

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

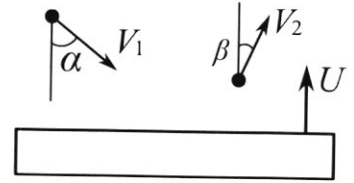
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

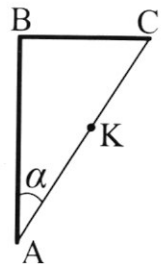


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

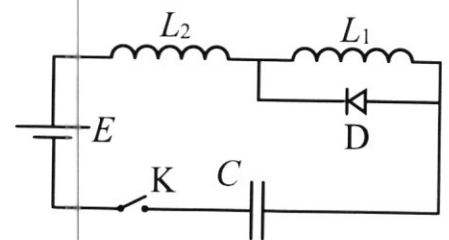
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



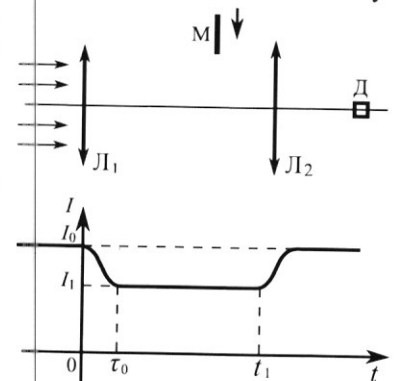
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. А) Связем с-му источника с волной.

1) Плоская ЗЧМ на ось, параллельно волне:

$$m V_1 \sin \alpha = m V_2 \sin \beta, \text{ где } m - \text{масса шарика.}$$

$$V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \frac{3}{2} = 12 \left(\frac{m}{c}\right).$$

Ответ: $12 \frac{m}{c}$.

2) ЗЧМ на ось, перпендикулярно плоскости волны:

$$m(V_1 \cos \alpha + V) = m(V_2 \cos \beta - V)$$

При этом учти, что если CO выйдена с волной, то в первый раз шарик к ней приближается на V больше, чем в неподвижной CO , а во второй отдаляется на V меньше.

$$V_1 \cos \alpha + V = V_2 \cos \beta - V$$

$$V = \frac{V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha}{2}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$V = \frac{12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}}{2} = 3\sqrt{3} - \sqrt{7} \left(\frac{m}{c}\right)$$

Ответ: $3\sqrt{3} - \sqrt{7} \frac{m}{c}$.

2.

1) Раз поршень начал резко убавиться, когда начал происходить таяние льда, то значит в начальной части времени давление в обеих емкостях равно.

$$P V_1 = \nu R T_1$$

$$P V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300 \text{ K}}{500 \text{ K}} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Ответ: 0,6.

2) Пусть установившаяся температура T . Тогда как-то вычисляется средняя температура как-то вычисленной атомат.

$$C \cdot \Delta(T - T_1) = C \cdot \Delta(T_2 - T)$$

$$T - T_1 = T_2 - T$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{300\text{K} + 500\text{K}}{2} = 400\text{K}$$

Ответ: 400K.

$$3) Q = C \cdot \Delta(T_2 - T) = \frac{5\text{A}}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 100 = \frac{1500}{14} \text{R} = \frac{750\text{R}}{7} = \frac{750 \cdot 8\text{A}}{7} \approx 890\text{Dm}$$

Ответ: 890 Dm.

4.1) Пусть T состоит из двух температур T_1 и T_2 .

T_1 - когда ток идет thru L_2 и L_1

T_2 - когда только thru L_2

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} = 2\pi \sqrt{3LC}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{L_2 C} = 2\pi \sqrt{LC}$$

$$T = \frac{2\pi \sqrt{3LC} + 2\pi \sqrt{LC}}{2} = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{3} + 1)$$

2) Пусть за время зарядки конденсатора, катушки имеют заряд q .

$$\text{Тогда } E_q = \frac{q^2}{2C} \quad q = 2CE$$

$$\text{Напряжением на конденсаторе будет } \frac{2CE}{C} = 2E.$$

Ток ток thru L_1 будет, когда V на конденсаторе равно половине

от его макс. значения, т.е. E . На этот E конденсатор сначала катушка.

$$\frac{L_1 I_{11}^2}{2} + \frac{L_2 I_{11}^2}{2} = \frac{CE^2}{2}$$

$$I_{11}^2 (L_1 + L_2) = CE^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$I_{M1} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

Ответ: $E \sqrt{\frac{C}{3L}}$.

