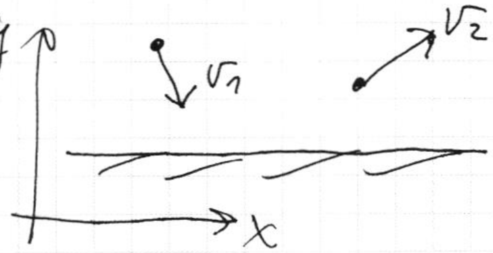
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

– рассмотрим абсолютно упругий удар с плоскостью:



– т.к. трения нет, то $\boxed{v_{1x}=v_{2x}}$

– при абс. упругом ударе энергия сохраняется ⇒

$v_1 = v_2$

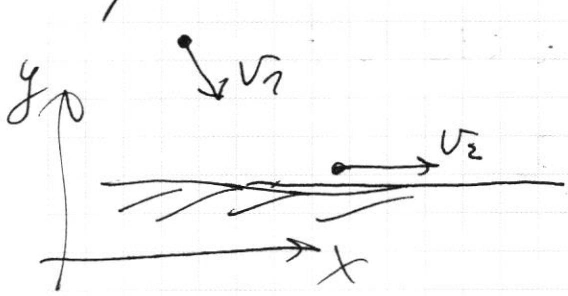
$v_1^2 = v_2^2$

$v_{1x}^2+v_{1y}^2 = v_{2x}^2+v_{2y}^2$; $v_{1x}=v_{2x}$

⇓

$\boxed{v_{1y}=v_{2y}}$

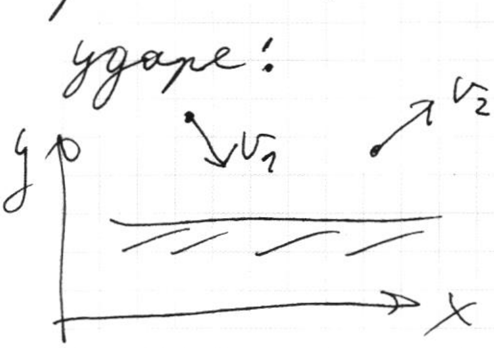
– рассмотрим абсолютно неупругий удар:



– т.к. трения нет, то $\boxed{v_{1x}=v_{2x}}$

– т.к. удар абсолютно неупругий, то $v_{2y}=0$ ⇒ $\boxed{v_2=v_{2x}=v_{1x}}$

– просто ~~удар~~ неупругий удар занимает промежуточное положение между двумя рассмотренными выше ударами, при таком ударе:

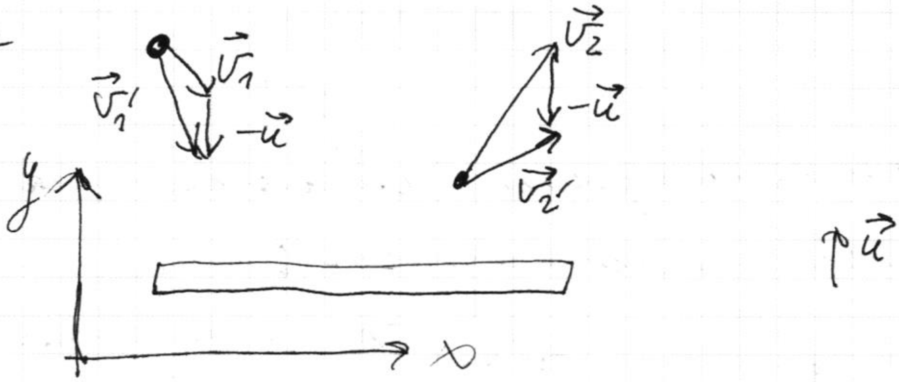


$$\boxed{\begin{aligned} v_{1x} &= v_{2x} \\ v_{1y} &> v_{2y} > 0 \end{aligned}}$$

! (все проекции я рассматривал по модулю).

– в основной задаче перейдем в СО плиты, так можно сделать, т.к. плита массивная → её скорость практически не изменяется в ходе удара

$\vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{u}$!



$v_{1x}' = v_{2x}'$:

$v_1 \cdot \sin\alpha = v_2 \cdot \sin\beta$

$$\boxed{v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \cancel{12}^{6}\,\frac{1\cdot 3}{\cancel{2}\cdot 1} = 18 \text{ м/с}}$$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$v_{1y}' > v_{2y}' > 0$:

$v_1\cos\alpha + u > v_2\cos\beta - u > 0.$

$u < v_2\cos\beta = \frac{\cancel{18}^{6}\cdot 2\sqrt{2}}{\cancel{3}} = 12\sqrt{2}$ м/с $u < 12\sqrt{2}$ м/с

$2u > v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha = 12\sqrt{2} - \frac{\cancel{12}^{6}\cdot\sqrt{3}}{\cancel{2}}$

$u > 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ м/с !

