Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

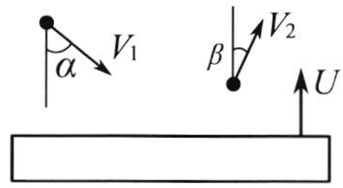
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 12 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



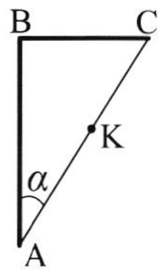
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода T_1 = 350 К, а азота T_2 = 550 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

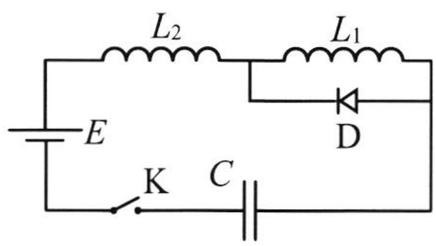
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

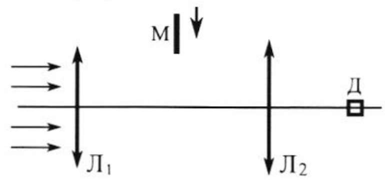
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

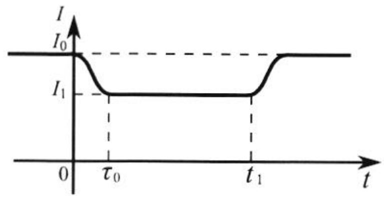
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

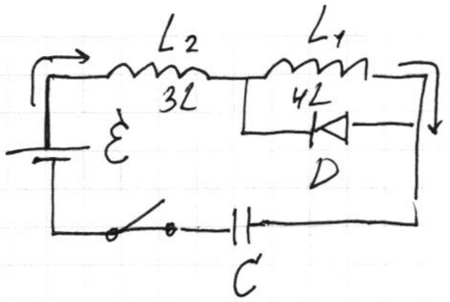
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



1) $I(0) = 0,$

$I_1 = I_2$, ток через диод не течёт

$$\frac{L_2 \dot I_2}{L_1 \dot I_1} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{3}{4} \qquad \mathcal{E}_{i2} + \mathcal{E}_{i1} = \mathcal{E}$$

$$3\mathcal{E}_i' + 4\mathcal{E}_i' = \mathcal{E}$$

$$\mathcal{E}_{i1} = \frac{4}{7}\mathcal{E}$$

I_{m1} max $\rightarrow \dot I_{m1} = 0$, т.к. ток через

$\mathcal{E} = U_0$

$I_{m1} =$

~~1)~~ После того, как $U_c = \mathcal{E}$, конденсатор продолжает заряжаться, т.к. I_L не меняется мгновенно.

2) Конденсатор заряжается, пока I не станет равным 0

$$7L\dot I = \mathcal{E} - U_c = \mathcal{E} - \frac{q}{C} \qquad T \text{ – момент, когда } I = I_{max}$$

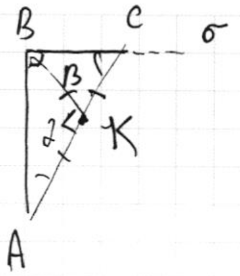
$$7L\dot I \cdot I = \mathcal{E}\cdot \dot q - \frac{1}{C} q \cdot \dot q$$

$$7L\int_0^{I(T)} I\,dI = \mathcal{E}\int_0^{I(T)} \dot q - \frac{1}{C}\int_0^{I(T)} q\dot q = 7L\left(\frac{I_{max}^2}{2} - 0\right) = \mathcal{E}q_\varepsilon - \frac{q_\varepsilon^2}{2C}$$