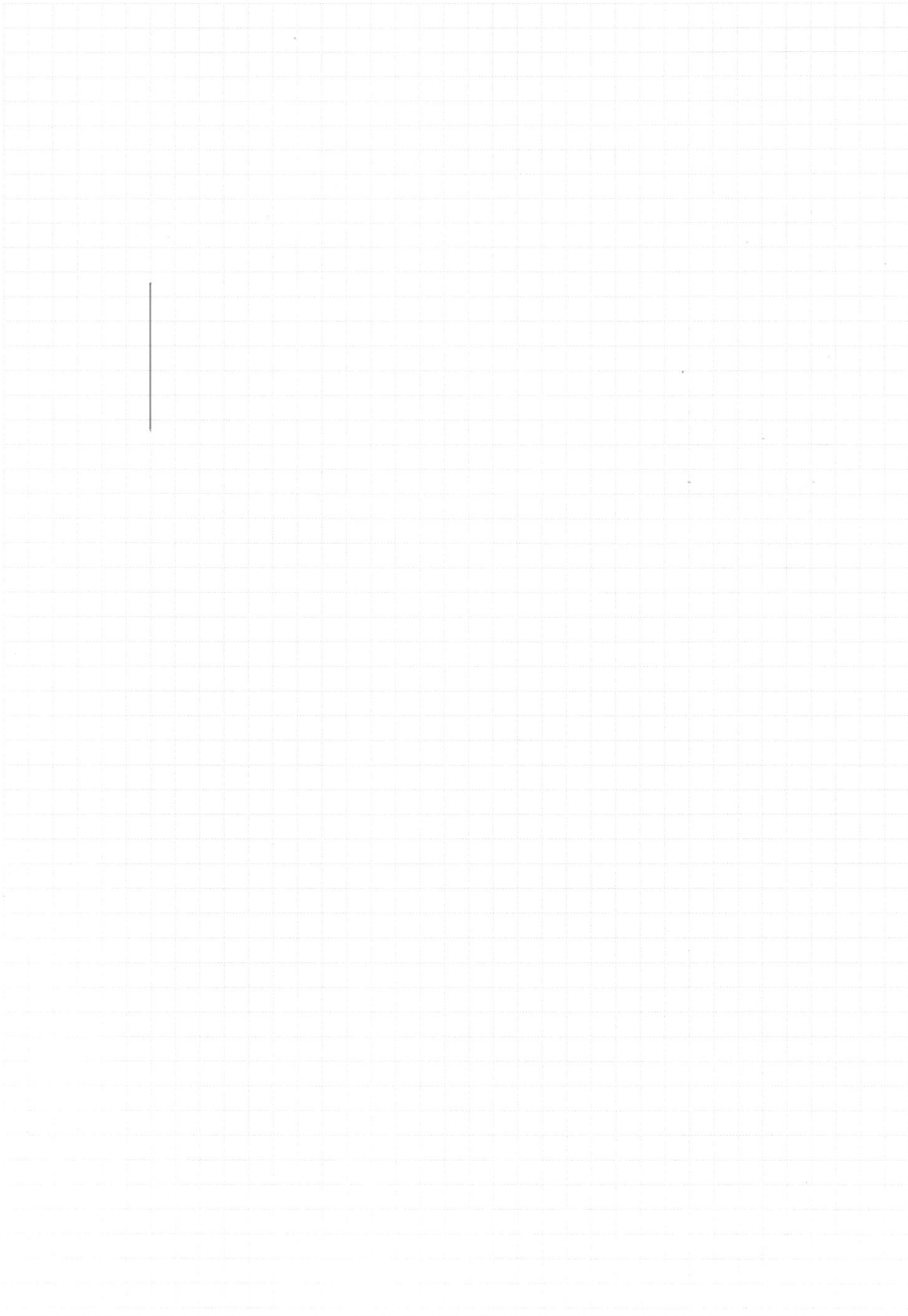
3) Из-за диода во время T_2 ток через L_1 не течет.

$$\frac{CE^2}{2} = \frac{L_2 I_{M2}^2}{2}$$

$$I_{M2} = E \sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

Ответ: $E \sqrt{\frac{C}{L_2}}$.