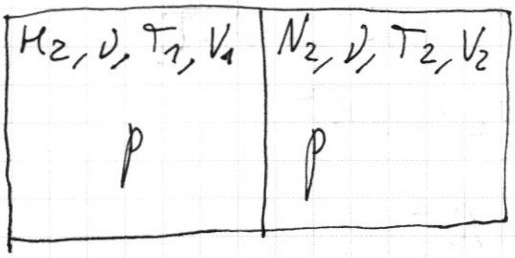
$$\boxed{\text{Ответ: 1) } v_2 = 18 \text{ м/с}; \text{ 2) } u \in (6\sqrt{2} - 3\sqrt{3};\ 12\sqrt{2}) \text{ м/с}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

– так как поршень перемещается без трения, то условием механического равновесия поршня будет равенство давлений слева и справа от него.

– начальный момент времени:



$pV_1 = \nu \cdot R \cdot T_1$ (1)

$pV_2 = \nu \cdot R \cdot T_2$ (2)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{\cancel{35}\,7}{\cancel{55}\,11}$$

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11}}$$

– так как H_2 и N_2 – двухатомные газы + в условии нам явно указали, что $C_V = \frac{5R}{2}$, у молекул этих газов точно 5 степеней свободы, внутренняя энергия такого газа будет определяться по формуле $U = \frac{5}{2}\nu R T$.

– так как сосуд теплоизолирован, то в ходе процесса установления равновесия внутренняя энергия системы будет сохраняться:

$$\frac{5}{2}\nu \cdot R \cdot T_1 + \frac{5}{2}\nu \cdot R \cdot T_2 = \frac{5}{2} 2\nu R T \quad (3)$$

$$T_1 + T_2 = 2T$$

$$T = \frac{T_1+T_2}{2} = \frac{350+550}{2} = \frac{900}{2} = \boxed{450K = T}$$

– конечное состояние:

V – объём всего сосуда

H_2, ν, T, V_3 p_1	N_2, ν, T, V_4 p_1

$p_1 \cdot V = 2\nu \cdot R \cdot T$ → Менд.-Клап. для всей системы

(1) + (2): $p(\overbrace{V_1+V_2}^{V}) = \nu R T_1 + \nu R T_2$

$$pV = \nu R T_1 + \nu R T_2$$

Из (3): $\nu R T_1 + \nu R T_2 = 2\nu R T$

$$\Downarrow$$

$$pV = 2\nu R T$$

$$\Downarrow$$

$p_1 = p$ → я получил важный факт, что в ходе процесса давление не меняется, что и понятно, и абсолютно логично, т.к. сохраняется энергия → процессы, которые происходят с газами – <u>изобарические</u>!

$p_1 \cdot V_3 = \nu R T$
$p_1 \cdot V_4 = \nu R T$ $\Rightarrow \frac{V_3}{V_4} = 1. \Rightarrow V_3 = V_4 = \frac{V}{2}.$

– для начального состояния: $V_1 = \frac{7}{18}V$, $V_2 = \frac{11}{18}V$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

– запишем 1-е начало термодинамики для водорода: $Q = A + \Delta U$

$\Delta U = \frac{5}{2}\nu R(T - T_1)$.

$A = p(V_3 - V_1)$ (т.к. процесс изобарический).

$p = p_1 = \frac{2\nu RT}{V}$; $V_3 - V_1 = \frac{V}{2} - \frac{7}{18}V = V\left(\frac{9}{18} - \frac{7}{18}\right) = V \cdot \frac{2}{18} = \frac{V}{9}$

$A = \frac{2\nu RT \cdot \cancel{V}}{\cancel{V}\ 9}$

$Q = \frac{2}{9}\nu RT + \frac{5}{2}\nu R(T - T_1) = \nu R\left(\frac{2 \cdot \cancel{450}^{50}}{\cancel{9}} + \frac{5 \cdot \cancel{100}^{50}}{\cancel{2}}\right) =$

$= \nu R \cdot 350 = \frac{6 \cdot \cancel{350}^{50}}{\cancel{7}} \cdot R = \boxed{300 \cdot R \text{ Дж} = Q}$

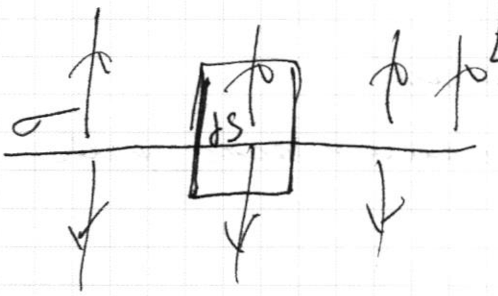
(Это выражение можно было получить и по-другому: $Q = C_p\nu \cdot (T - T_1)$; $C_p = C_V + R = \frac{7}{2}R$

$Q = \frac{7}{2}\nu R(T - T_1) = \nu R \cdot \frac{7 \cdot \cancel{100}^{50}}{\cancel{2}} = \frac{6 \cdot \cancel{7} \cdot 50}{\cancel{7}} \cdot R = 300R$ Дж $\rightarrow$ результаты одинаковые, т.к. всё логично).

$$\boxed{\text{Ответ: 3) } Q = 300 \cdot R \text{ Дж} = 300 \cdot 8{,}31 \text{ Дж} = 2493 \text{ Дж}; \text{ 2) } T = 450K; \text{ 1) } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11}}$$