в этот момент $\mathcal{E} = U_c = \frac{q}{c} \Rightarrow q_\varepsilon = C\mathcal{E}$

$$7L\cdot I_{max}^2 = 2C\mathcal{E}^2 - C\mathcal{E}^2 = C\mathcal{E}^2$$

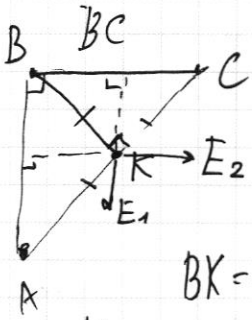
$\boxed{I_{m1} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{7L}}}$ – ответ 1



$\alpha = \frac{\pi}{4}$, т.к. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

$\beta = \alpha = \frac{\pi}{4}$

$BC = AB$



$BK = \frac{AC}{2}$

1) $E_{1k} = E_{2k}$, т.к. пластины одинаковы.

$K \in$ серпер, BA и BC

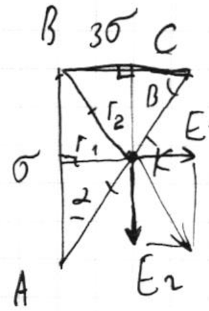
По принципу суперпозиции $\bar{E}_{\Sigma k} = \bar{E}_{1k} + \bar{E}_{2k} = \sqrt{2} E_{1k}$ (т.к. $BC \perp BA$, $E_1 \perp E_2$)

$\boxed{\gamma = \sqrt{2}}$

2) $\sigma_1 = 3\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$

$\frac{\pi}{5} = 36°$



$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

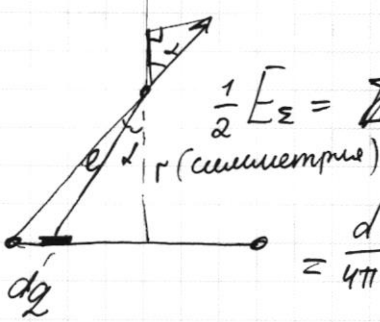
$\cancel{\frac{BC}{AB}}$ $r_1 = \frac{1}{2} BC$

$r_2 = \frac{1}{2} AB$

Напряжённость поля бесконечной заряженной пластины на расстоянии r от неё

$E(r) = \boxed{\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}}$

$E = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{r}{\cos\alpha}\right)^2}$



$\frac{1}{2} E_\Sigma = \int_\alpha^0 \frac{dq \cdot \cos\alpha^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \cos\alpha \, d\alpha =$

$dq = \sigma \cdot \cancel{BC} \cdot dx\, dy$

$= \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \left(\frac{\cos^4\alpha}{4} \cdot (-\sin\alpha) \right) = \cancel{E \sin\alpha}\, 2 \cdot \int E \cos\alpha \, d\alpha$

первообразная

$E = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 l^2}$

$= \frac{-dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \left(\frac{\cos^4\alpha \cdot \sin\alpha}{4} \right)$

$E = \frac{\sigma \cdot dx \cdot \left(\frac{r}{\cos\alpha} - \frac{r}{\cos(\alpha - d\alpha)} \right)}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{r}{\cos\alpha} \right)^2}$

$2 \int_\alpha^0 E \cos\alpha = \frac{2\sigma dx}{4\pi\varepsilon_0 r} \left(\frac{\int_\alpha^0 \frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos(\alpha - d\alpha)}}{\frac{1}{\cos^2\alpha}} \right)$

$\int_\alpha^0 \left(\cos\alpha - \frac{\cos^2\alpha}{\cos(\alpha - d\alpha)} \right)$

Ответ: $\boxed{\sqrt{10} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$

После того, как конденсатор зарядится до $U_{c\,max}$,
ток пойдёт через диод, т.к. $I_L = 0$

ЗСЭ: $\mathcal{E}_1 q = \frac{q^2}{2C}$ $\qquad A_{\text{и}} = E_{\text{сист}}.$

$q = 2C\mathcal{E}_1$ $\qquad I_1 = I_2 = 0$

$-\mathcal{E}q' + \cancel{(2C\mathcal{E})}\,\mathcal{E}q = \frac{(q-q')^2}{2C}$

$\mathcal{E}(q-q') = \frac{(q-q')^2}{2C} \Rightarrow 2C\mathcal{E} = q - q' \Rightarrow q' = 0 \rightarrow$ разряжается до нуля

