Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

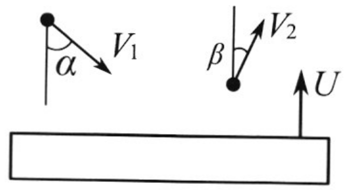
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

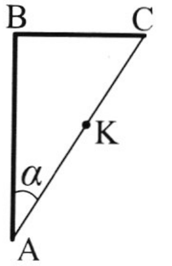
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

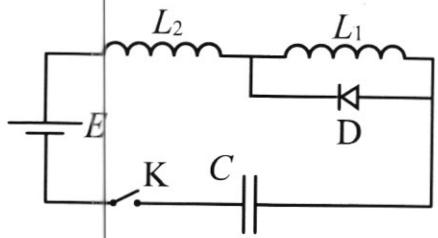
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

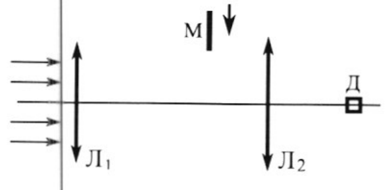


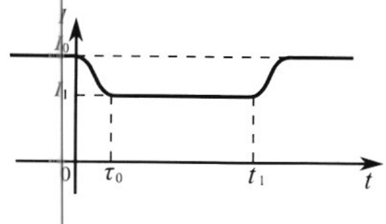
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Дано:

$V_1 = 8\frac{м}{с}$

$\sin\alpha = \frac{3}{4}$

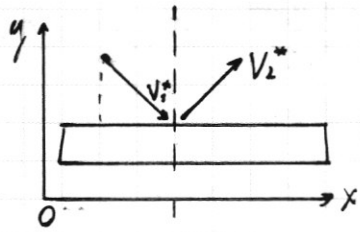
$\sin\beta = \frac{1}{2}$

1) V_2 - ?

2) U - ?

Решение: $\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$; $\cos\beta = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

В СО плиты угол падения равен углу отражения, значит проекция скорости на Ox сохраняется



$\vec{V_1^*} = \vec{V_1} + (-\vec{U})$

$\vec{V_2^*} = \vec{V_2} + (-\vec{U})$

1) $V_1\sin\alpha = V_2\sin\beta$

$V_2 = V_1\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

$V_2 = 8\frac{м}{с}\cdot\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 8\frac{м}{с}\cdot\frac{3}{2} = 12\frac{м}{с}$

2) в этой же СО проекция скорости на OY сохраняется (по модулю)

$V_1\cos\alpha + U = V_2\cos\beta - U$

$U = \frac{V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha}{2}$

$U = \frac{12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - 8\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}}{2}\frac{м}{с} = \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2}\frac{м}{с} = (3\sqrt{3} - \sqrt{7})\frac{м}{с}$

Ответ: $V_2 = 12\frac{м}{с}$; $U = (3\sqrt{3} - \sqrt{7})\frac{м}{с}$

№2.

Дано:

$\nu = \frac{3}{7}$ моль

$T_1 = 300K$

$T_2 = 500K$

$C_V = \frac{5R}{2}$

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль\cdot K}$

1) $\frac{V_{0A}}{V_{0K}}$ - ?

2) $T_{уст}$ - ?

3) $|\Delta Q_K|$ - ?

Решение:

А - азот ; К - кислород

Запишем ур-я состояния для Азота и кислорода

1) $p_1V_{0A} = \nu RT_1$, $p_2V_{0K} = \nu RT_2$ $\xrightarrow{т.к.\ p_1=p_2}$ $\frac{V_{0A}}{V_{0K}} = \frac{T_1}{T_2} = 0{,}6$

2) сосуд изолирован, значит энергия вначале и конце совпадают. Сосуд изолирован, значит суммарная работа газов равна нулю. ЗСЭ: $\frac{5R}{2}\nu T_1 + \frac{5R}{2}\nu T_2 = 2\cdot\frac{5R}{2}\nu T_{уст}$

$T_{уст} = \frac{T_1+T_2}{2} = 400K$

при выравнивании температуры $V_{1A} = V_{1K}$

3) 1-е начало термодинамики:

$$A: \Delta Q_K = \frac{5R}{2}\nu(T_{уст}-T_1) + A$$

$$K: -\Delta Q_K = \frac{5R}{2}\nu(T_{уст}-T_2) - A$$

где A - работа газа (аргона), он расширяется от $V_{0A} = \frac{6}{16}V_0$ до $V_{1A} = \frac{1}{2}V_0$, где V_0 общий объём сосуда. При этом: $p_1 = \frac{\nu R T_1}{\frac{3}{8}V_0} = \frac{800\nu R}{V_0}$; $p_{уст} = \frac{\nu R T_{уст}}{\frac{1}{2}V_0} = \frac{800\nu R}{V_0}$ т.к процесс ~~процесс~~ проходил медленно, можно считать, что $p = const = \frac{800\nu R}{V_0}$

