

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

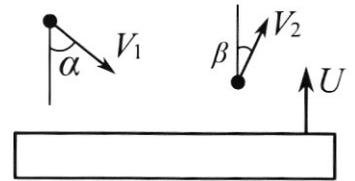
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

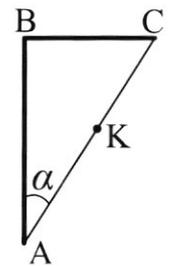
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

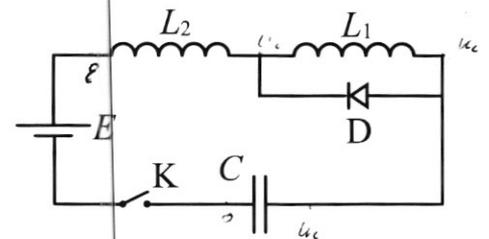
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

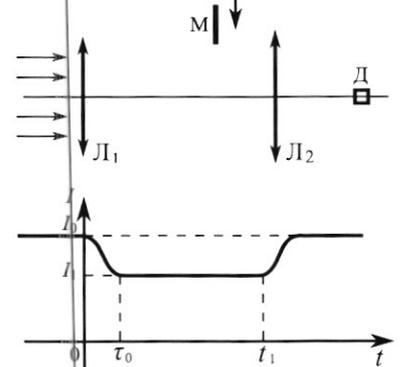


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

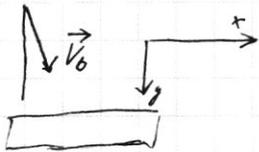
Решение: 1) Можно записать закон сохранения импульса на ось Ox :

$$m \cdot v_1 \cdot \sin \alpha = m \cdot v_2 \cdot \sin \beta; \quad v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 2}{4} = 12 \text{ м/с}$$

Ответ 1) $v_2 = 12 \text{ м/с}$.

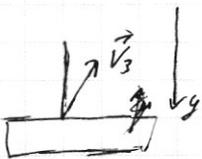
2) u - ? Перейдем в СО плиты; тогда $\vec{v}_{\text{уд}} = \vec{v}_{\text{пл}} + \vec{v}_{\text{отн}}$

v_0 - нач. скорость шара относительно плиты



$$v_{0x} = v_1 \cdot \sin \alpha; \quad v_{0y} = v_1 \cdot \cos \alpha + u$$

v_3 - скорость шара отн. плиты после удара



$$v_{3x} = v_2 \cdot \sin \beta$$

$$v_{3y}; \quad \text{но } \vec{v}_{\text{уд}} = \vec{v}_3 + \vec{u} \Rightarrow v_{\text{уд}y} = v_{3y} + u_y \Rightarrow$$

$$v_2 \cdot \cos \beta = v_{3y} + u$$

$v_{3y} = v_2 \cdot \cos \beta - u$. Так как удар неупругий, пусть удар неупругий, но выделяется бесконечно мало теплоты. Тогда мы сможем найти предельное значение u (минимумное). \Rightarrow ~~величина v_{3y} равна нулю~~

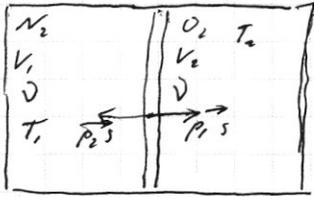
$$v_{3y} = 0 \Rightarrow |v_{3y}| = |v_{0y}| \quad (\text{т.к. на ось } y \text{ действует внешняя реакция})$$

$$v_2 \cdot \cos \beta - u = v_1 \cdot \cos \alpha + u \Rightarrow 2u = -v_1 \cdot \cos \alpha + v_2 \cdot \cos \beta \Rightarrow$$

$$u > \frac{v_1 \cdot \cos \alpha - v_2 \cdot \cos \beta}{2} \Rightarrow u > \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow u > (3\sqrt{3} - \sqrt{3}) \text{ м/с}$$