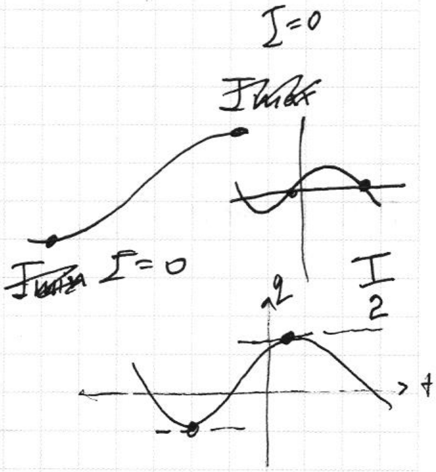
~~$q_c = \int I dt$~~ $\qquad$ ~~$q_c = \int dq\, dt$~~

$7L\dot{I} = \mathcal{E}_1 - U_c = \mathcal{E}_1 - \frac{q_c}{C}$

$7L\ddot{q} = \mathcal{E}_1 C - q \Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{7LC} q = \mathcal{E}C \cdot \frac{1}{7LC}$

$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{7LC}}$

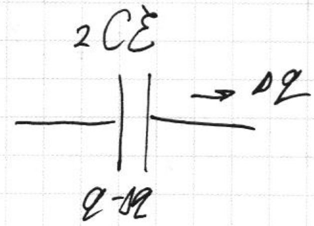
$t_1 = \frac{T_1}{2} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{7LC}}{2}$



$\frac{q}{C} - \mathcal{E}_1 = -3L\ddot{q} \qquad \ddot{q} + \frac{1}{3LC} \cdot q = \mathcal{E}_1 C \cdot \frac{1}{3LC}$

$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{3LC}} \qquad t_2 = \frac{T_2}{2} = \sqrt{3LC} \cdot \pi$

1) $\boxed{T = t_1 + t_2 = \pi\sqrt{LC}\left(\sqrt{7} + \sqrt{3}\right)}$ – ответ 2



3) $I_{m2} \rightarrow \dot{I}_{m2} = 0 \qquad C = \mathcal{E}_1$

утёк $\Delta q = C\mathcal{E}_1$

ЗСЭ: $-\mathcal{E}_1 q' + \mathcal{E}_1 q = \frac{(q-q')^2}{2C} + \frac{3LI_{m2}^2}{2} \qquad -C\mathcal{E}^2 + 2C\mathcal{E}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{3LI_{m2}^2}{2}$

$\boxed{I_{M2} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}} > I_{M1} \qquad \leftarrow I_{M2} = \sqrt{\left(2C\mathcal{E}^2 - C\mathcal{E}^2\right) \cdot \frac{1}{3L}}$

ответ 3

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

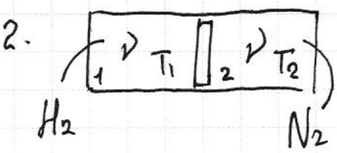
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.



$C_v = \frac{5}{2}R$

1) $pV_1 = \nu R T_1$

$pV_2 = \nu R T_2$

т.к. вначале равновесие, $p_1 = p_2 = p$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{35}{55} = \boxed{\frac{7}{11}}$, $V_{общ} = 18V' = V_0$

2) Когда $T = const$ $\quad p_1 = p_2 = p$

$pV = \nu RT = p(V_1 + V_2 - V)$

$V = \frac{V_1 + V_2}{2}$

т.к. $Q_{внеш} = A_{внеш} = 0$, ЗСЭ системы: $U_1 = U_2$ $\quad (A_1 = -A_2)$

$\frac{5}{2}\nu RT_1 + \frac{5}{2}\nu RT_2 = \frac{5}{2}\nu RT + \frac{5}{2}\nu RT \Rightarrow$

