

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

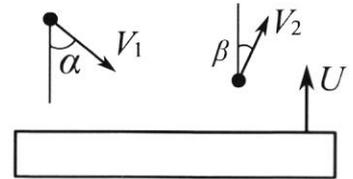
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

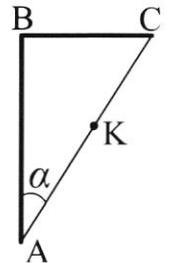


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

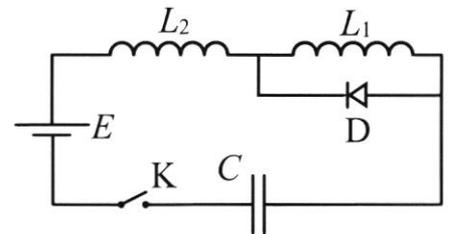
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



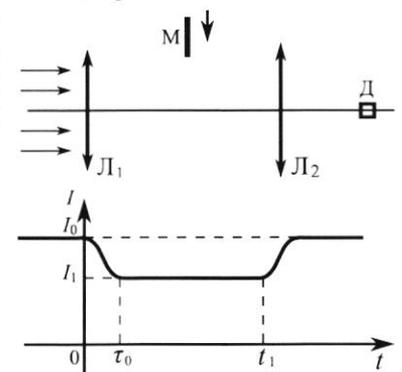
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.

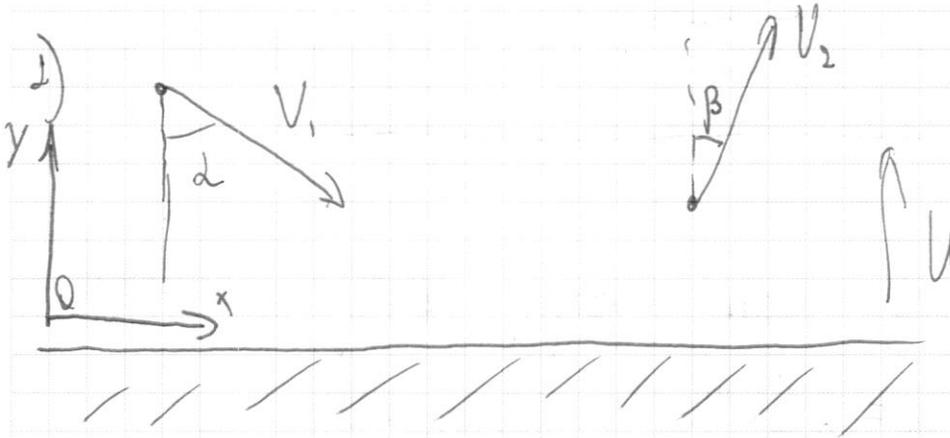


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

11



Так как ~~плита~~ ~~плита~~ $\parallel OX$, V_x — горизонтальная составляющая скорости сохраняется.

Тогда ~~по~~ ~~закону~~ ~~сохранения~~ ~~момента~~

$$V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$$

$$12 \cdot \frac{1}{2} = V_2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow V_2 = 18 \text{ м/сек.}$$

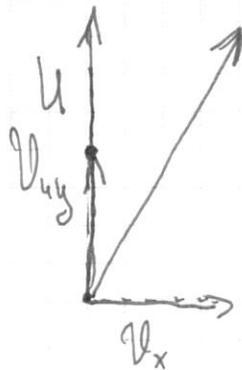
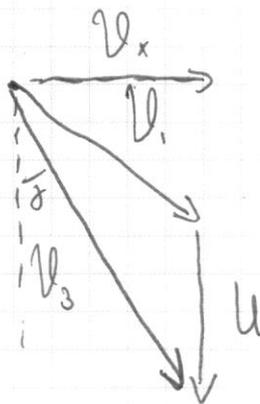
Как было сказано, при ударе не меняется V_x , а меняется только V_y , тогда

Перейду в систему отсчета платформы.

Скорость шарика стала $(\vec{V}_1 - \vec{U}) = \vec{V}_3$

Буду рассматривать проекцию на $V_3 \parallel OX$: $V_{3x} = V_3 \cos \alpha$
 $= V_1 \cos \alpha + U$ (не абсолютное z)

н)



Тогда: скорость его после удара (в С.О. стены плюс)

траект $v_{2y} = k \cdot v_{1y} + U = k(v_1 \cos \alpha + U)$

где k - коэффициент упругости $k \in [0; 1]$

$k=1 \rightarrow$ абсолютно упругий удар

$k=0 \rightarrow$ абсолютно не упругий удар.