Ответ: 2) $u > (3\sqrt{3} - \sqrt{3}) \text{ м/с}$

1) $\frac{V_1}{V_2} = ?$ V_1 - объем азота. V_2 - кислорода
 Процесс изотермический температура постоянна \Rightarrow изотермический или, где существуют на процесс скелетирования \Rightarrow По 2.3. Неймана:



p_1 - давление N_2
 $p_2 = O_2$

$\vec{p}_1 \cdot S + \vec{p}_2 \cdot S = 0 \Rightarrow p_1 \cdot S = p_2 \cdot S \Rightarrow p_1 = p_2 \Rightarrow$
 По уравнению Менделеева-Клапейрона:

Для азота: $p_1 \cdot V_1 = \nu R T_1$
 Для кислорода: $p_2 \cdot V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5} = 0,6 \quad \text{Ответ 1) } 0,6$$

2) $T = ?$ (уст. температура). Так как процесс происходит без трения, а сосуд теплоизолирован, то энергия системы сохранится \Rightarrow По закону сохранения энергии:

$$U_1 + U_2 = U_{1,1} + U_{2,1}$$

U_1 - эн. азота в начале : $U_1 = C_V \cdot \nu \cdot T_1$ $U_{1,1} = C_V \cdot \nu \cdot T$
 U_2 - кислорода в нач : $U_2 = C_V \cdot \nu \cdot T_2$ $U_{2,1} = C_V \cdot \nu \cdot T \Rightarrow$
 $U_{1,1}$ - эн. азота в конце
 $U_{2,1}$ - эн. кислорода в конце.
 $C_V \cdot \nu \cdot (T_1 + T_2) = 2 C_V \cdot \nu \cdot T$

$$\frac{T_1 + T_2}{2} = T = 400 \text{ K} \quad \text{Ответ: } T = 400 \text{ K}$$

3) $Q = ?$ ~~Решение~~ Так как тепло не передается, а работа, совершаемая двумя газами, равна работе над другим газом, то

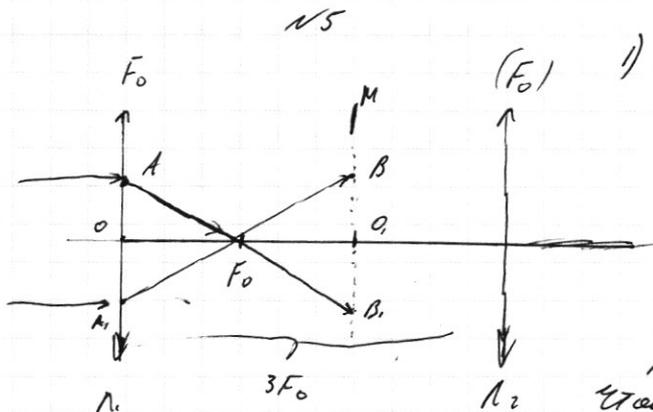
$$Q = A_{O_2} = U_{1,2} - U_{1,1} = C_V \cdot \nu \cdot (T - T_1) = \frac{C_V \cdot \nu \cdot (T - T_1)}{2}$$

$$= \frac{5 R \cdot 3200}{2 \cdot 7} = \frac{1500 \cdot 8,31}{7} = 119 \cdot 15 = 1785 \text{ Дж}$$

Ответ: 1785 Дж.

831/7
 $\frac{1500 \cdot 8,31}{7} = 1785$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) Пучок лучей // 200
после преломления
проходит τ -з фокус
линзы \Rightarrow для

L_2 как пучок превр-
щется в точечный
предмет, находящийся
на $3F_0 - F_0 = 2F_0$ от $L_2 \Rightarrow$
чтобы лучи попали в фото-
детектор он должен быть

расположен на расстоянии $2F_0$ от L_2 (т.к. ув. в
этой же фокус равно 1)

Ответ 1) $2F_0$.