№3

- выведем поле бесконечной заряженной пластины:



$$\to d\Phi = \frac{dq}{\varepsilon_0}$$

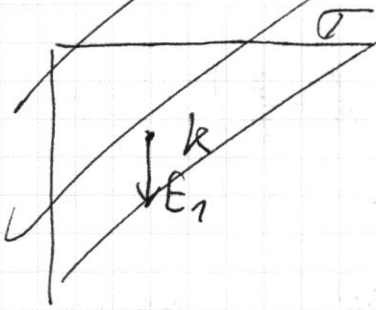
$$d\Phi = 2E\,dS\,;\quad dq = \sigma\,dS$$

$$2E\,dS = \frac{\sigma\,dS}{\varepsilon_0}$$

$$\underline{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

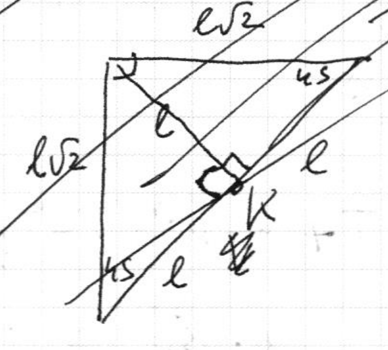
~~1)~~

~~- заряжена только пластина BC:~~

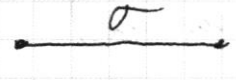


~~$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.~~

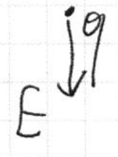
~~- геометрия рисунка:~~

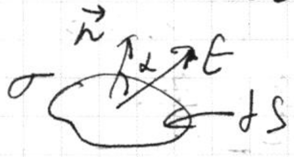


- рассмотрим произвольную пластину (она перпендикулярна пл-кости рисунка; в плоскости рисунка она не бесконечна) и заряд.; пластина видна из точки заряда под телесным углом Ω



- рассмотрим малый кусок пластины: E-поле (внешнее, создаваемое зарядом)





$$dF_n = dq\cdot E_n = \sigma\,dS\cdot E_n.$$

$$d\Phi = (\vec{E}\cdot d\vec{S}) = E_n\,dS \Rightarrow dF_n = \sigma\cdot d\Phi$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

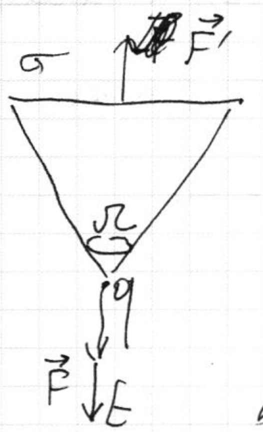
№3 (продолжение)

$dF_n = \sigma \cdot d\varphi$

$\Downarrow$

$\boxed{F_n = \sigma\,\varphi}$ → важная формула!

— во всех ситуациях в задаче заряд расположен симметрично относительно пл-костей => $F = F_n$.



$|\vec{F}| = |\vec{F}'| = F$.

$F = \sigma \cdot \varphi_{полн} \cdot \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{\sigma \cdot q\Omega}{\varepsilon_0 \cdot 4\pi} = qE$

E — поле пластины в окрестности заряда

$\boxed{E = \frac{\sigma\Omega}{\varepsilon_0 \cdot 4\pi}}$ → буду использовать!

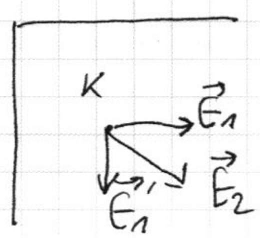
1) расположение заряда симметрично относительно обеих пластин => электрические поля от первой и второй пластины в области заряда равны по модулю, но перпендикулярны.

— заряжена одна пластина.

$\vec{K}$

$\vec{E}_1$

-заряжено 2 пластины:

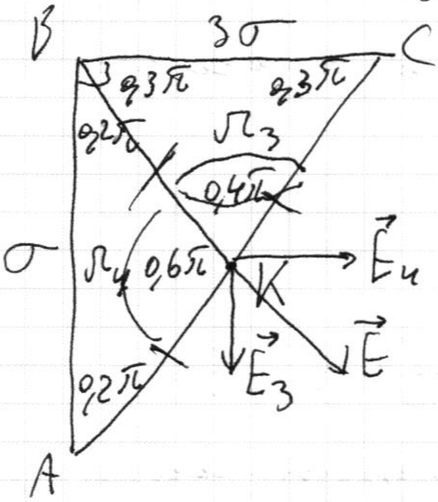


$\vec{E}_2 = \vec{E}_1 + \vec{E}_1'$

$E_2 = \sqrt{2}\, E_1$ (Пифагор)

$$\boxed{\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}}$$

2) теперь пластины видны под разными телесными углами!