$\Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \boxed{450K}$

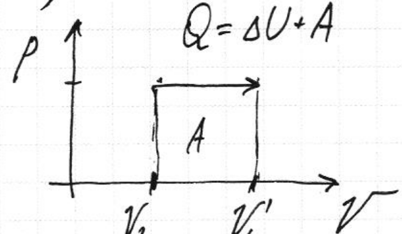
$|\nu R\Delta T_1| = |\nu R\Delta T_2| \Rightarrow p_1 = p_2 = const$

$|\Delta V_1| = |\Delta V_2|$

3) $Q = \Delta U + \cancel{A_1 - A_{внеш}}^{=0}$

$\Delta U = C_v\nu\Delta T = C_v\nu(T - T_1) = \frac{5}{2}R\cdot\frac{6}{7}(450 - 350) = \frac{6}{7}\cdot 250\cdot 8{,}31$

$Q = \Delta U + A$



~~$A = p\Delta V$~~ $\quad V_1 = \frac{7}{18}V_0$

$V_1' = \frac{9}{18}V_0$

$A = pV_0\cdot\left(\frac{9-7}{18}\right) = \frac{pV_0}{9} = pV_0\cdot\frac{7}{18}\cdot\frac{2}{7} = \frac{2}{7}\nu RT_1$

$p = const$ в течение процесса

$Q = \frac{5}{2}R\cdot\frac{6}{7}\cdot 100 + \frac{2}{7}R\frac{6}{7}\cdot 350 = \frac{6}{7}R\cdot(250 + 100) = \frac{350}{7}\cdot 6R = 300R =$

$= 300\cdot 8{,}31 =$

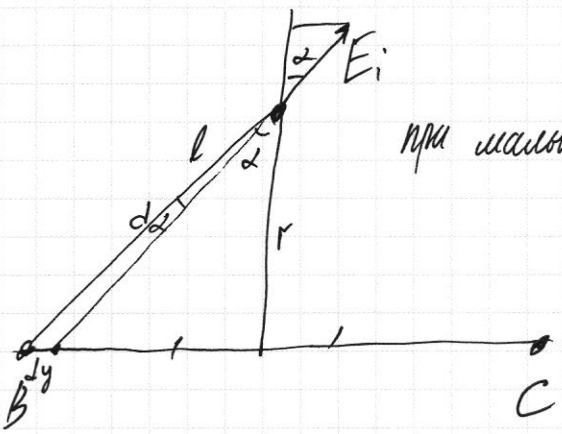
$3\cdot 831 = \boxed{2493\ Дж}$

Ответ: 3) 2493 Дж, 2) 450K, 1) $\frac{7}{11}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$dq = \sigma \cdot dx \cdot dy$

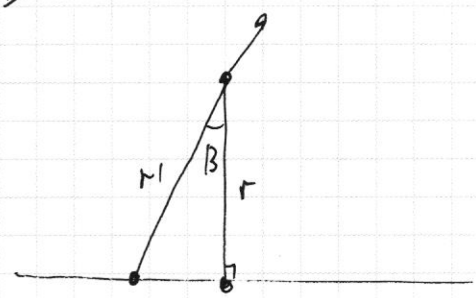


при малых $d\alpha$, $dy = l \cdot \sin d\alpha = l\,d\alpha = \frac{r}{\cos\alpha} d\alpha$

горизонтальные состав. E убив.

