

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

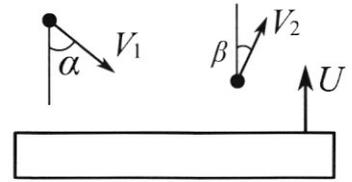
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



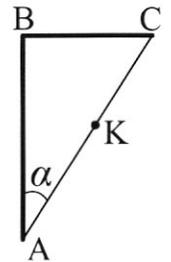
- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

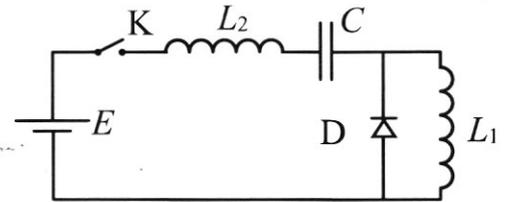
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

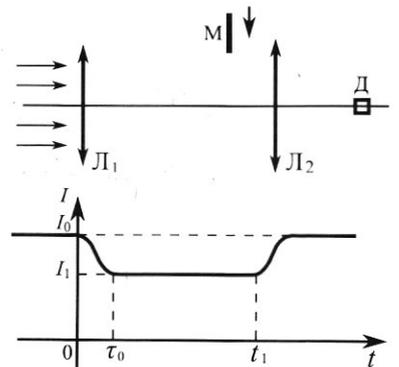
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.

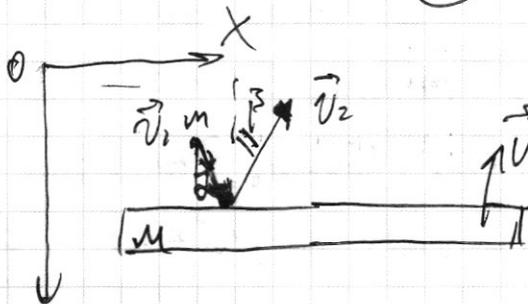


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



1) по оси ox внешних сил нет

парил нет \Rightarrow его импульс не
меняется.

$$mx: mv_1 \sin \alpha = mv_2 \sin \beta$$

$$y \quad \frac{2}{3} v_1 = \frac{1}{3} v_2$$

$$v_2 = 2v_1 = \sqrt{12} \text{ м/с}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3};$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3};$$

2) по оси oy :

$$mv_1 \cos \alpha - mu = -mv_2 \cos \beta - mu_1$$

$$u_1 = u - \frac{m}{m} [v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta]$$

Пусть при ударе выделяется энергия Q .

$$Q = E_1 - E_2 = \frac{mu^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mu_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}$$

$$Q > 0;$$

$$mu^2 + mv_1^2 - m \left(u - \frac{m}{m} [v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta] \right)^2 - mv_2^2 > 0$$

$$mu^2 + mv_1^2 - mu^2 - \frac{m^2}{m} [v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta]^2 + 2m^2 [v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta] - mv_2^2 > 0$$

т.к. $M \gg m$

$$v_1^2 - v_2^2 + 2u [v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta] > 0.$$

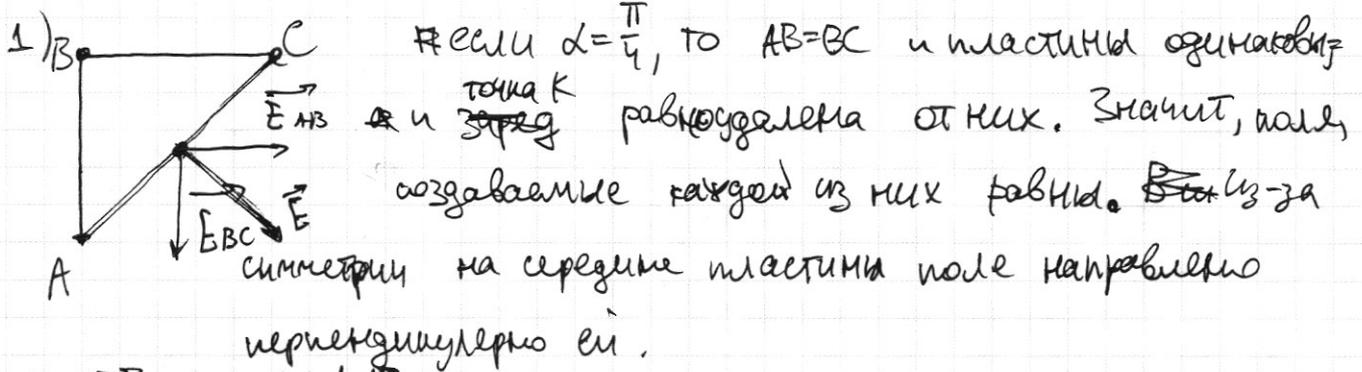
$$u = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 [v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta]}$$