Тогда в С.О. земли $|v_{2x}| = |U| + |v_{2y}|$

$$v_{2x} = v_1 \cos \alpha = 18 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = 18 \cdot \sqrt{\frac{8}{9}} = 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 12\sqrt{2}$$

$\Rightarrow 12\sqrt{2}$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$k(v_1 \cos \alpha + U) + U = v_{2x}$$

$$k \cdot 6\sqrt{3} + U(k+1) = 12\sqrt{2}$$

$$k\left(12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + U\right) + U = 12\sqrt{2}$$

$$U = \frac{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}k}{k+1}$$

$$= \frac{6\sqrt{3} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - k \right)}{k+1}$$

$$= \frac{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}k}{k+1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$u = \frac{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}{k+1} \cdot 6\sqrt{3} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - k \right)$$

$$u' = -\frac{6\sqrt{3}k}{(k+1)^2}$$

~~u~~ растёт и u убывает на $k \in [0; 1]$

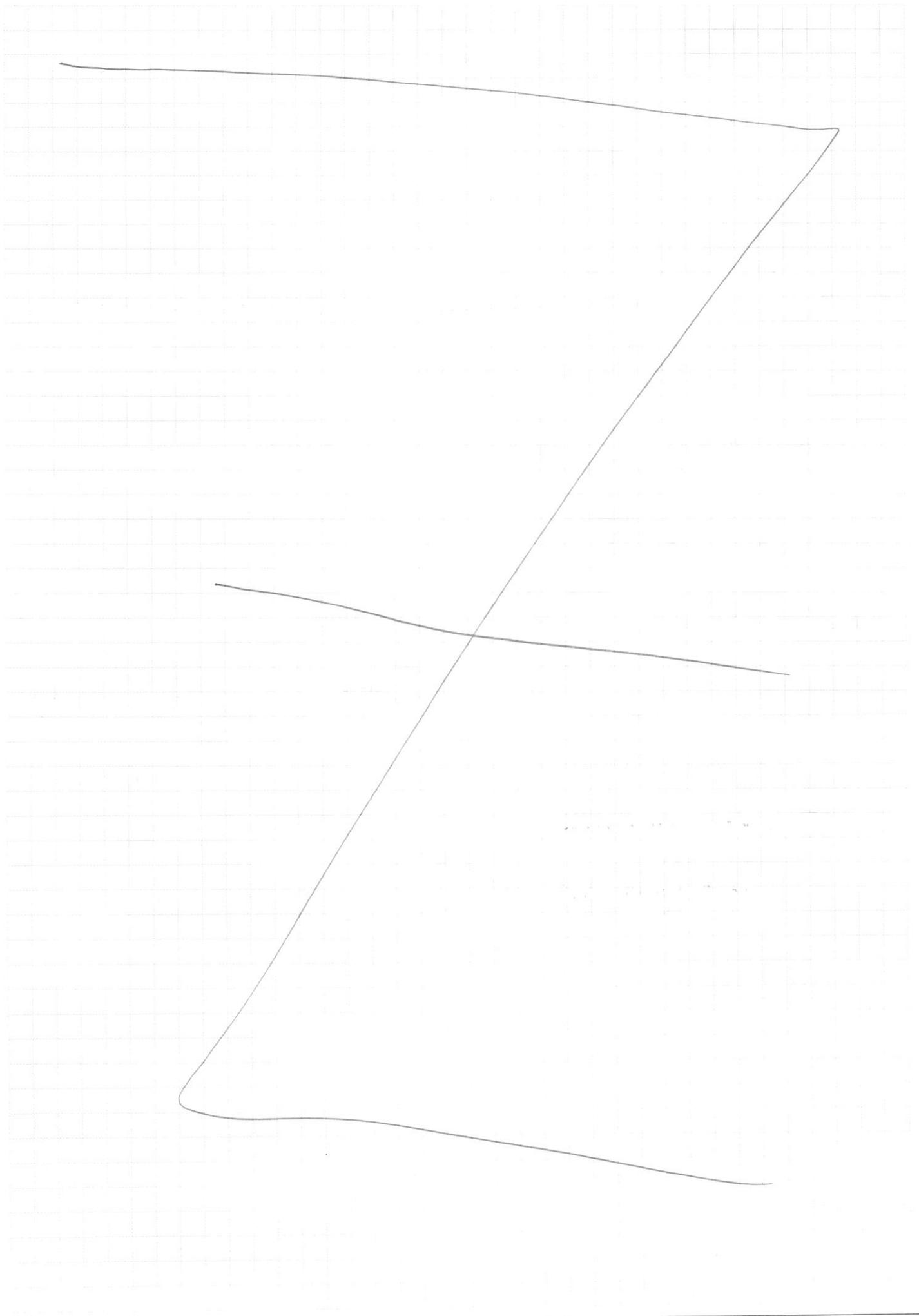
$$k=0 \rightarrow u = 12\sqrt{2}$$

$$k=1 \rightarrow u = \frac{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

Таким образом: $u \in [6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}; 12\sqrt{2}]$ м/сек.