$$\frac{1}{2} E_\Sigma = \int E_i \cos\alpha_i = \int_0^\alpha \frac{\sigma dx \cdot r \frac{d\alpha}{\cos\alpha}}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \left(\frac{r}{\cos\alpha}\right)^2} \cdot \cos\alpha =$$

$$= \frac{\sigma dx}{4\pi\varepsilon_0 r} \cdot \int_0^\alpha \cos^2\alpha \, d\alpha = \frac{\sigma dx}{4\pi\varepsilon_0 r} \left(\cancel{\frac{\cos^3\alpha}{3}} \right.$$



$$\int_0^\alpha d\alpha - \int_0^\alpha \sin^2\alpha \, d\alpha$$

$$\boxed{\alpha = \operatorname{arctg} \frac{BC}{2r}}$$

$$\frac{\sin^3\alpha}{3} \cdot \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$dx = \frac{r}{\cos\beta} \cdot d\beta$$

$$E(r) = \frac{\sigma dx}{4\pi\varepsilon_0 r} \left(\alpha - \frac{\sin^3\alpha}{3} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} \right) \cdot 2$$

$$r' = \frac{r}{\cos\beta}, \quad \alpha' = \operatorname{arctg} \frac{BC}{2r'}$$

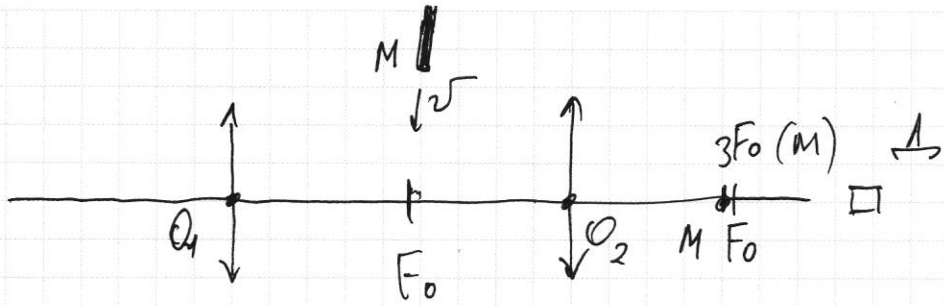
$$2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} E(r') \cancel{dx} \cdot \cos\beta = \frac{2 \cdot 2 \cdot \sigma}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\cos\beta}{r} \cdot \frac{r}{\cos\beta} \cdot d\beta \cdot \left(\operatorname{arctg} \frac{BC \cdot \cos\beta}{2r} - \right.$$

$$\left. - \underset{\frac{BC \cdot \cos\beta}{2r}}{\overset{}{\underset{\parallel}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}}} \cdot \frac{\sin^2\alpha'}{3} \right)^{\cos\beta} =$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \int \cos\beta \, d\beta \left(\ldots \right) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \cdot r^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. F_0, D, τ_0



1) $O_2M = 3F_0 - 2F_0 = F_0$

$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$

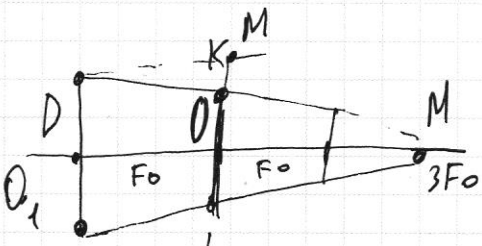
(M)

сходящийся в $3F_0$ пучок лучей эквивалентен мнимому источнику

2) $I \sim P \sim S_{пучка}$

$S_1 = D \cdot k$

от τ_0 до τ_1



$\frac{1}{-F_0} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0}$

$\frac{1}{d} = \frac{2}{F_0} \Rightarrow \boxed{d = \frac{F_0}{2}}$

из подобия $KL = \frac{2}{3}D$,

a

Длина мишени $S = \upsilon \cdot t_0$ $\quad \frac{2}{3}D - \upsilon t_0 = \upsilon(t_1 - t_0)$