$$= \frac{144 - 36}{2 \left[6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} + 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \right]} = \frac{108}{2 \cdot [2\sqrt{5} + 8\sqrt{2}]} = \boxed{\frac{27}{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}} \text{ м/с}}$$

Ответ: 1) $v = 12 \text{ м/с}$

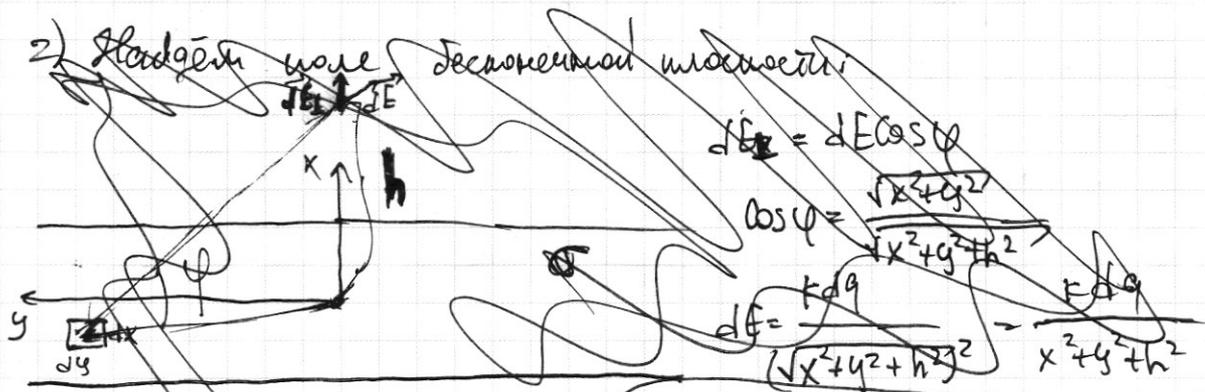
2) $u > \frac{27}{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}} \text{ м/с}$

№3

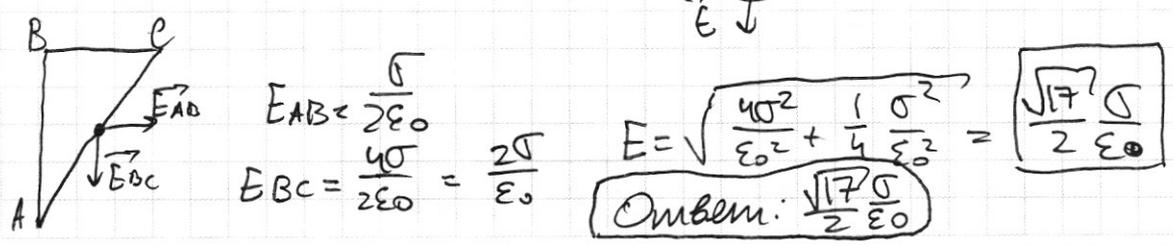
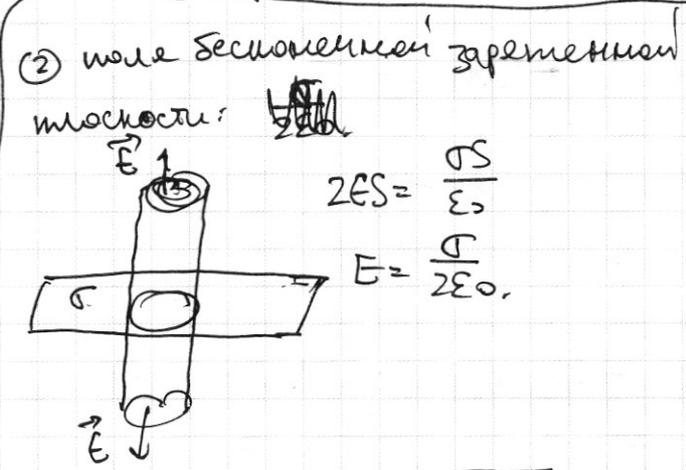