Ответ: $v_2 = 18$ м/сек

$$u \in [6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}; 12\sqrt{2}]$$

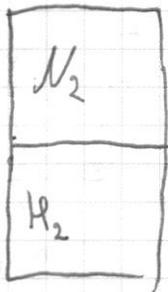


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



$$\nu_H = \nu_N = \frac{6}{7}$$

$$T_1 = 350 \text{ K}$$

$$T_2 = 550 \text{ K}$$

$$1) PV = \nu RT$$

$$P_H = P_N$$

$$P_H V_H = \nu RT_1$$

$$P_H V_N = \nu RT_2$$

$$\boxed{\frac{V_H}{V_N} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{11}}$$

2) Закон сохранения Энергии:

$$\frac{i}{2} \nu_H R T_1 + \frac{i}{2} \nu_N R T_2 = \frac{i}{2} (\nu_H + \nu_N) R T_{\text{кон}} \quad T_{\text{к}} - \text{температура конечная}$$

$$(\nu_H + \nu_N) (T_1 + T_2) = (\nu_H + \nu_N) T_{\text{к}}$$

$$\boxed{T_{\text{к}} = 450 \text{ K}}$$

$$C_V = \frac{5R}{2} \rightarrow i = 5$$

~~$$3) \Delta U = \mathcal{E}_{N_1} - \mathcal{E}_{N_2} = \mathcal{E}_{H_2} - \mathcal{E}_{H_1}$$~~

\mathcal{E}_{N_1} - начальная энергия N_2
 \mathcal{E}_{N_2} - конечная энергия N_2

~~$$= \frac{i}{2} \nu_H R \Delta T = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8.31 \cdot 100$$~~

$$\Delta U = A + Q = \mathcal{E}_{N_1} - \mathcal{E}_{N_2} = \frac{i}{2} \nu_H R \Delta T = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8.31 \cdot 100$$

$$= \frac{1500 \cdot 8.31}{7} \approx \frac{12465}{7} \approx \boxed{1800 \text{ Дж}}$$

12

$$dA = P \cdot dV$$

$$P = \text{const}$$

$$A = P \cdot \Delta V$$

$$A = \frac{2 \nu R T_k}{V_0} \cdot \frac{1}{9} V_0$$

$$= \frac{2}{9} \nu R T_k$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \nu R \Delta T$$

$$Q = \frac{5 \nu R \cdot 100^\circ \text{C}}{2} - \frac{2 \cdot \nu R \cdot 450^\circ \text{C}}{9}$$

$$= \nu R \left(\frac{500}{2} - \frac{900}{9} \right)^\circ \text{C}$$

$$= \nu R \cdot 150^\circ \text{C} =$$

$$= \frac{6}{7} \cdot 8.31 \cdot 150$$

$$= \frac{900 \cdot 8.31}{7} = \frac{7479}{7} \approx \underline{\underline{1069 \text{ Дж}}}$$

Ответ: 1) $\frac{7}{11}$

2) 450°K

3) Q через поршень $\approx 10^3 \text{ Дж}$

Замечу, что $P_{\text{азота}} = P_{\text{водорода}}$ в любой момент времени

$$\frac{1}{2} \nu R T_{\text{азота}} = \frac{1}{2} \nu R T_{\text{водорода}} = \text{const}$$

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 = \text{const} \rightarrow (T_{\text{азота}} + T_{\text{водор.}}) = \text{const}$$

$$PV = \nu R T \rightarrow P = \nu R \cdot \frac{T}{V}$$

$$P_{\text{сое}} = \frac{(\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2) R}{V_0} = \text{const}$$

Получаю, что меняется только объем, а давление всегда одно и то же.

Пусть объем всего сосуда $= V_0$

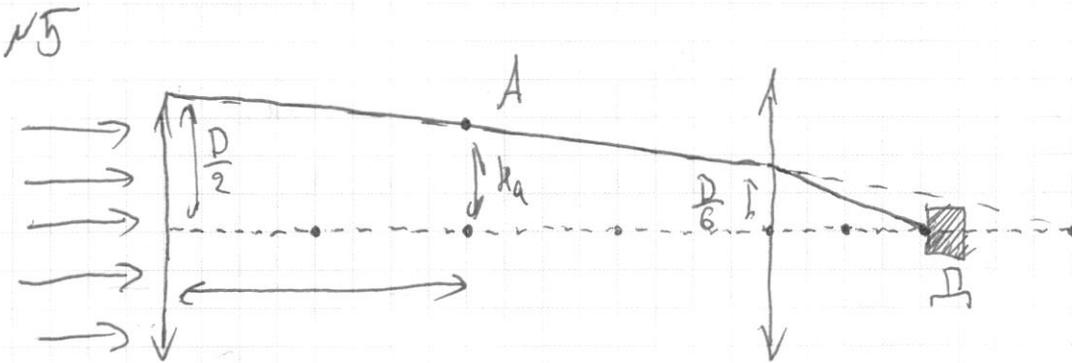
$$\text{Тогда } V_1 = \frac{11}{7+11} = \frac{11}{18} V_0,$$

$$\text{а } V_{\text{конечный}} = \frac{1}{2} V_0$$

$$\text{Тогда } \Delta V = \left(\frac{11}{18} - \frac{1}{2} \right) V_0 = \frac{1}{9} V_0$$

$$P = \frac{\nu R T_k}{\frac{V_0}{2}} = \frac{2 \nu R T_k}{V_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



После прохождения I линзы, все лучи сошлись бы в точке $3F_0$ от нее.