-все отмеченные на рисунке углы, кроме Ω_3 и Ω_4 - плоские Ω_3 и Ω_4 - телесные углы.

$$\frac{\Omega_3}{4\pi} = \frac{0{,}4\pi}{2\pi} = \frac{2}{5\cdot 2} = \frac{1}{5} = 0{,}2.$$

$$\frac{\Omega_4}{4\pi} = \frac{0{,}6\pi}{2\pi} = \frac{3}{5\cdot 2} = 0{,}3$$

$$E_3 = \frac{3\sigma}{\varepsilon_0\cdot 5} = \frac{3}{5}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{6}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_4 = \frac{\sigma\cdot 3}{\varepsilon_0\cdot 10} = \frac{3}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E = \sqrt{E_3^2 + E_4^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\cdot 10}\sqrt{36+9} = \frac{\sqrt{45}}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{3\sqrt{5}}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

$$\boxed{\text{Ответ: 1) в } \sqrt{2} \text{ раз; 2) } E = \frac{3\sqrt{5}}{10}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

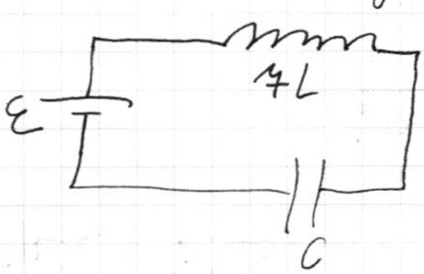
☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

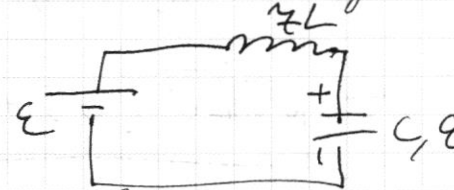
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

- для начала рассмотрим систему без диодов: заменим 2 катушки на одну эквивалентную:



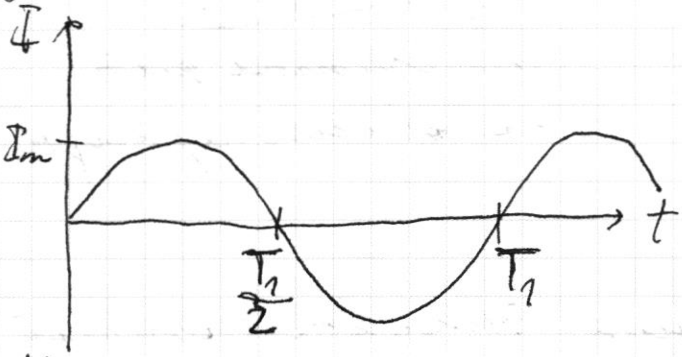
- такая система обладает положением равновесия (тока в цепи нет, конденсатор заряжен до напряжения ε):



$U_0 = \varepsilon; q_0 = C\varepsilon.$

$I_0 = 0.$

- вокруг этого положения равновесия и будут происходить колебания с $T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{7LC}$



$\frac{T_1}{2} = \pi \cdot \sqrt{7LC}.$

- при колебаниях

$I = q'$

⇓

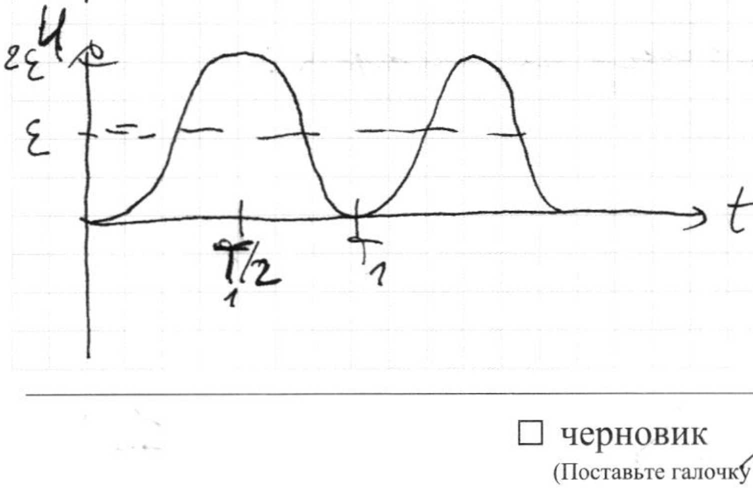
$I_m = q_m \cdot w.$; $q_m = CU_m.$

$I_m = CU_m \cdot w$

U_m - амплитуда U.

⇓

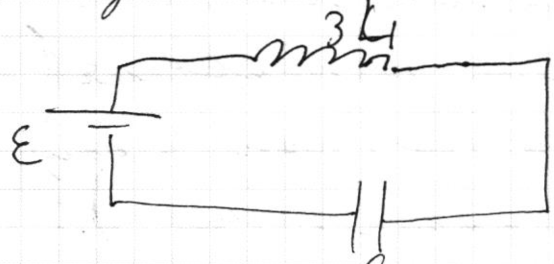
$I_m = C\varepsilon w = \frac{C\varepsilon}{\sqrt{7LC}}.$



– первую половину периода колебаний в исходной задаче диод закрыт, его можно убрать, система будет полностью аналогична системе без диода.

– во 2 половину периода диод открыт, через катушку L_1 ток не течёт.