2) Мишень находится на расстоянии $2F_0$ от L_2 , а

так как ход лучей преломлен, то образуются

равные L (например A, F_0, O и B, O, F_0) \Rightarrow "плотность"

лучей на таком расстоянии будет такой же, как

при их входе в линзу. Пусть N_0 - мощность света \Rightarrow

$$k \cdot N_1 = I(N_1) \Rightarrow \frac{N_1}{N_0} = \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow N_1 = \frac{3}{4} N_0 \Rightarrow \text{мишень}$$

N_0 - мощность при I_0

N_1 - мощность при I_1

максимально может поглотить 25%
лучей $\Rightarrow L_n$ - длина мишени;

$$L_n = \frac{1}{4} D \Rightarrow V_n = \frac{L_n}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}, \text{ Ответ 2) } V = \frac{D}{4\tau_0}.$$

3) За время t_1 нижний конец мишени

полностью проходит все лучи $\Rightarrow t_1 = \frac{D}{v} = 4\tau_0$

Ответ 3) $t_1 = 4\tau_0$.

N3.

1) $\frac{E_2}{E_1} = ?$; $\sigma_{BC} = \sigma_{AB} = \sigma$ σ - пов. · плотность заряда \Rightarrow

Рассмотрим ситуацию, когда заряжена только BC

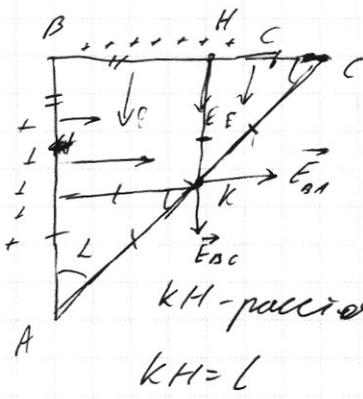
$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (теорема Гаусса)

Тогда же $E = \frac{kQ}{r^2}$ (если сосредоточено поле)

$\sigma = \frac{Q}{S}$

Пусть поле сосредоточено \Rightarrow

$E_1 = \frac{k \cdot \sigma \cdot S}{L^2} = \frac{kQ}{L^2}$



КН - расстояние от К до BC

$КН = L$

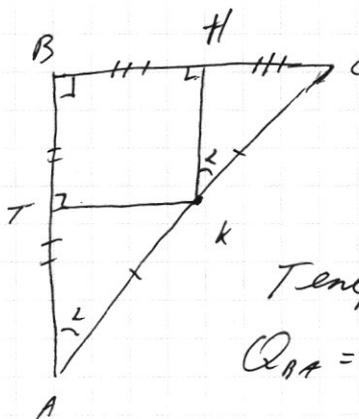
$E_{BA} = E_{AC}$

Когда же заряжена и пластинка BA, то её заряд будет таким же, как и пластинка BC, т.к. $\triangle BCA$ - прямоугольный, а $\angle BAC = 45^\circ \Rightarrow$ так как \vec{E} - векторная величина, то $E_2^2 = E_1^2 + E_1^2 \Rightarrow E_2 = \sqrt{2} \cdot E \Rightarrow$

$E_{BA} = \frac{kQ}{L^2} = E_{AC} = E_1$

Ответ $1/\sqrt{2}$ раз

2) $L = \frac{r}{\sqrt{2}}$; $\sigma_1 = 2\sigma$; $\sigma_2 = \sigma$; $\vec{E} = ?$



$КН = \frac{1}{2} BA$; $КТ = \frac{1}{2} BC$

Рассмотрим пластинку BC: Q_{BC} - её заряд

$Q_{BC} = 2\sigma \cdot S_{BC}$, S_{BC} - площадь BC

Теперь пластинку BA:

$Q_{BA} = \sigma \cdot S_{BA}$; Найдем напряженность, которую создаст BC в точке К. Для упрощения

можно сконцентрировать заряд пластинки в её середине (то есть в точке Н). По свойству $\sim HK \perp BC \Rightarrow$

HK - расстояние от заряда до точки К $\Rightarrow E_3^2$

$E_3 = \frac{k \cdot 2\sigma \cdot BC \cdot k}{HK^2}$; $BC = 2BH = 2HC$; $\tan L = \frac{HC}{HK}$; $HK = \frac{HC}{\tan L}$

$E_3 = \frac{k \cdot 2\sigma \cdot k \cdot 2 \tan^2 L}{BC}$, где k - $\frac{1}{2}$ - размерность пластинки (безразмерная) $HK = \frac{BC}{2 \tan L}$