Для k_a расстояния $-F_0$ от II линзы.

$$\text{Тогда } \frac{1}{F_0} = \frac{1}{-F_0} + \frac{1}{l} \rightarrow \underline{\underline{l = \frac{F_0}{2}}} \rightarrow \text{расстояние до детектора}$$

Найду расстояния k_a $k_a = \frac{D}{3}$

Тогда площадь круга плоскости l (плоскости мишени)

$$S_2 = \pi \left(\frac{D}{3}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{9} \text{ Так как так пропорционален}$$

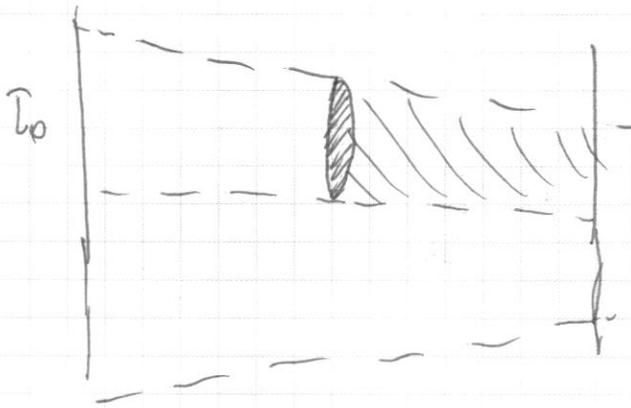
интенсивности, которая пропорциональна площади не закрытой мишенью пучка, можно найти размер мишени

$$S_{\text{миш}} = \frac{4}{9} S_2 = \left(1 - \frac{5}{9}\right) S_2 = \frac{4}{9} S_2$$

Найду $R_{\text{миш}}$ $\pi R_{\text{миш}}^2 = \frac{\pi D^2}{81} \cdot \frac{4}{9} = \frac{\pi D^2 \cdot 4}{81} \rightarrow R_{\text{миш}} = \frac{2D}{9}$

Замечу, что ток I_1 стал течь, когда
 вся мишень закрывала пучок света \rightarrow

$$\rightarrow 2R_{\text{лин}} \cdot \cancel{g} = I_0 \cdot V \rightarrow V = \frac{4D}{9I_0}$$

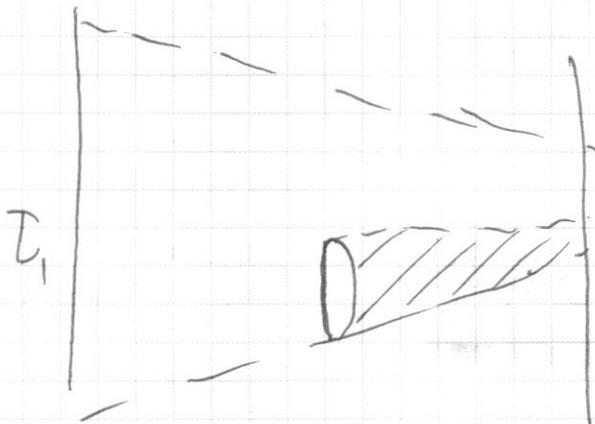


Зная V и диаметр света D
 на-ти l , найду

$$I_1 \cdot V = \cancel{D} \cdot 2R_{\text{лин}} = \frac{2D}{3}$$

$$I_1 = \frac{2D}{3V} = \frac{2D \cdot 9I_0}{3 \cdot 4D} =$$

$$= \frac{3I_0}{2}$$

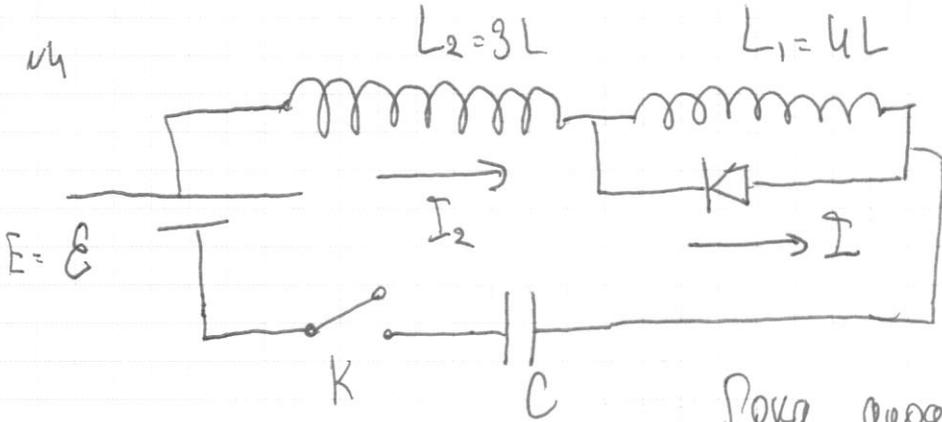


Ответ: $l = \frac{F_0}{2}$

$$V = \frac{4D}{9I_0}$$

$$I_1 = \frac{3I_0}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Пока диод закрыт ($I_2 > 0$)

$$\varepsilon = 3\dot{I}_2 L + 4\dot{I}_2 L + \frac{Q}{C}$$

$$\varepsilon = 7\ddot{Q} L + \frac{Q}{C}$$

$$\ddot{Q} + \frac{Q}{7LC} - \frac{\varepsilon}{7L} = 0 \quad \text{решением уравнения будет}$$