$\vec{E} = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$
 $|\vec{E}| = \sqrt{|\vec{E}_{BC}|^2 + |\vec{E}_{AB}|^2} = \sqrt{2} |\vec{E}_{AB}|$

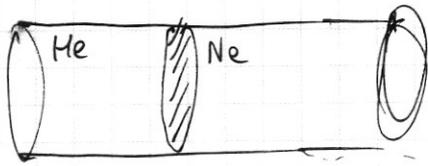
Ответ: в $\sqrt{2}$ раз



$dQ = \sigma dx dy$
 $dE = \frac{k \sigma dx dy}{x^2 + y^2 + h^2}$
 $dE_x = \frac{k \sigma dx dy \sqrt{x^2 + y^2}}{(x^2 + y^2 + h^2)^{3/2}}$



№2



1) Вначале давление в отсеках равно:

$$\frac{\partial P T_1}{V_{He}} = \frac{\partial P T_2}{V_{Ne}}$$

$$\frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

2) в уст. положении поршня

$$\frac{\partial P T}{V_{He}} = \frac{\partial P T}{V_{Ne}}$$

$$\Delta U_{He} + \Delta U_{Ne} = 0$$

$$\frac{3}{2} \partial P (T - T_1) + \frac{3}{2} \partial P (T - T_2) = 0$$

$$T_1 + T_2 = 2T$$

$$\frac{T_1 + T_2}{2} = T = \frac{330 + 440}{2} = \frac{770}{2} = \boxed{385 \text{ K}}$$

3) т.к. поршень движется медленно, то в любой момент:

$$\frac{\partial P T_{He}}{V_{He}} = \frac{\partial P T_{Ne}}{V_{Ne}} \quad \text{где } T_1 = T_{He}, T_2 = T_{Ne} \text{ и } T$$

$$dU_{He} + dU_{Ne} = 0$$

$$\frac{3}{2} \partial P dT_{He} + \frac{3}{2} \partial P dT_{Ne} = 0$$

$$dT_{He} + dT_{Ne} = 0$$

$$T_{He} = \frac{P V_{He}}{\partial R}; \quad T_{Ne} = \frac{P V_{Ne}}{\partial R}$$

$$dT_{He} = \frac{1}{\partial R} [P dV_{He} + V_{He} dP]$$

$$dT_{Ne} = \frac{1}{\partial R} [P dV_{Ne} + V_{Ne} dP]$$

$$dT_{He} + dT_{Ne} = P(dV_{He} + dV_{Ne}) + dP(V_{He} + V_{Ne}) = 0$$

$$dV_{He} + dV_{Ne} = 0, \text{ т.к. } dV_{He} = -dV_{Ne} \Rightarrow dP = 0, P = \text{const, процесс изобарный}$$

в каждом из отсеков всегда изобарический.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(7)

1) т.к. ось Ox на шарик не действует сил, то его импульс сохраняется

2) ускорению в с.о. шара. скорость шарика в с.о. шара

при ударе:

Ox: $m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta$

Oy: $m v_1 \cos \alpha = m u$

$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 6 \cdot \frac{2/3}{1/3} = 12 \text{ м/с}$