Когда мишень полностью вошла в зону лучей

$I_0 \to \frac{5}{9} I_0$

$\frac{2}{3}D \to \frac{10}{27}D$,

ток уменьшился в $\frac{9}{5}$ раз $\frac{9}{5} \Rightarrow$

площадь пучка уменьшилась в $\frac{9}{5}$ раз

$S_0 \to \frac{5}{9} S_0$, но $S_0 = \frac{2}{3}D$

L мишени $= \left(\frac{2}{3} - \frac{10}{27}\right)D = \frac{8}{27}D$

$\boxed{\upsilon = \frac{L}{\tau_0} = \frac{D}{\tau_0} \cdot \frac{8}{27}}$

3) $\frac{2}{3}D - \frac{8}{27}D = \frac{8}{27}\frac{D}{\tau_0}(t_1 - t_0)$

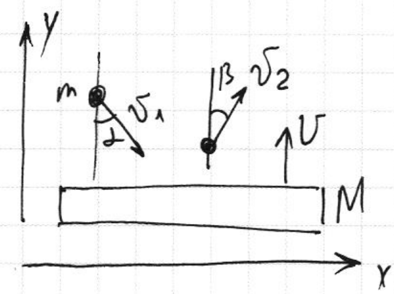
$\frac{10}{27} \cdot \frac{27}{8} \tau_0 + \tau_0 = t_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{18}{8}\tau_0}$

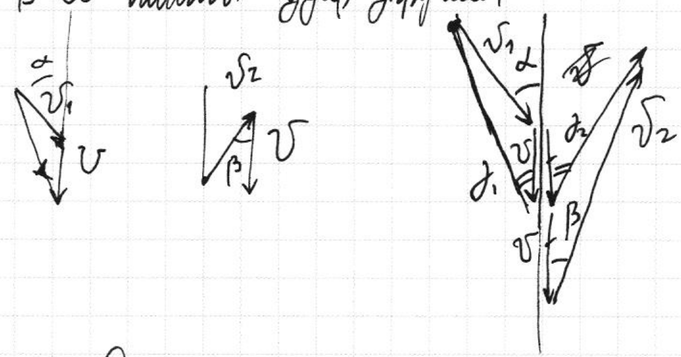
Ответ: $\frac{F_0}{2}$; $\frac{D}{\tau_0} \cdot \frac{8}{27}$; $\frac{18}{8}\tau_0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



В СО плиты удар упругий.



т.к. удар неупругий, выделяется Q

1) $\Delta p = N\Delta T$, импульс меняется по Oy, $p_x = const$, т.к. $\mu = 0$

ЗСИ $\quad m\vartheta_1 \sin\alpha = m\vartheta_2 \sin\beta \Rightarrow \vartheta_2 = \vartheta_1 \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12 \cdot \dfrac{3}{2} = 18$ м/с

2) Т.к. в СО плиты удар упругий,

$\vartheta_1' = \vartheta_2'$ $\qquad \vartheta_1^2 + V^2 - 2\vartheta_1 V \cdot \cos(\pi - \alpha) =$

$\gamma_1 = \gamma_2$ $\qquad = \vartheta_2^2 + V^2 - 2\vartheta_2 V \cdot \cos(\cancel{\pi}\beta)$

$$\vartheta_1^2 - \vartheta_2^2 + 2\vartheta_1 V\cos\alpha = -2\vartheta_2 V\cos\beta$$

$$\underbrace{(12-18)}_{-6}\underbrace{(12+18)}_{30} + 2\cdot 12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}V = -2\cdot 18\cdot\frac{\sqrt{8}}{3}\cdot V$$

$$180 = 2\left(12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 18\frac{\sqrt{8}}{3}\right)\cdot V$$

$$V = \frac{90}{6\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{8})} = \frac{15}{(\sqrt{3}+\sqrt{8})}$$

Ответ: $\vartheta_2 = 18$ м/с ; $V = \dfrac{15}{(\sqrt{3}+\sqrt{8})}$ м/с

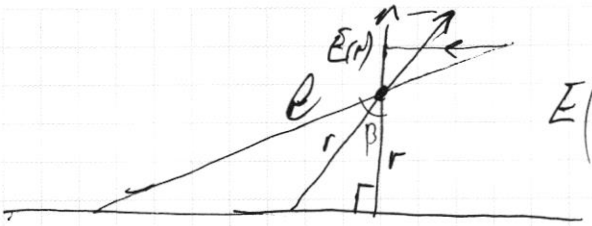
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