Тогда аналогично для BA (E_4):

$$E_4 = \frac{k \cdot Q \cdot S_{BA}}{r^2}, \quad \text{где } \epsilon_0 L = \frac{27k}{BA}, \quad r_k = \frac{BA \cdot \epsilon_0 L}{2}$$

$$E_4 = \frac{k \cdot Q \cdot BA \cdot k \cdot q}{BA^2 \cdot \epsilon_0^2 L} = k \cdot Q \cdot k \cdot q \cdot \frac{1}{BA \cdot \epsilon_0^2 L} = k \cdot Q \cdot k \cdot q \cdot \frac{BA}{BC^2} =$$

$$\epsilon_0 L = \frac{BC}{BA}$$

~~$$\frac{k \cdot Q \cdot BA}{\epsilon_0^2 L} \cdot \frac{1}{BA}$$~~

$$E_3 = k \cdot Q \cdot Q \cdot k \cdot \frac{BC}{BA^2} = \dots \text{ Найдем отношение } \frac{E_4}{E_3}:$$

$$\frac{E_4}{E_3} = \frac{4 \cdot BA \cdot BA^2}{BC^2 \cdot 8 \cdot BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{c \cdot \epsilon_0^2 L}{1} \Rightarrow \text{ Пусть } E_4 = \frac{E_3}{2}, \text{ тогда}$$

$$E_3 = \frac{E_4}{2} \cdot \frac{c \cdot \epsilon_0^2 L}{1} \Rightarrow$$

$$E = E_3^2 + E_4^2 = \frac{E_3}{2\epsilon_0} \sqrt{1 + \frac{c \cdot \epsilon_0^2 L}{4}}$$

$$\text{Ответ: } E = \frac{E_3}{2\epsilon_0} \sqrt{1 + \frac{c \cdot \epsilon_0^2 L}{4}}$$

Или.

1) Можно рассмотреть как части 2-х отдельных колебаний: До полной зарядки C колебания происходят, как при C и 3L $\Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{3LC}$ (по формуле Томсона)

До полной разрядки - колебания C с C и L $\Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{LC}$

$$T = T_1 + T_2 = 2\pi\sqrt{LC}(\sqrt{3} + 1) \quad \text{Ответ: } T = 2\pi\sqrt{LC}(\sqrt{3} + 1)$$

2) По з. C \Rightarrow :

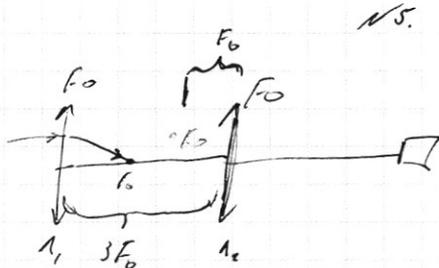
~~$$\frac{3L}{7} I^2 = \frac{CQ^2}{7}; \quad I_{\text{н.}} = I = E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}}$$~~

$$\text{Ответ: } 2) I_{\text{н.}} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

3) По з. C \Rightarrow : $\frac{CQ^2}{8} = \frac{L I_{\text{н.}}^2}{8} \quad I_{\text{н.}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot E$

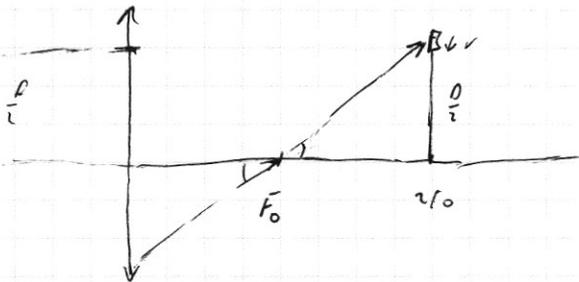
$$\text{Ответ: } 3) I_{\text{н.}} = E \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$k \cdot N = I$$

$$I_1 = \frac{3}{4} I_0 \Rightarrow$$



Дано: E, C, L_1, L_2



на L - ток
на C - U

NR.