– эквивалентная схема во 2 половину периода:



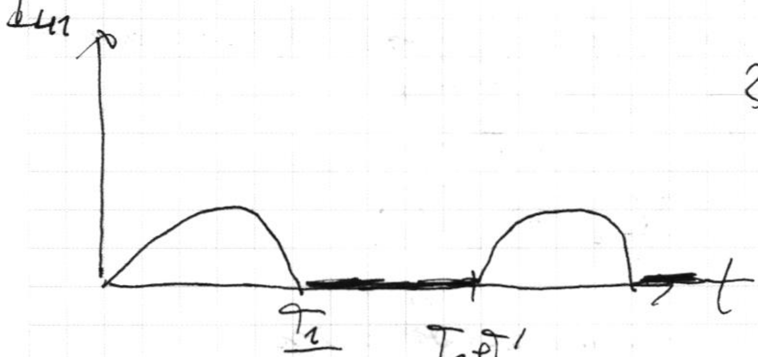
$$T' = 2\pi\sqrt{3LC}.$$

$$\frac{T'}{2} = \pi\cdot\sqrt{3LC}.$$

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T'}{2} = \pi\left(\sqrt{3LC}+\sqrt{7LC}\right) =$$

$$= \boxed{\pi\sqrt{LC}\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right) = T}$$

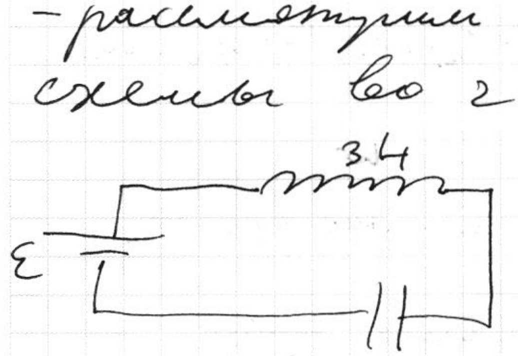
– ток от времени в L_1 в исходной задаче:



2) $\boxed{I_{m1} = I_m = \frac{C\varepsilon}{\sqrt{7LC}}}$

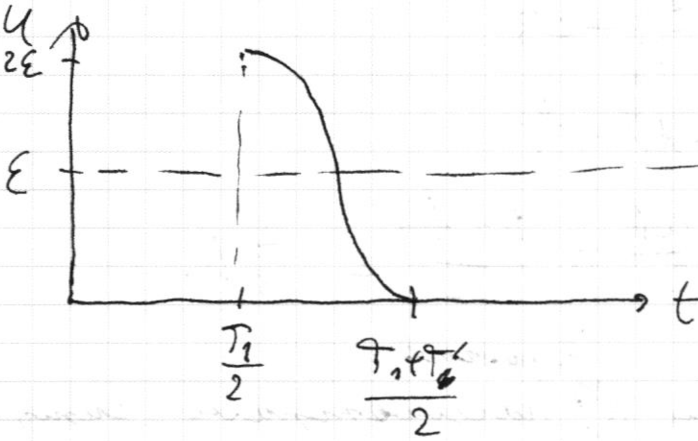
уже считал для 1 половины периода.

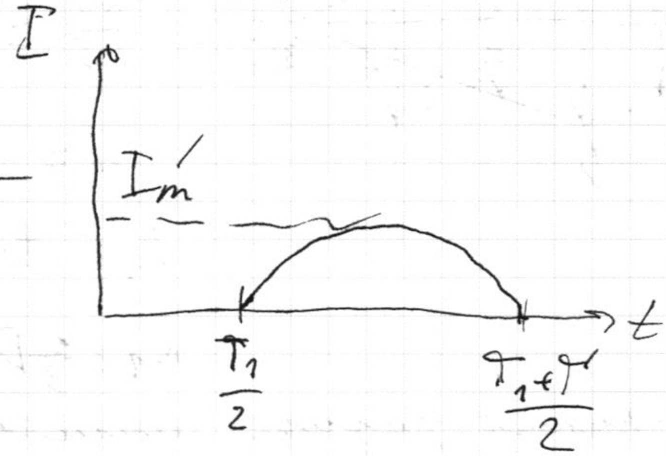
– рассмотрим поведение эквивалентной схемы во 2 половину периода:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)





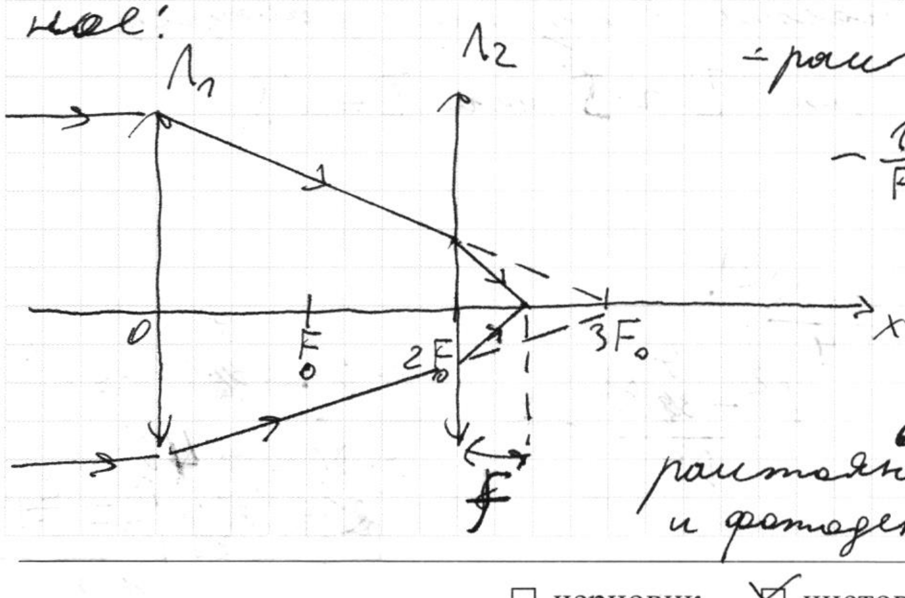
$$I_m' = C\varepsilon\omega' = \frac{C\varepsilon}{\sqrt{3LC}}$$