Если ток в катушке будет возрастать,
то напряжение на диоде и упадет до 0.

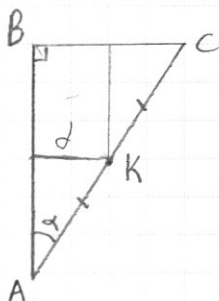


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.



1) Пусть рассмотрим от K до пластины $AB = d$.

$E_1 \propto \frac{1}{d^2}$ — напряженность, создаваемая AB.

$E_2 \propto \frac{1}{(d \operatorname{ctg} \alpha)^2}$ — напряженность, создаваемая BC.

П.к. $AB \perp BC$, но векторы напряженности в точке K, создаваемые пластинами (сформировать вектор от каждой пластины), перпендикулярны. Тогда результирующая $E_3 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$

$$\frac{E_3}{E_1} = \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 \alpha}}}{1} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

Ответ: $\sqrt{2}$.

2)

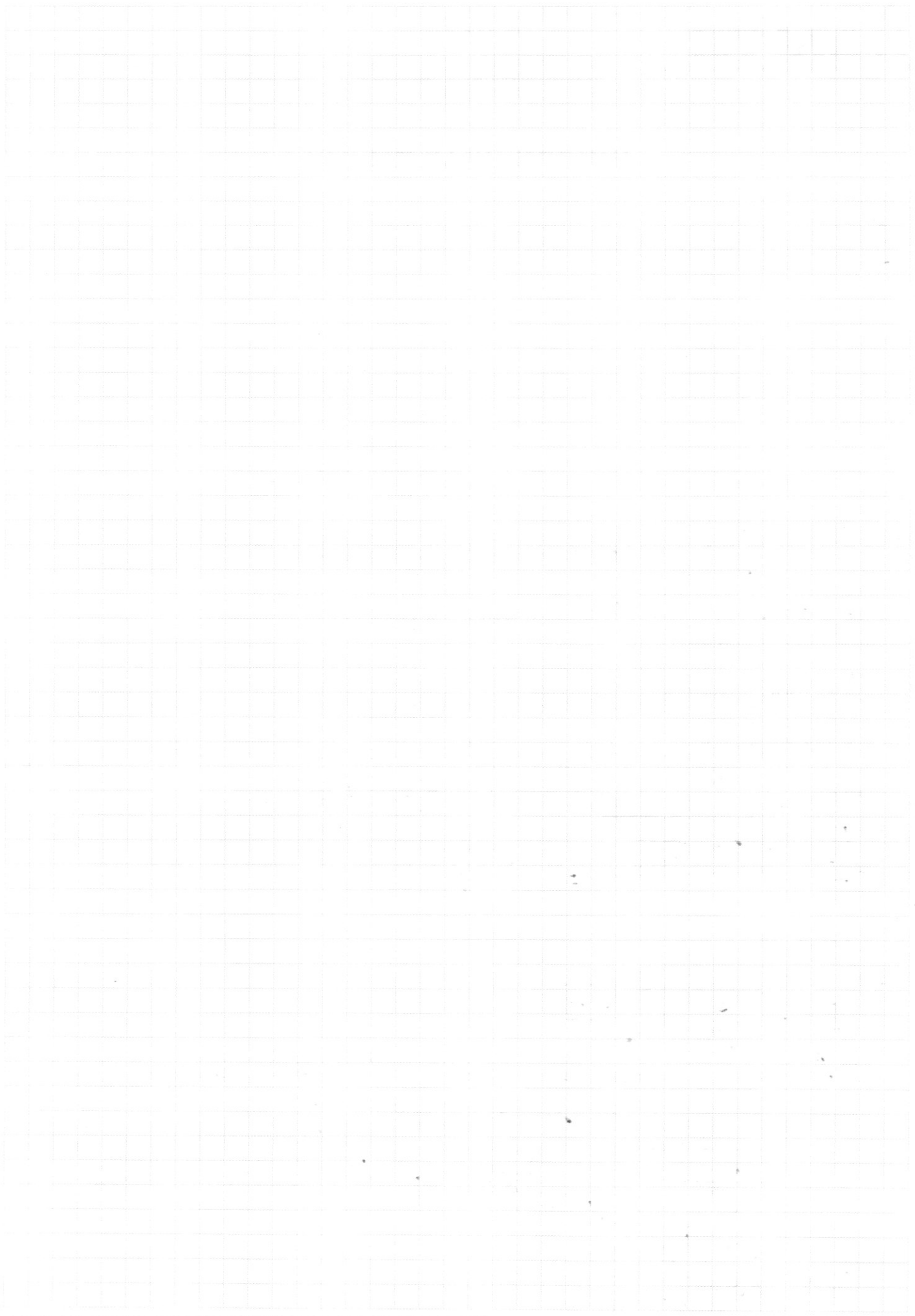
~~$$E = \sqrt{\frac{k^2 \sigma^2 \cdot 4}{d^4} + \frac{k^2 \sigma^2 \cdot 16}{d^4}}$$~~