$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{m u^2}{2}$

$m v_1^2 \cos^2 \alpha - m u^2 = -m u_1 + m v_2 \cos \beta$

$m(u - u_1) = m(v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \beta)$

$m v_1^2 + m u^2 = m v_2^2 + m u_1^2 + Q$

$m v_1^2 + m u^2 = m v_2^2 + m u^2 + m(v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha)^2 + 2 m u (v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha) - Q$

$144 - 36 = 108$

$\arctg(\infty)$

π $\frac{\pi}{2}$ $-\frac{\pi}{2}$

$$Q_{не} = \frac{3}{2} \partial P \Delta T_{не} + A_{не} = \frac{3}{2} \partial R (T - T_1) + P \Delta V = \frac{3}{2} \partial R (T - T_1) + \partial R (T - T_1) =$$

$$= \frac{5}{2} \partial R (T - T_1) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8,3 \cdot 55 = 3 \cdot 8,3 \cdot 11 = \boxed{273,9 \text{ Дж}}$$

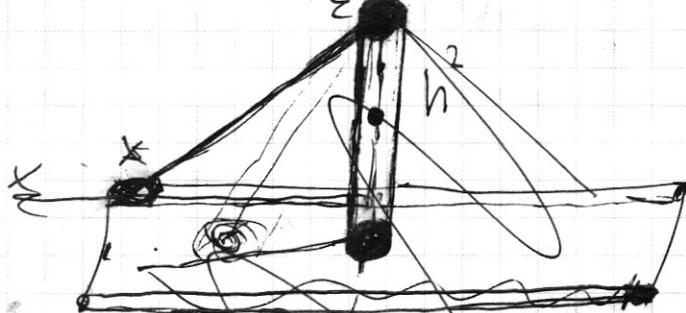
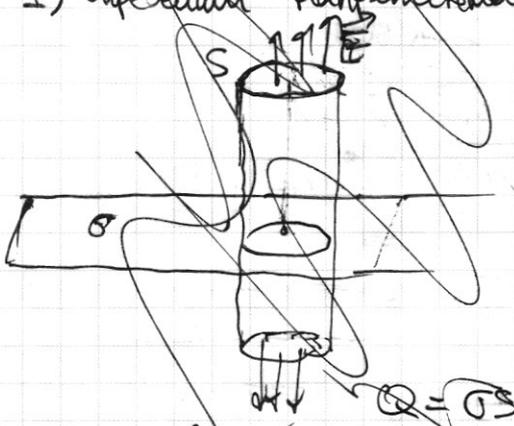
Ответ: $\frac{3}{4}$; 385K; 273,9 Дж

#3

1) определим напряженность, создаваемую пластиной:

из-за симметрии пластина поле может быть направлено только перпендикулярно ей. По т. Гаусса:

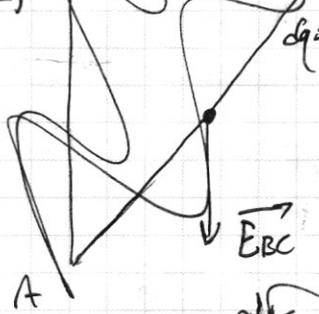
$$2E \cdot S = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



$$2E \cdot S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

2)



$$dq = dx dy \sigma$$

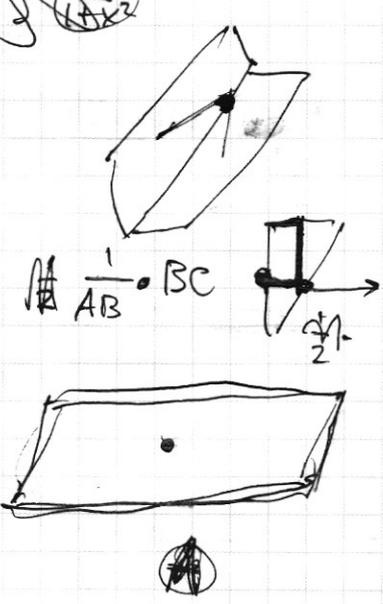
$$E = \frac{k dq}{(x^2 + y^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$\int dE = \frac{k dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}$$

