ?$

1) Т.к. пучок лучей параллелен оси системы, то лучи собираются в фокусе линзы $Л_1$ =>

$\Rightarrow d = 3F_0 - F_0 = 2F_0$

$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow f = 2F_0$

2) Т.к. $I_1 = \frac{3I_0}{4}$, а мощность падающего света зависит от того, сколько лучей попадает на линзу*(и соответственно на детектор), то справедливо равенство $\frac{4S_M}{\pi D^2} = \frac{I_0 - I_1}{I_0}$

$S_M = \frac{\pi d_M^2}{4} = \frac{\pi D^2}{4I_0}(I_0 - I_1) \Rightarrow d_M = \frac{D}{\cancel{M}}\sqrt{\frac{I_0 - I_1}{I_0}} = \cancel{\frac{D}{2}}\ \frac{D}{2}$

(всей своей площадью)

Т.к. v постоянна, то мишень полностью перекрывает линзу за время τ_0 (в начале мишень только начинала перекрывать вторую линзу)

$\Rightarrow v = \frac{d_M}{\tau_0} = \cancel{\frac{D}{2\tau_0}}\ \frac{D}{2\tau_0}$

3) ~~Если~~ $L_M = D - \cancel{2}d_M = \frac{D}{2} \Rightarrow (t_1 - \tau_0) \cdot v = L_M;\ t_1 = \frac{L_M}{v} + \tau_0\ \cancel{}\ 2\tau_0$

Ответ: 1) $f = 2F_0$; 2) $v = \frac{D}{2\tau_0}$; 3) $t_1 = \cancel{3\tau_0}\ 2\tau_0$

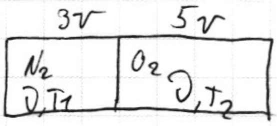
~~* В зависимости от занятой мишенью площади линзы находи~~

* ~~Часть~~ Отношение числа лучей, попавших на мишень к ~~отношению~~ числу лучей, попавших на линзу равно отношению площади мишени к площади линзы, не перекрываемой мишенью т.е. $\frac{S_M}{S_Л - S_M}$; $S_Л = \frac{\pi D^2}{4}$, а $\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_Л - S_M}{S_Л} =$

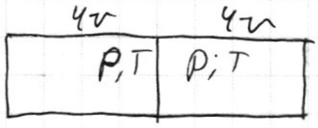
$= 1 - \frac{S_M}{S_Л} \Rightarrow \frac{S_M}{S_Л} = 1 - \frac{I_1}{I_0} = \frac{I_0 - I_1}{I_0}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\Rightarrow$



$p \cdot 4V = \nu RT$

$p \cdot 4V = \nu RT$

$p_1 V_1 = \nu R T_1$

$p_1 V_2 = \nu R T_2$

$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$

$p(V_1 + \Delta V) = \nu R(T_1 + \Delta T)$

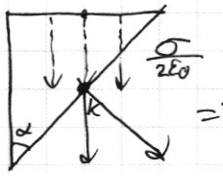
$p(V_2 + \Delta V) = \nu R(T_2 - \Delta T)$

$\frac{5}{2}\nu R T_1 + \frac{5}{2}\nu R T_2 = \frac{5}{2}\cdot 2\nu RT \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400\,K$

$\frac{5}{2}\nu R T_2 = Q + A + \frac{5}{2}\nu RT$

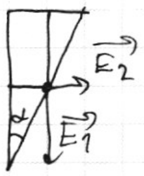
$p_1 = \frac{\nu R T_1}{\cancel{3V} = V_1} = \nu R$

$\frac{7}{2}\cdot\frac{3}{\cancel{7}}\cdot 100k \cdot 8{,}31$



$\Rightarrow$ в $\sqrt{2}$ раз

$\times \frac{150}{8{,}31}$



$|\vec{E_1}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$|\vec{E_2}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

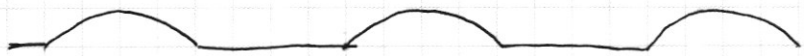
$\Rightarrow E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{\sigma\sqrt{5}}{2\varepsilon_0}$

$\times \frac{8{,}31}{1{,}5}$

4155

831

1246,5



$\pi\sqrt{LC} + \pi\sqrt{3LC} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3} + 1)$

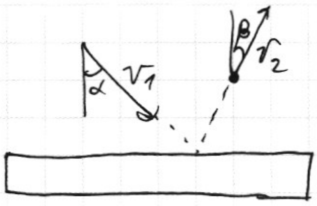
$\varepsilon q = \frac{q^2}{2C} + \frac{(L_1 + L_2)I^2}{2}$

$\frac{q^2}{2C}$

$q = C\varepsilon$

$\varepsilon q_1 = \frac{q_1^2}{2C} \Rightarrow q_1 = 2C\varepsilon$

$\frac{C\varepsilon^2}{2} = \frac{3LI^2}{2} = I = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{3L}}$



$v_2 \cancel{\sin}\,\beta = v_1 \sin\alpha \Rightarrow$

$V_2 = \frac{v_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = 12$ м/с.

$V_2 \cos\beta = 6\sqrt{3}$ м/с.

$V_1 \cos\alpha = \cancel{8}\sqrt{2}\sqrt{7}$ м/с.

$v_2 \cos\beta = 2u - v_1\cos\alpha \Rightarrow u = \frac{v_2\cos\beta + v_1\cos\alpha}{2}$

$u > 3\sqrt{3} + \sqrt{7}$ м/с.

Пусть ~~газ~~ O_2 отдал ΔQ тепла, тогда $\Delta T = \frac{\Delta Q}{C_V \nu}$

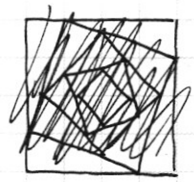
и $\Delta p = \frac{\nu R \Delta T}{V} = \frac{2\Delta Q}{5V}$

$2\Delta p$

$A_{N_2} =$

$(p + \Delta p) V_1' = \nu R (T_1' + \Delta T)$

$(p - \Delta p) V_2' = \nu R (T_2' + \Delta T)$ $\Rightarrow$ $\Delta p = \frac{\nu R \Delta T}{V_1'} = \frac{\nu R \Delta T}{V_2'}$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)