Рассмотрим перпендикуляр площади S на оси пластины, в форме квадрата со стороной l . l — длина AB. $\frac{l}{d} = \operatorname{ctg} \alpha$

$$E = \sqrt{\frac{k^2 \sigma^2 \cdot l^4}{d^4} + \frac{k^2 \sigma^2 \cdot 4 \cdot l^4 \cdot \operatorname{tg}^4 \alpha}{d^4 \cdot \operatorname{ctg}^4 \alpha}} = \sqrt{k^2 \sigma^2 \cdot \operatorname{ctg}^4 \alpha + k^2 \sigma^2 \cdot 4 \cdot \operatorname{tg}^4 \alpha} =$$

$$= k \sigma \cdot \sqrt{4 \operatorname{tg}^4 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha}$$

Ответ: $k \sigma \cdot \sqrt{4 \operatorname{tg}^4 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha}$.

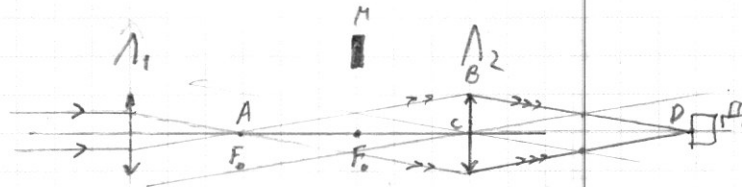


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.



- 1) После прохождения линзы L_1 , лучи пересекаются в фокусе. Для линзы L_2 этот фокус находится в фронтальной фокусе. И.ч. в детектор D падает кривыми почти чёткий луч, то для линзы L_2 на детекторе D будет сфокусированная точка, находящаяся в фронтальной фокусе, а значит ч D находится на расстоянии $2F_0$. Это можно также доказать, если рассмотреть равные треугольники ABC и BCD .

Ответ: $2F_0$.

- 2) $I \in P$, $P \in R^2$, где R - радиус мнимки M .

$$D^2 \in I.$$

$$(D^2 - 2R^2) \in I,$$

$$\frac{D^2}{D^2 - 2R^2} = \frac{I_0}{\frac{3I_0}{4}}$$

$$\frac{D^2}{D^2 - 2R^2} = \frac{4}{3}$$

$$3D^2 = 4D^2 - 8R^2$$

$$8R^2 = D^2$$

$$R = \frac{D}{2\sqrt{2}}$$

$$2R = \frac{D\sqrt{2}}{2}$$

Найти радиус светового пучка, проходящего через точку M поперечно осью.

За время τ_0 имеет время расстояние $2R$.

Можно

$$V = \frac{2R}{\tau_0} = \frac{D\sqrt{2}}{\tau_0 \cdot 2} = \frac{D}{\tau_0 \sqrt{2}}$$

Ответ: $\frac{D}{\tau_0 \sqrt{2}}$.

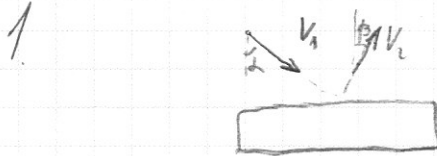
3) За время t_1 проходит ~~путь~~ ^{минуты} M ~~путь~~ ^{минуты} $D_{ср}$

скоростью V

$$t_1 = \frac{D}{V} = \frac{D\sqrt{2}}{2\tau_0} = \frac{2\tau_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \tau_0$$

Ответ: $\sqrt{2} \tau_0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Векторы CO с нулевой.