~~Эта верна,~~ $Q = \frac{\varepsilon}{7LC} + A \cos(\omega_1 t + \varphi)$ $\left| \frac{1}{\frac{1}{2}} \right.$

пока $\dot{Q} > 0$,

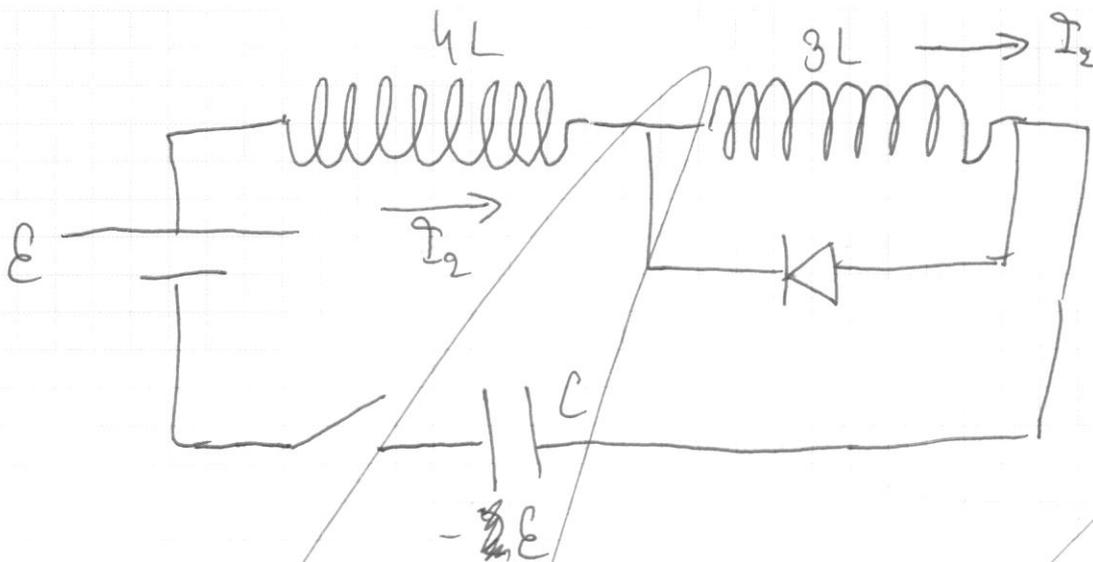
$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{7LC}} \quad \varphi = \dots$$

т.е. первую четверть периода, потом:

$$A = \frac{3\varepsilon}{7LC}$$

~~т.е. можно переписать и получить:~~

$$Q = \frac{\varepsilon}{7LC} (1 - \cos(\omega_1 t))$$



Тогда: Течет ток I_2 , открывается диод,

$$I_2 = \dot{Q} = \frac{\varepsilon}{4L} \omega, \quad Q_0 = \frac{\varepsilon}{4L\omega}$$

$$\varepsilon = \frac{Q}{C} + \ddot{Q} \cdot 4L \rightarrow Q_0 = -\frac{\varepsilon}{C}$$

$$\ddot{Q} = \frac{Q}{4LC} = \frac{\varepsilon}{4L}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{4LC}}$$

$$Q = A \cos(\omega_2 t + \varphi) + \text{const.}$$

$$Q = \frac{\varepsilon}{C} (1 - \cos \omega_2 t)$$



Продолжение на
след странице.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

14

$$\ddot{Q} + Q \cdot \left(\frac{1}{7CL} \right) - \frac{E}{7L} = 0, \text{ пока } \ddot{Q} > 0$$

решение:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{7CL}}$$

$$Q = \text{const} + A \cos(\omega_1 t + \varphi)$$

$$I(0) = 0 \rightarrow \varphi = \pi$$

$$Q(0) = 0; \text{ ~~const = E/C~~ }$$

$$\dot{Q} = -A\omega_1 \sin(\omega_1 t + \varphi)$$

$$\ddot{Q}(0) = \frac{E}{7L}$$

$$\ddot{Q} = -A\omega_1^2 \cos(\omega_1 t + \varphi)$$

$$\ddot{Q} \rightarrow \frac{A}{7CL} = \frac{E}{7L} \rightarrow A = \frac{EC}{7}$$

$$Q(0) = 0 \rightarrow \text{const} - \frac{EC \cos(\pi)}{7} = 0$$

упр:

$$Q = EC - EC \cos(\omega_1 t)$$

$$\text{const} = \frac{EC}{7}$$

~~станет~~ станет

$$\text{const} + EC \cos(0) = 0$$

$$\ddot{Q} = \frac{E}{7L} \cos(\omega_1 t)$$

$$\text{const} = EC$$

через $\frac{\pi}{2\omega_1}$ станет < 0 ,

и груз откроется.