$\frac{C\varepsilon}{\sqrt{3LC}} > \frac{C\varepsilon}{\sqrt{7LC}} \Rightarrow$ 3) $\boxed{I_{M2} = \frac{C\varepsilon}{\sqrt{3LC}}}$

$\boxed{\text{Ответ: 1) } T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3}+\sqrt{7});\ \text{2) } I_{M1} = \frac{C\varepsilon}{\sqrt{7LC}};\ \text{3) } I_{M2} = \frac{C\varepsilon}{\sqrt{3LC}}}$

№5

- построим ход крайних лучей через линзы, пока забываем про всё остальное:



- рассчитаем F:

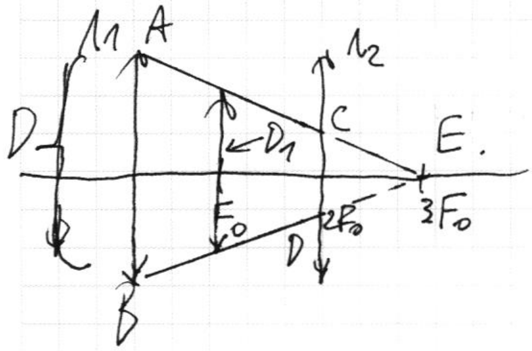
$$-\frac{1}{F_0} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{2}{F_0}$$

$$\boxed{F = \frac{F_0}{2}.}$$

расстояние между линзой и фотодетектором.

- мишень движется посередине между линзами, найдём радиус поперечного сечения пучка света в этой области:



$\triangle ABE \sim \triangle CDE$

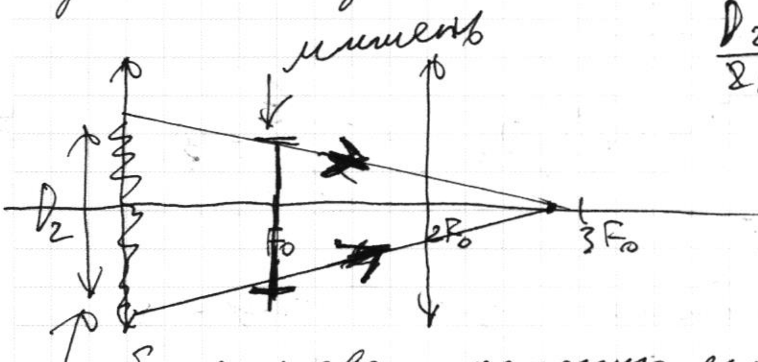
$$\frac{AB}{CD} = \frac{3F_0}{F_0} = 3$$

$$CD = \frac{1}{3}AB = \frac{D}{3}$$

$$D_1 = \frac{AB + CD}{2} = \frac{D + \frac{D}{3}}{2} = \frac{2}{3}D.$$

$$R_1 = \frac{1}{3}D$$

- пусть радиус мишени R; рассмотрим ситуацию, когда интенсивность света от детектора минимальна, тогда вся мишень находится в пучке света:



область света, которую мишень загораживает.

$$\frac{D_2}{2R} = \frac{3F_0}{2F_0}$$

$$D_2 = 3R. \qquad S_2 = \frac{\pi \cdot 9R^2}{4}$$

$$S = S_0 - S_2$$

$$S_0 = \frac{\pi D^2}{4}$$

- т.к. интенсивность в пучке распределена одинаково, то $I \sim S$ или $I = \alpha S$.

$$I_0 = \alpha \cdot S_0 = \alpha \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

$$I_1 = \alpha \cdot S = \alpha\left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi \cdot 9R^2}{4}\right).$$

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{D^2 - 9R^2}{D^2} = \frac{5}{9} \qquad \frac{D^2 - 9R^2}{D^2} = \frac{5}{9}$$

$$9D^2 - 9 \cdot 9R^2 = 5D^2$$

$$9 \cdot 9R^2 = 4D^2$$

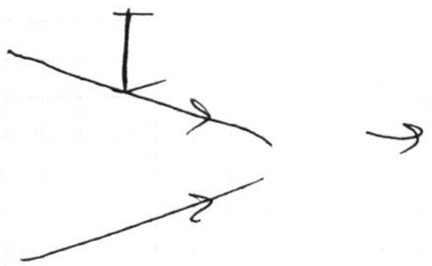
$$\boxed{R = \frac{2}{9}D}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

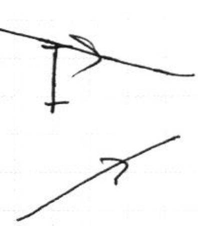
№5 (продолжение).

- за время τ_0 мишень попадает в пучок света $\Rightarrow$ за время τ_0 она проходит расстояние $2R$.