1) $2F_0$

3) $4\tau_0$

2) V миним = ~~$\frac{P}{4\tau_0}$~~

$N_1 = \frac{3}{4} N \Rightarrow$ минимум по V достигается
в 75% от $2\tau_0$ \Rightarrow 25% от $4\tau_0$
всего $1\tau_0 \Rightarrow$

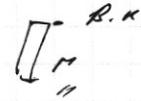
$$L_H = 0,25\% D \Rightarrow$$

$$V = \frac{D}{4\tau_0}$$

3) $t_1 - ?$

на U ($t_1 - \tau_0$)

в.к. проходим



$$D - \frac{D}{4} = \frac{3}{4} D \Rightarrow$$

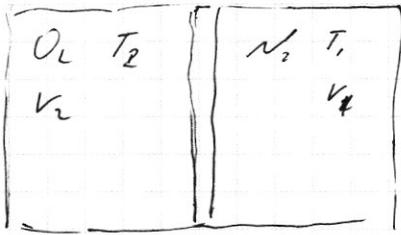
$$(t_1) \frac{3}{4} D = V = 3\tau_0 \Rightarrow t_1 = 4\tau_0$$

$$t_1 = \frac{3D}{V}$$

$T_1 = 300\text{K}$

N2

$\frac{V_1}{V_2} = ?$



$p \cdot V_1 = \nu R T_1$
 $p \cdot V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}}$

2) Процесс равновесный $T_2 = ?$

BCD, т.к. трения нет.

$E_1 = C_v \cdot T_1 \cdot \nu + C_v \cdot T_2 \cdot \nu = C_v \nu (T_1 + T_2)$

$C_v = \frac{5R}{2} \Rightarrow i = 5$

$E_2 = 2 C_v \nu \cdot T = C_v \nu (T_1 + T_2)$

$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$

3) $\Delta Q = ?$

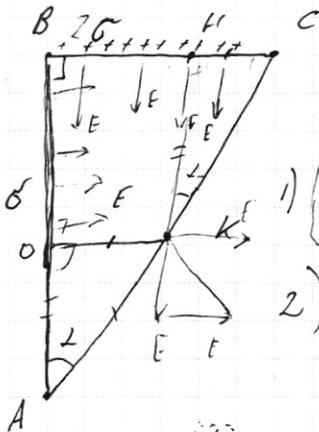
$\Delta Q = |A| = C_v \cdot \nu (T_2 - T_1)$

$C_v \nu \cdot (T_2 - \frac{T_1 + T_2}{2}) = C_v \nu (\frac{T_2 - T_1}{2})$

N3.

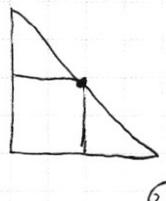
$E = \frac{Q}{2605} \Rightarrow \frac{6}{260}$

Узр BC = AB, т.к. $L = \frac{r}{4} \Rightarrow Q_{BC} = Q_{AB}$



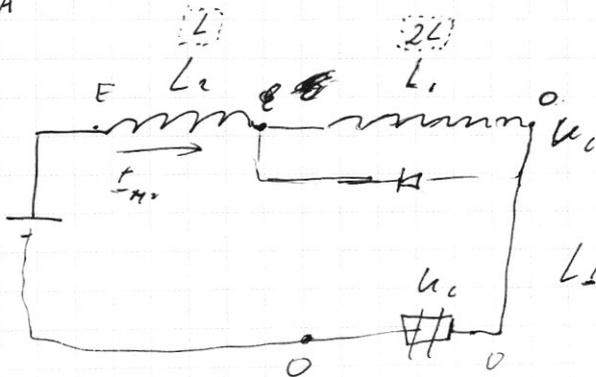
1) $\sqrt{2} P$

2)



$S_1 = L_1 \cdot h$
 $S_2 = L_2 \cdot h$

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{KQ}{\frac{1}{2}L} = E$



$L I = U_c$

N4.

$i \sqrt{LC}$

T- период колебаний?

$\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 320} = ?$

Колебания тока в L_1

$I_{max} = ?$

L^2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№. Что может быть интереснее
вообще -? Дано: $\varepsilon; \sigma; L_1; L_2$

$$\frac{T_1}{2} = \pi \sqrt{3LC}; \quad T_2 = \pi \sqrt{LC} \Rightarrow T = 2\sqrt{LC}(\sqrt{3}+1)\sigma$$

$L_{\text{экв}}$ -? что это это. как как как. думай!