$$I\left(\frac{\pi}{2\omega_1}\right) = \frac{EC}{7CL}$$

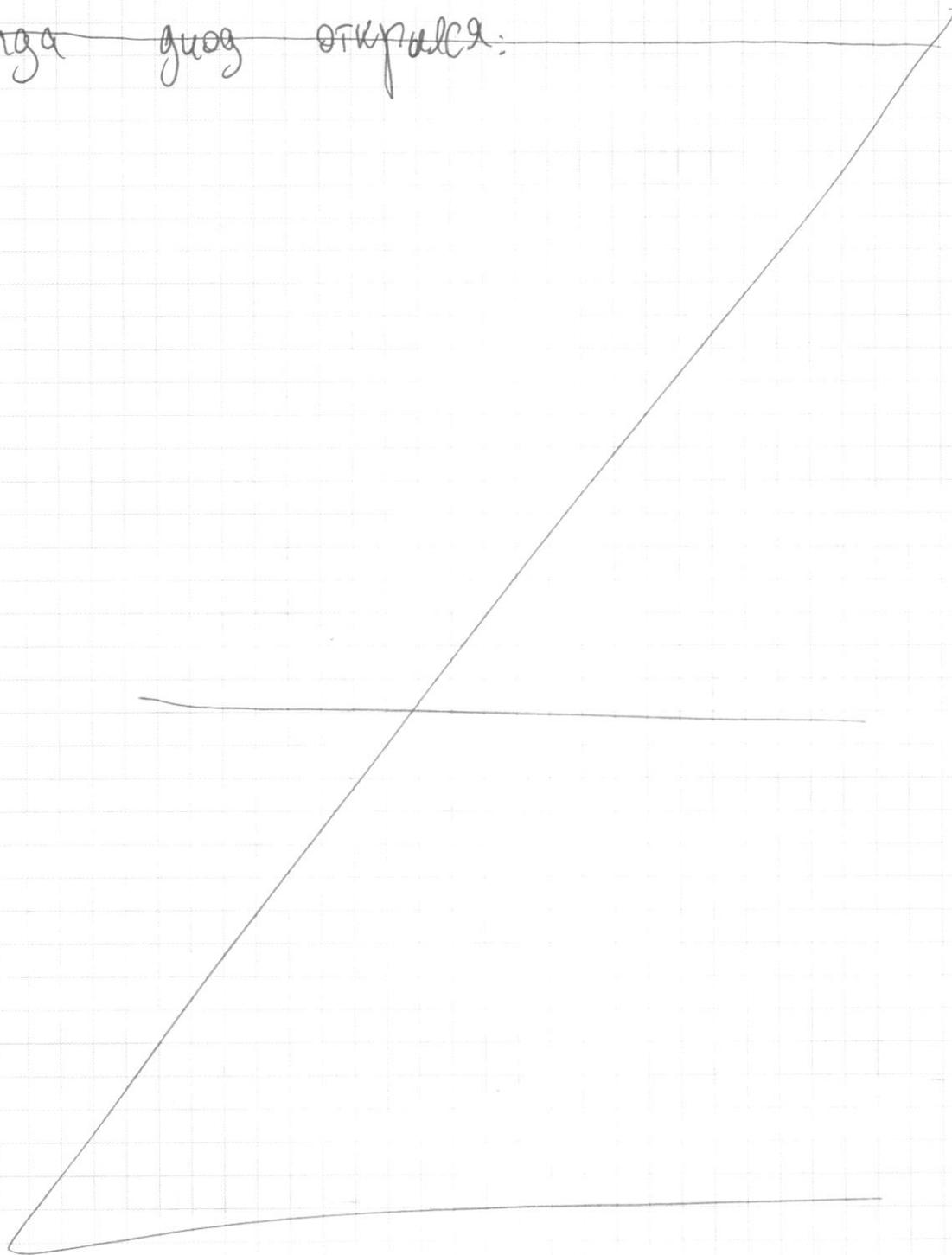
$$T = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{7CL}$$

$$\dot{Q} = \frac{EC}{7L} \sin(\omega_1 t)$$

$$Q\left(\frac{\pi}{2\omega_1}\right) = EC$$

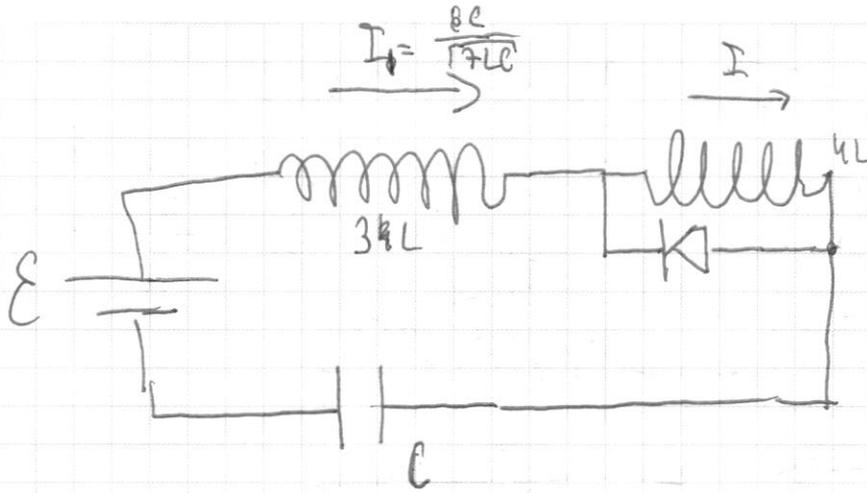
$$\ddot{Q}\left(\frac{\pi}{2\omega_1}\right) = 0$$