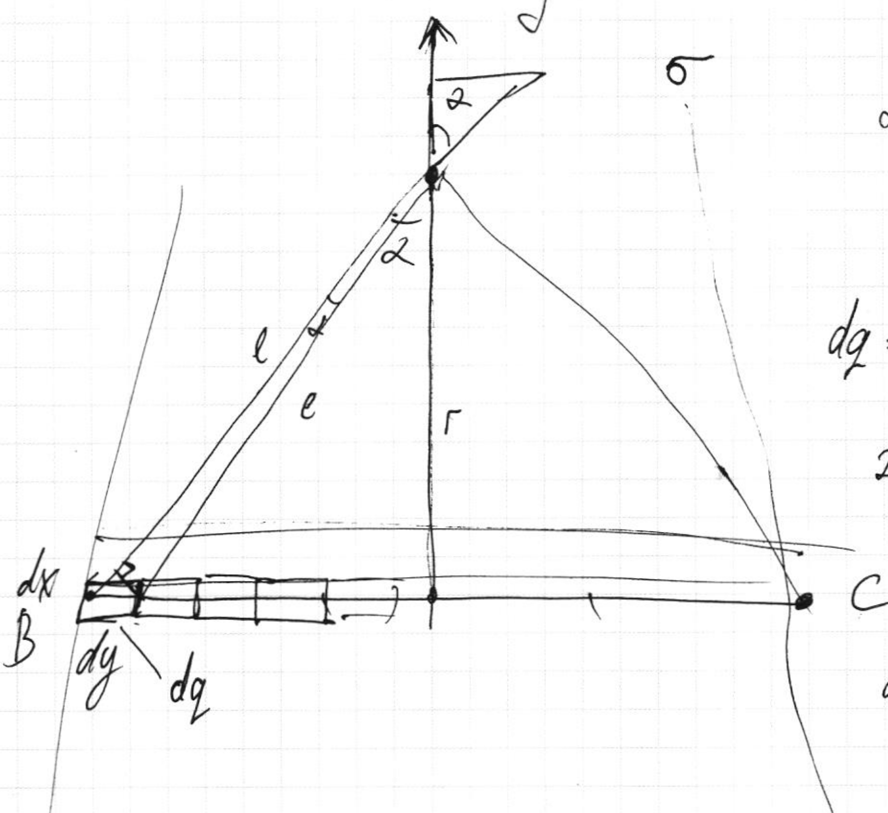
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$E\left(l\right)=\frac{r}{\cos\beta}\cdot\cos\beta=$$

$$2\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\beta \quad E(l)$$

$$\int E(r)\cdot\cos\alpha$$



α 0 ~~arcsin~~ $\mathrm{arctg}\,\frac{BC}{2r}$

$$dq=\sigma\,dx\,dy$$

$$2l^2-2l^2\cdot\cos\alpha$$

$$2l^2$$

$$dq=\sigma\cdot dS$$

$$dy\approx l\cdot\sin d\alpha=l\,d\alpha$$

$$\sigma dx\,dy=l\cos(\alpha+d\alpha)-l\cos\quad\frac{r}{\cos(\alpha+d\alpha)}-\frac{r}{\cos(\alpha)}$$

$$\cos\alpha\cdot\cos d\alpha-\sin\alpha\cdot\sin d\alpha$$

$$\int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{r}{\cos\alpha}\right)^2}\cdot\cos\alpha=\frac{\sigma dx}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_0^{\frac{BC}{2R}}\left(\frac{\cos^2\alpha}{\cos(\alpha+d\alpha)}-\cos\alpha\right)$$

$$\frac{\sigma dx}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(\frac{\cancel{r}}{\cancel{\cos\alpha}}\cdot d\alpha\cdot\cos^2\alpha\right)$$

$$\frac{\sigma dx}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(\sin\alpha\cdot 2\right)$$

cos

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)