$t=0$:



$t=\tau_0$



2) $\boxed{v = \frac{2R}{\tau_0} = \frac{4D}{9\tau_0}}$

- за время t_1 мишень проходит расстояние D_1

3) $\boxed{t_1 = \frac{D_1}{v} = \frac{2D\cdot 9\tau_0}{3\cdot 4D} = 1{,}5\,\tau_0.}$

$\boxed{\text{Ответ: } 1)\ F = \frac{F_0}{2};\ 2)\ v = \frac{4D}{9\tau_0};\ 3)\ t_1 = 1{,}5\,\tau_0}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

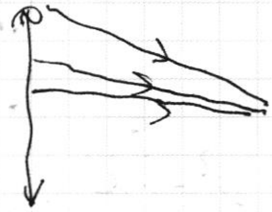
ШИФР

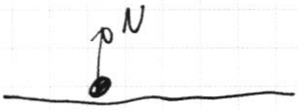
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

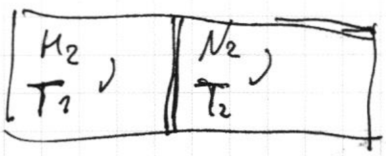
$\cancel{18}^{6} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\cancel{3}} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

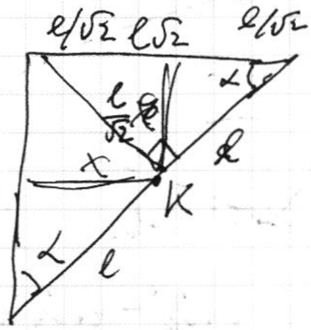
$8{,}31 \cdot 3 = 24{,}93$

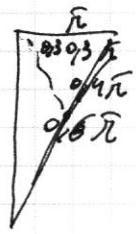


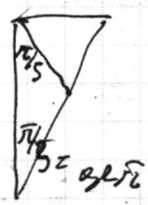


$\frac{2}{F} - \frac{1}{F} = \frac{1}{\cancel{F}}$

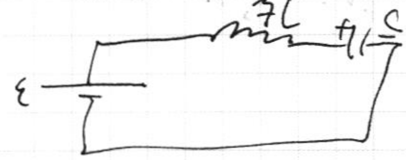






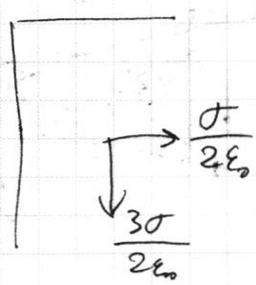


$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$



$\frac{\Gamma}{n^2}$ $\sigma = \frac{q}{\varepsilon_0} \frac{\pi}{\cancel{4} \cdot 4\pi}$ $E \cdot q$.

$E = \frac{\sigma \pi}{\varepsilon_0 \cdot 4\pi}$



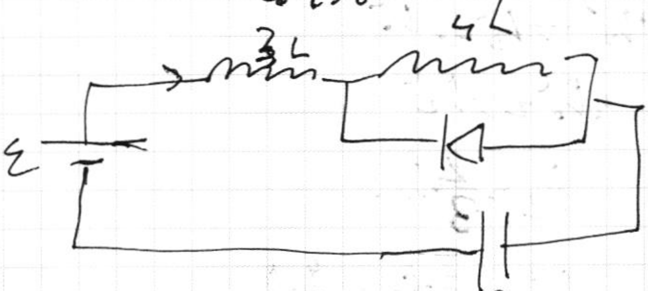
$7L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$.

$7Lq'' + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$.

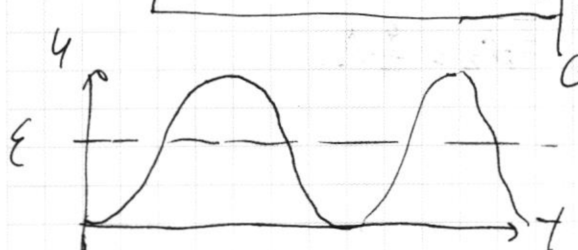
$\cancel{q'' + \frac{q}{7L}}$

$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \sqrt{9+1} = \frac{\sigma\sqrt{10}}{2\varepsilon_0}$

$\frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{5\sqrt{10}}{10}$ $q'' + \frac{q}{7LC} - \frac{\mathcal{E}}{7L} = 0$.



$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ $q = C\mathcal{E}\left(1 - \cos \frac{t}{\sqrt{7LC}}\right)$.



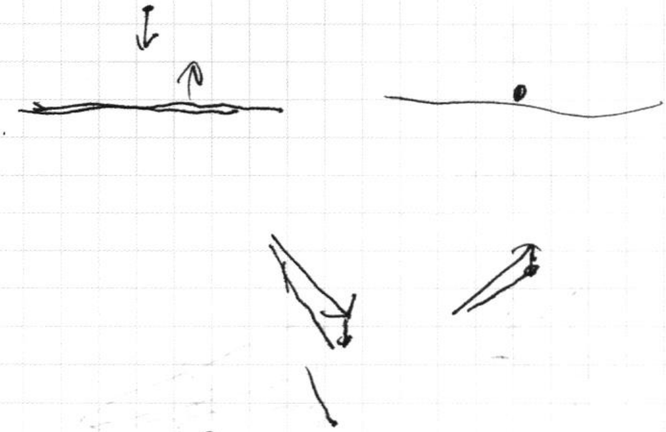
$U = 3L\frac{dI}{dt} + 4L\frac{dI}{dt} = 7L\frac{dI}{dt}$. $I_m = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{7LC}}$.