← Когда год открылся:

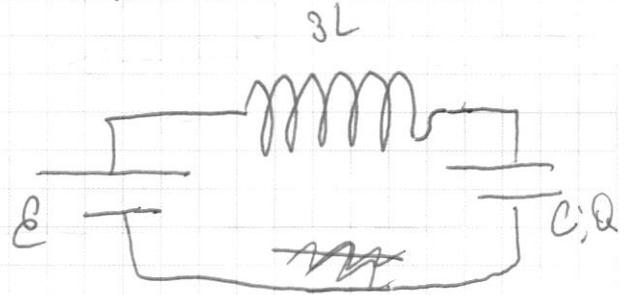


Продолжение на след. странице.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Когда диод открылся:



$$\varepsilon = \frac{Q}{C} + 3L \ddot{Q} \quad \ddot{Q} + \frac{Q}{3LC} = \frac{\varepsilon}{3L}$$

решение

$$Q = \text{const} + A \cos(\omega_2 t + \varphi)$$

$$\dot{Q} = -A \omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi)$$

$$\ddot{Q} = -A \omega_2^2 \cos(\omega_2 t + \varphi)$$

$$Q(0) = \varepsilon C$$

$$\dot{Q}(0) = \frac{\varepsilon C}{177LC}$$

$$\ddot{Q}(0) = 0$$

$\ddot{Q} \downarrow$ - падает

$$\rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$$

$$\rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{2}$$

$$\rightarrow \text{const} = \varepsilon C$$

$$\rightarrow A \omega_2 = \frac{\varepsilon C}{177LC}$$

$$A = \frac{\varepsilon C \sqrt{4LC}}{177LC} = \varepsilon C \sqrt{\frac{4}{7}}$$

$$A \omega_2^2 = \frac{\varepsilon C}{177LC \cdot 14LC} = \frac{\varepsilon}{128L}$$

~~$$Q = \varepsilon C + \sin(\omega_2 t)$$~~

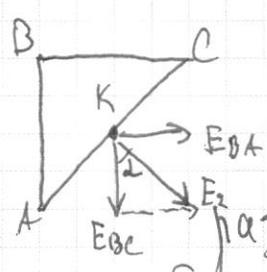
$$Q = \varepsilon C + \varepsilon C \sqrt{\frac{4}{7}} \sin(\omega_2 t)$$

$$\dot{Q} = \frac{\varepsilon C}{177LC} \cos(\omega_2 t)$$

~~$$\ddot{Q} = -\frac{\varepsilon}{128L} \sin(\omega_2 t)$$~~



№3

1)  Если $L = \frac{\pi}{4}$, то пластины BC и AB имеют одинаковые размеры и находятся одинаково близко к K

Тогда $|E_2| = |\vec{E}_{BC} - \vec{E}_{AC}| = |E_{BC}| \cdot \sqrt{2}$

→ поле увеличилось в $\sqrt{2}$ раз.

~~2) Поле пропорционально заряду и обратно пропорционально квадрату расстояния.~~

~~Это как пластина бесконечная. То поле пластины =~~

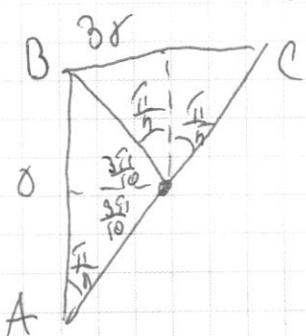


Поле бесконечной пластины равно $|E| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot (\sin\alpha + \sin\beta)$
 в нашем случае

будет суперпозиция двух пластин.

$$E_{BC} = \frac{2 \cdot 3\sigma \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)}{2\epsilon_0}$$

$$E_{AC} = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{5}\right)}{2\epsilon_0}$$



$$E_0 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \left(3\sin\frac{\pi}{5} + \sin\frac{3\pi}{5} \right)$$

Ответ: 1) в $\sqrt{2}$ раз
 2) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(3\sin\frac{\pi}{5} + \sin\frac{3\pi}{5} \right)$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\delta U = A + Q$$

$$dA = P dV$$

$$P_1 = P_2$$

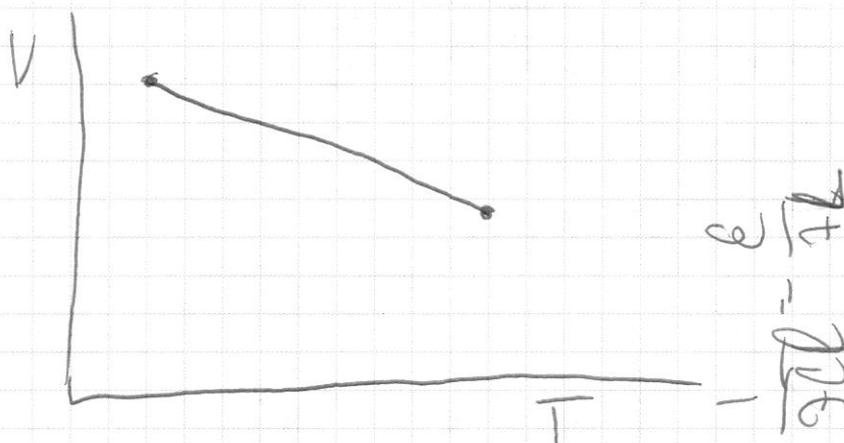
$$\rho \cdot \nu \cdot R (T_2 + T_1) = \text{const.} \rightarrow T_2 + T_1 = \text{const}$$