$$E = \int k \frac{dx}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} = k \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$E = \left(1 - \frac{d}{l}\right) \cdot h =$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q_1 = \frac{3}{2} \partial R \Delta T_1 + A_1$$

$$Q_2 = -\frac{3}{2} \partial R \Delta T_2 + A_2$$

$$P = \frac{\partial R T_1}{V_1} = \frac{\partial R T_2}{V_2}$$

$$\frac{3}{7} V, 330$$

330

$$dP_1 V_1 + P dV_1$$

$$dU = \frac{3}{2} \partial R (\Delta T_1) = \frac{3}{2} \partial R (T_1 \Delta T_2) (T_2 - T_1)$$

$$dU = \frac{3}{2} \partial R dT_1 + \frac{3}{2} \partial R dT_2 = 0. \quad mU_1 + mV_2 \cos \alpha = mU - mV \cos \alpha$$

$$\frac{3}{2} \partial R dV_1 + \frac{3}{2} \partial R dV_2$$

$$\frac{\partial R}{V_2} \cdot dT_1 + dT_2 = 0.$$

$$T = \frac{PV}{\partial R}$$

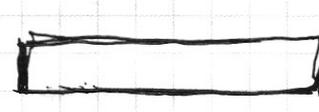
$$\frac{3}{2} m(U_1 + U) =$$

$$\frac{3}{2} V_1 \gamma + U$$

$$99 \quad \downarrow U_1 = U - \frac{m}{M} (V_2 \cos \alpha + U \cos \beta)$$

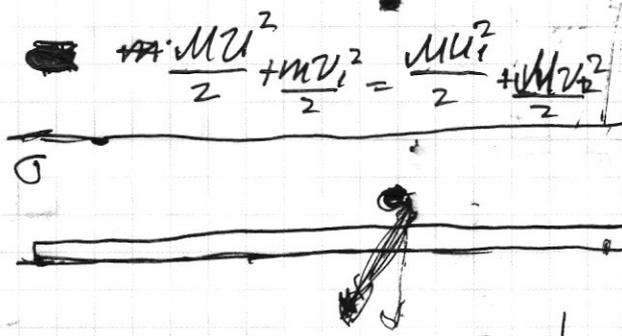
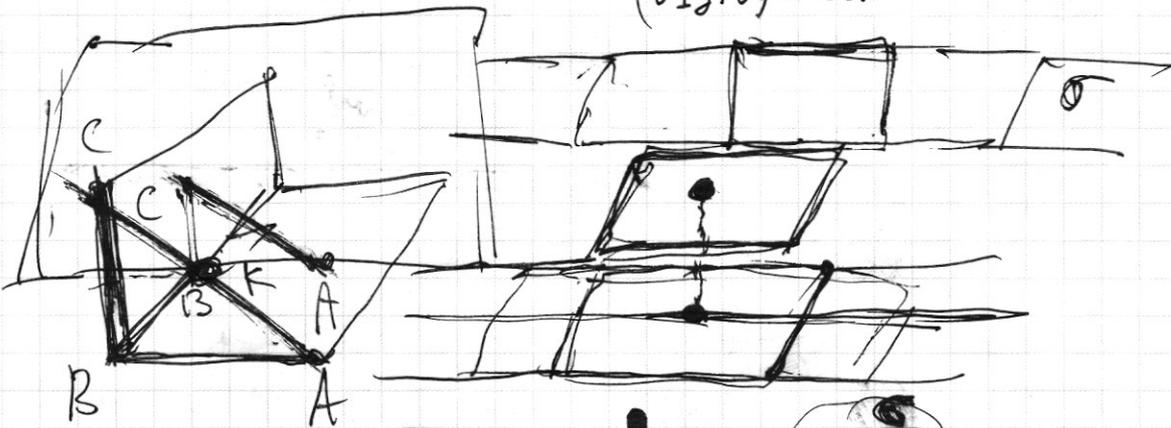
$$d\left(\frac{P_1 V_1}{\partial R}\right) + d\left(\frac{P_2 V_2}{\partial R}\right) = 0$$