$\frac{C\mathcal{E}}{7LC} \cdot \cos\varphi + \frac{C\mathcal{E}}{7LC}(1 - \cos) - \frac{\mathcal{E}}{7L}$

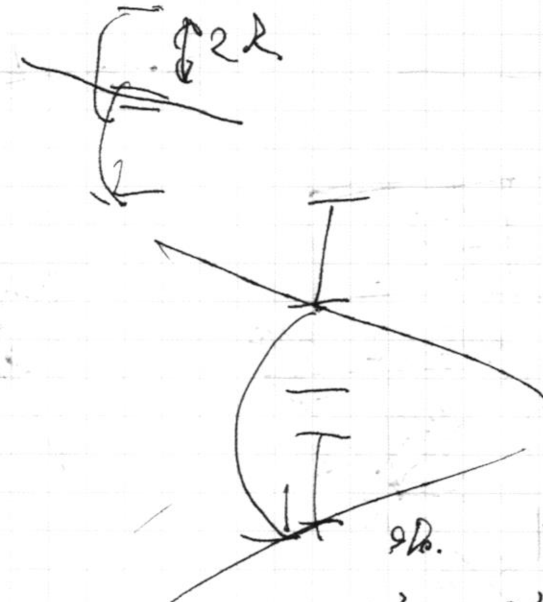
$\frac{\cancel{7L} \cdot C^2\mathcal{E}^2}{\cancel{7LC} \cdot 2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$.

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$$\frac{C\cdot\varepsilon^2}{2} = \frac{\cancel{3L}\cdot C^2\varepsilon^2}{\cancel{3LC}\cdot 2}$$



$9D^2 - 9R^2 = 5D^2$

$4D^2 = 9\cdot 9R^2$

$R^2 = \frac{2\cdot 2}{9\cdot 9}D^2$

$R = \frac{2}{9}D.$

$\frac{4}{9}D.\quad \frac{2}{3}D. = \frac{6}{9}D.$

$9D_0.\qquad D = \frac{5}{9}D_0$

$81D_0^2 - 16D_0^2 = 65D_0^2$

$\frac{65}{81}$

$\frac{2\cdot 4/3}{3\cdot 2}\qquad \frac{4}{9}D_0$

$D_0^2 - D_2^2 = \frac{5}{9}D_0^2$

$9D_0^2 - 9D_2^2 = 5D_0^2$

$4D_0^2 = 9D_2^2$

$D_2 = \frac{2}{3}D_0.$

$D_2^\circ = \frac{2}{3}D_2 = \frac{4}{9}D_0.$

Из ур-ния (1): $2u \geq v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$2u \geq \frac{\cancel{18}^{6}\cdot 2\sqrt{2}}{\cancel{3}} - \frac{\cancel{12}^{6}\cdot\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$

$\boxed{u \geq 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}\ м/с}$

-покажем с теоретических позиций, как происходит столкновение 2 тел, масса од-

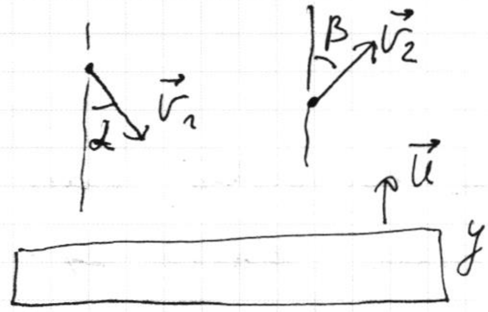
~~черновик~~ ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

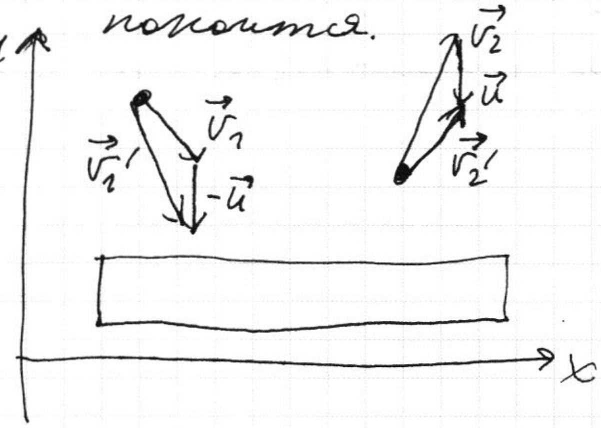
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

абс. СО

№1



– перейдём в СО плиты: $\vec{V}_A = \vec{V}_0 + \vec{u}$; в этой СО плита покоится.



– неупругий удар происходит так, что вертикальная компонента скорости ~~сохраняется~~ уменьшается при ударе: $|V'_{1y}| \geq |V'_{2y}|$ (в предельном случае, когда

$V'_{1y} = V_1\cos\alpha + u$; $V'_{2y} = V_2\cos\beta - u$

$V_1\cos\alpha + u \geq V_2\cos\beta - u$. (1)

– так как поверхность плиты гладкая, то горизонтальная компонента скорости шарика при ударе не будет уменьшаться =>

$V'_{1x} = V_{1x}$; $V'_{2x} = V_{2x}$; $V'_{1x} = V'_{2x}$ => $V_{1x} = V_{2x}$

$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$.

$$\boxed{V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12 \cdot \frac{1\cdot 3}{2\cdot 1} = 18 \text{ м/с}}$$