По закону ЗУ: $mV_1 \sin \alpha = mV_2 \sin \beta$ $V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = V_1 \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \cdot 8 = 12 \frac{m}{c}$

2) $m(V_1 \cos \alpha + U) = m(V_2 \cos \beta - U)$

$$V_1 \cos \alpha + U = V_2 \cos \beta - U$$

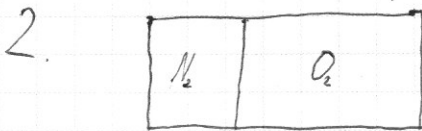
$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2U = V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$U = \frac{V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha}{2}$$

$$U = \frac{12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}}{2} = \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2} = 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$$



$$v = \frac{3}{4} \text{ мкс}, T_1 = 300 \text{ К}, T_2 = 500 \text{ К}$$

$$C_v = \frac{5R}{2} - \text{мол. теплоемк.}$$

1) По формуле мол. дроби, когда t и давление одинаковы, U и U_1 обрат. пропорц.

$$PV_1 = \nu RT_1$$

$$PV_2 = \nu RT_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5} = 0.6$$

2) Внутренняя энергия $U = T$

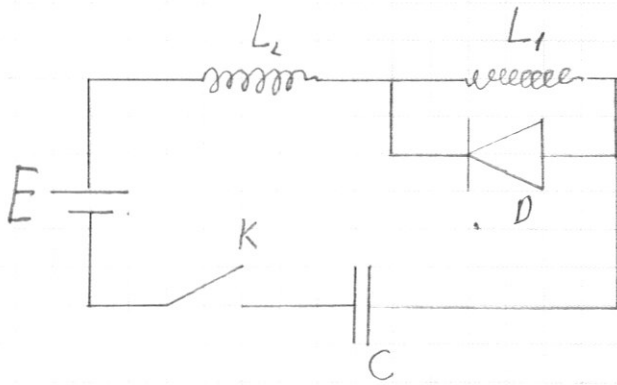
$$C_v \nu (T - T_1) = C_v \nu (T_2 - T)$$

$$T - T_1 = T_2 - T$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{300 + 500}{2} = 400 \text{ (К)}$$

$$3) Q = C \cdot \Delta T \cdot \left(\frac{T_2 - T_1}{T_1} \right) = \frac{5R}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{50}{100} \cdot 200 K = \frac{15R}{4} \cdot 100 = \frac{15 \cdot 831}{4} \frac{1500 R}{4}$$

3.4.



$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$450 \overline{) 7}$$

$$\begin{array}{r} 104 \\ \times 8,31 \\ \hline 104 \\ 321 \\ \hline 856 \\ \hline 883,14 \end{array}$$

1) Переход T совм. у фазы индукторов T_1 и T_2

T_1 - когда ток идет через L_2 и L_1

T_2 - когда ток идет через L_2

$$T = T_1 = \frac{T_1}{2} \cdot \frac{T_2}{2}$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C} = 2\pi\sqrt{3LC}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{L_2C} = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$T = \frac{2\pi\sqrt{3LC} + 2\pi\sqrt{LC}}{2} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3}+1)$$

2) Макс ток беру L_1 другим, когда на нас падает $V_1 = \frac{E \cdot L_1}{L_1 + L_2}$

$$\frac{L_1 I'}{2} + \frac{L_2 I'}{2} = \frac{C V_1^2}{2} \quad C \cdot \left(\frac{E}{L_1 + L_2} \right)^2$$

$$I' = \frac{E}{L_1 + L_2}$$

$$E q = \frac{q^2}{2C}$$

$$I'(L_1 + L_2) = \frac{CE^2}{2}$$

$$E \rightarrow \frac{L_1 I'}{L_1}$$

$$q = 2CE$$

$$I = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{C}{3L}} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$V_{\text{на катушке}} = \frac{q}{C} = 2E$$

$$3) \frac{CE^2}{2} = \frac{L_1 I_{\text{max}}^2}{2}, I = E \sqrt{\frac{C}{L_1}} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\begin{aligned} W_{\text{max}} &= \frac{CV^2}{2} & q &= Cq \\ W &= \frac{q^2}{2C} & V_2 &= \frac{q}{C} \end{aligned}$$

$$I \sim P \quad P \sim R^2$$

$$D \sim I$$

$$(D \sim I) \sim I_1$$

$$\frac{D}{D-LR} = \frac{I_0}{3I_0/4}$$