$$\frac{264}{273,9}$$



$$(V_1 \gamma + U) = V_2 \chi$$

$$V_2 \chi = V_2 \chi - U$$



$$\frac{mU^2}{2} + \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mU^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}$$

$$\frac{Q}{2\pi \epsilon_0 r}$$

$$dE = \frac{Q}{2\epsilon_0} \frac{dS}{r^2}$$

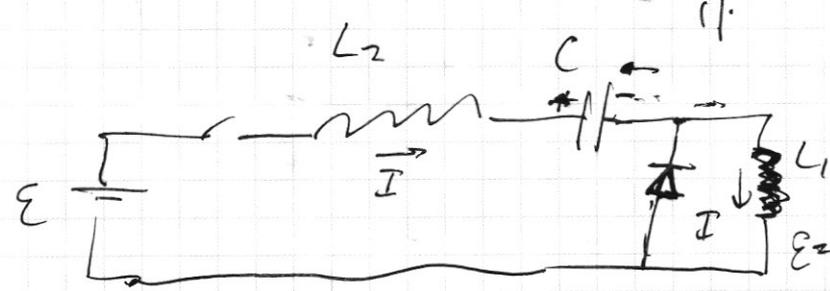
$$U^2 - U_1^2 > 0$$

$$mV_1 \cos \alpha - mU = -mU_1 - mV_2 \chi$$

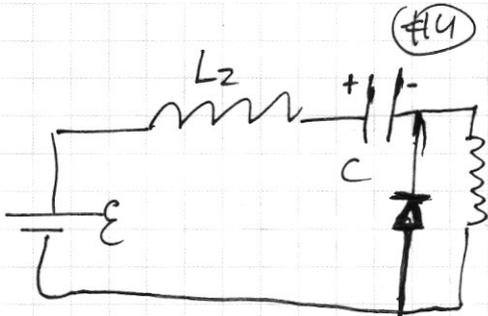
Вначале шод закрыва.

$$\epsilon - LI_2 - U_c - LI_1 = 0.$$

$$LI_2 < 0.$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) ~~В момент~~ после замыкания ключа
диод закрыт, в цепи колебание го
того, как. $\dot{I} = 0$, тогда диод откроется.

$$\varepsilon - (L_1 + L_2) \dot{I} - \frac{q}{C} = 0.$$

$$\varepsilon - 5L \dot{I} - \frac{q}{C} = 0.$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{5LC} - \frac{\varepsilon}{5L} = 0.$$

$$q^{\text{ст}} = q' + C\varepsilon$$

$$\ddot{q}' + \frac{q'}{5LC} = 0.$$

$$q'(t) = A \cos\left(\frac{1}{\sqrt{5LC}} t + \varphi\right)$$

$$q(t) = C\varepsilon + A \cos\left(\frac{1}{\sqrt{5LC}} t + \varphi\right)$$

$$\dot{q}(t) = -\frac{A}{\sqrt{5LC}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{5LC}} t + \varphi\right)$$

$$q(0) = 0 = C\varepsilon + A \cos \varphi$$

$$\dot{q}(0) = 0 = -\frac{A}{\sqrt{5LC}} \sin \varphi; \varphi = \pi.$$

$$q(0) = C\varepsilon - A = 0$$

$$A = C\varepsilon$$

$$q(t) = C\varepsilon (1 + \cos\left(\frac{1}{\sqrt{5LC}} t + \pi\right))$$

$$\dot{q}(t) = -\frac{C\varepsilon}{\sqrt{5LC}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{5LC}} t + \pi\right) = 0.$$

$$\sin\left(\frac{1}{\sqrt{5LC}} t_1 + \pi\right) = 0.$$

$$\frac{1}{\sqrt{5LC}} t_1 + \pi = \frac{3\pi}{2}$$

$$t_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{5LC}$$

$$q(t_1) = C\varepsilon$$

$$\dot{q}(t_1) = \frac{C\varepsilon}{\sqrt{5LC}}$$

После этого диод открывается и в цепи начинаются колеба-
ние без катушки L_2 .