$$P \rho \nu V \sim T \rightarrow \frac{V}{T} = \text{const.}$$

$$A = P \cdot (V_2 - V_1)$$

$$A = \frac{2 \nu R T_k}{\nu_0} \cdot \frac{1}{g} \nu_0 =$$

$$= \frac{2 \nu R T_k}{g}$$



$$P = \frac{\nu R T}{V} = \text{const.}$$

$$\nu_0 = \nu \quad P = \frac{2 \nu R T_k}{\nu_0}$$

$$\nu_2 = \frac{\nu_0}{2} \quad \nu_1 = \frac{11}{18} \nu_0 \quad \Delta V = \frac{1}{2} \nu_0 - \frac{11}{18} \nu_0 = \frac{1}{9} \nu_0$$

$$250 \cdot 8.31 \cdot \frac{6}{7} =$$

$$= \frac{1500 \cdot 8.31}{7} =$$

$$8.31 \cdot 9 =$$

$$= 0.09 + 2.7 + 72 = 74.79$$

$$= 74.79$$

$$\frac{7479}{7} = 1069.857$$

$$= 1000 + \frac{479}{7} = 1000 + 68.428 = 1068.428$$

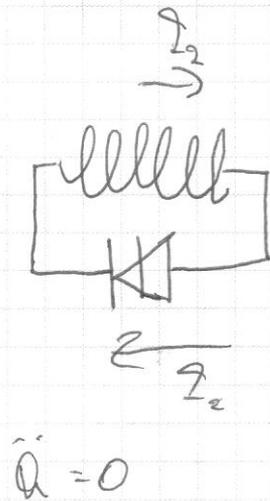
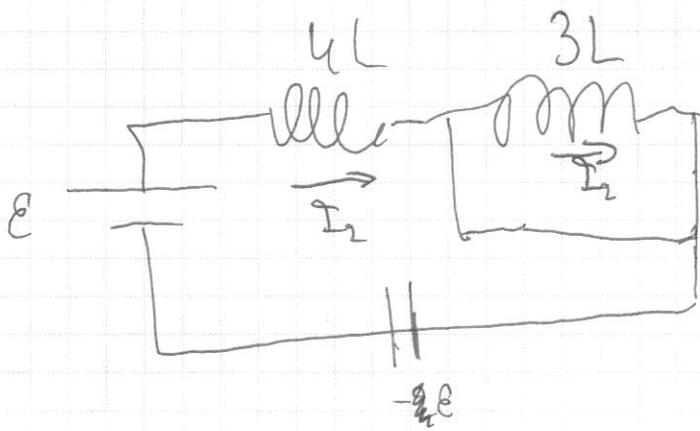
$$= 14000 - 1400 = 12600$$

$$8.31 \cdot 9 = 50 + 21 + 0.09 = 71.09$$

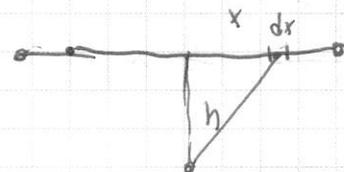
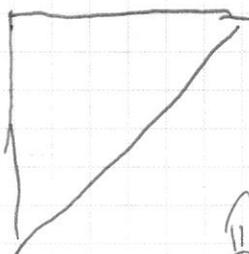
$$= 5817$$

$$8.31 \cdot 1500 = 831 \cdot 15$$

$$= 8310 + 4155 = 12465$$

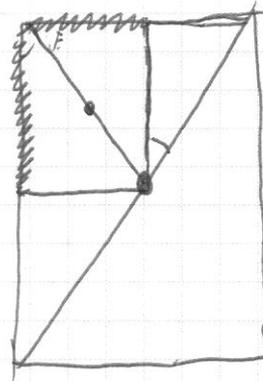
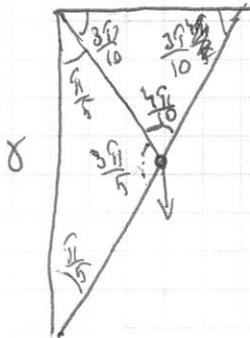


$$\mathcal{E} = 4L \ddot{Q} + \frac{Q}{C}$$



$$\frac{\frac{11}{2} - 9}{5} = \frac{5-2}{10} = \frac{3}{10}$$

$$dE = \frac{k dQ}{(n+x)^2}$$



$$2E = E +$$

$$dE = \frac{k \cdot \cancel{dx} \cdot \cancel{dx}}{(n^2 + x^2)}$$

$$\int_0^E dE = k \int \frac{dx}{n^2 + x^2} = k \int \frac{1}{n^2} \frac{1}{1 + (\frac{x}{n})^2}$$

$$= k \int \frac{1}{n^2} \operatorname{arctg}(\rho) \Big|_{-\infty}^{\infty} = \frac{2k}{n^2}$$