$$\mathcal{E} - 2LI - \frac{q}{C} = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{2LC} - \frac{\mathcal{E}}{2L} = 0.$$

$$q'' = q' + C\mathcal{E}$$

$$q'(t) = A_1 \cos\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} + \varphi_1\right)$$

$$q(t) = C\mathcal{E} + A_1 \cos\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} + \varphi_1\right)$$

$$q(0) = C\mathcal{E} + A_1 \cos(\varphi_1) = C\mathcal{E}.$$

$$\varphi_1 = \frac{3\pi}{2}$$

$$\dot{q}(t) = -A_1 / \sqrt{2LC} \sin \varphi = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5LC}}$$

$$A_1 = C\mathcal{E} \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$q(t) = C\mathcal{E} \left(1 + \sqrt{\frac{2}{5}} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} + \frac{3\pi}{2}\right) \right)$$

Когда на L_2 ток снова 0:

$$q(t) = 0:$$

$$\sqrt{\frac{2}{5}} C\mathcal{E} \sin\left(\frac{t_2}{\sqrt{2LC}} + \frac{3\pi}{2}\right) = 0.$$

$$\frac{t_2}{\sqrt{2LC}} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi.$$

$$t_2 = \frac{\pi}{2} (\sqrt{2LC})$$

$$T = \frac{\pi}{2} [\sqrt{5LC} + \sqrt{2LC}]$$

2) Когда макс. ток на L_1 , то $L\dot{I} = 0$.

$$t = t_1.$$

$$I(t_1) = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5LC}};$$

3) Когда макс. ток на L_2 на 1-ом этапе колебаний -

$$\frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5LC}}.$$

На втором:

$$I(t) = -\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \frac{C\mathcal{E}}{2LC} \cos\left(\frac{t_3}{\sqrt{2LC}} + \frac{3\pi}{2}\right) = 0.$$

$$\cos\left(\frac{t_3}{\sqrt{2LC}} + \frac{3\pi}{2}\right) = 0.$$

$$|I(t_3)| = \left| -\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot C\mathcal{E} \cdot \frac{1}{\sqrt{2LC}} \right| = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5LC}}$$

$$\text{Ответ: } T = \frac{\pi}{2} [\sqrt{5LC} + \sqrt{2LC}]; I_{01} = I_{02} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5LC}}$$

$$\frac{I_1}{I_0} = 1 - \left(\frac{D_{\text{тём}}}{D}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

$$\left(\frac{D_{\text{тём}}}{D}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

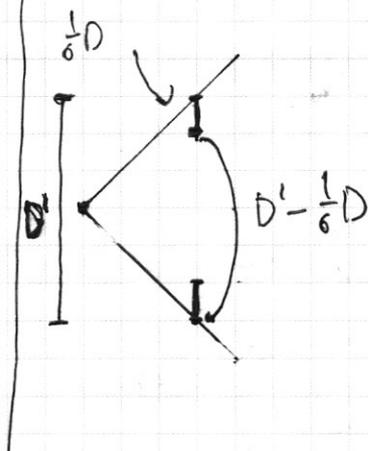
$$D_{\text{тём}} = \frac{D}{3} = 2D_{\text{мш}}.$$

$$D_{\text{мш}} = \frac{1}{6}D.$$

$$V\tau_0 = \frac{1}{6}D.$$

$$\boxed{V = \frac{D}{6\tau_0}}$$

За время $t_1 - \tau_0$ мишень ушла до конца луча.



$$D' - \frac{1}{6}D = \frac{1}{2}D - \frac{1}{6}D = \frac{1}{3}D. \text{ - расстояние, пройденное мишенью.}$$

$$V(t_1 - \tau_0) = \frac{1}{3}D.$$

$$\frac{D}{6\tau_0}(t_1 - \tau_0) = \frac{1}{3}D$$

$$t_1 - \tau_0 = 2\tau_0.$$

$$\boxed{t_1 = 3\tau_0}$$

- Ответ:
- 1) F_0 ;
 - 2) $\frac{D}{6\tau_0}$;
 - 3) $3\tau_0$.