$$\left.\begin{array}{l} |\Delta Q_K| = C_p\cdot\Delta T \\ C_p = C_V + R \end{array}\right\} \Rightarrow |\Delta Q_K| = \frac{7}{2}R\cdot(T_{уст}-T_1) = \frac{7\cdot 8{,}31 Дж}{2}\cdot 100 = 7\cdot 8{,}31\cdot 50 Дж =$$

$$= 58{,}17 Дж\cdot 50 = 2908{,}5 Дж$$

Ответ: 1) $\frac{V_{0A}}{V_{0K}} = 0{,}6$; 2) $T_{уст} = 400K$; 3) $|\Delta Q_K| = 2908{,}5 Дж$

№3.

Дано:

$\mathcal{E}$

$L_1 = 2L$

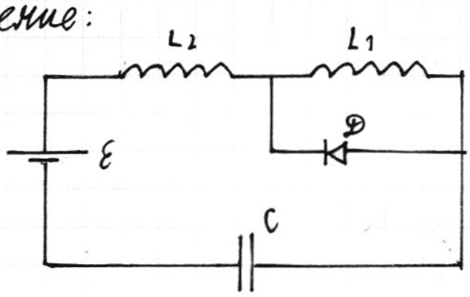
$L_2 = L$

T-?

I_{m1}-?

I_{m2}-?

Решение:



ток идёт по часовой стрелке:

$$\mathcal{E} - \dot{I}(L_1+L_2) = \frac{q}{C} \quad \text{(1-е правило Кирхгофа)}$$

$$\ddot{q} + q\cdot\frac{1}{C(L_1+L_2)} = \frac{\mathcal{E}}{L_1+L_2}$$

$$\omega_{01}^2 = \frac{1}{3LC}; \quad \omega_{01}^2 q_{r1} = \frac{\mathcal{E}}{3L} \Rightarrow q_{r1} = \mathcal{E}C$$

$$\left.\begin{array}{l} q_1(t) = A\cos\omega_{01}t + q_{r1} \\ q_1(0) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow A = -q_{r1} = -\mathcal{E}C \Rightarrow \quad q_1(t) = \mathcal{E}C(1-\cos\omega_{01}t)$$

$$I_1(t) = \mathcal{E}C\omega_{01}\sin\omega_{01}t$$

ток идёт против часовой стрелки, значит не идёт через L_1 т.к D-идеальный: $\mathcal{E} - \dot{I}L_2 = \frac{q}{C}$ (1-е правило Кирхгофа)

$$\ddot{q} + q\cdot\frac{1}{CL} = \frac{\mathcal{E}}{L}$$

$$\omega_{02}^2 = \frac{1}{CL}; \quad q_{r2} = \mathcal{E}C$$

~~$q_2(t) = \frac{\mathcal{E}}{C}$~~ часть колебаний, начинающаяся против часовой стрелки начинается, когда сила тока в цепи равна 0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

из ЗСЭ: $A_{ист} = \frac{q_2^2}{2C}$

$$\mathcal{E} q_2 = \frac{q_2^2}{2C} \Rightarrow q_2 = 2\mathcal{E}C$$

получаем: $\left.\begin{matrix} q_2(t) = A\cos\omega_{02}t + q_{p2} \\ q_2(0) = 2\mathcal{E}C \end{matrix}\right\} \Rightarrow A = +\mathcal{E}C$

$$q_2(t) = \mathcal{E}C(\cos\omega_{02}t + 1)$$

$$I_2(t) = \mathcal{E}C\omega_{02}(-\sin\omega_{02}t)$$

$$T = \frac{1}{2}\frac{2\pi}{\omega_{01}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{\omega_{02}} = \pi(\sqrt{3LC} + \sqrt{LC})$$

максимальный ток по часовой стрелки: $I_{1max} = \mathcal{E}C\cdot\sqrt{\frac{1}{3LC}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$

максимальный ток против часовой стрелки: $I_{2max} = \mathcal{E}C\cdot\sqrt{\frac{1}{LC}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}$

$I_{1max} < I_{2max} \Rightarrow I_{2m} = I_{2max}$, а $I_{1m} = I_{1max}$ т.к I_2 не течёт через L_1

Ответ: $T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3}+1)$; $I_{1m} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}$; $I_{2m} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$

№5.

Дано:

$l = 3F_0$

$D \ll F_0$

$x = 2F_0$

$I_1 = \frac{3}{4}I_0$

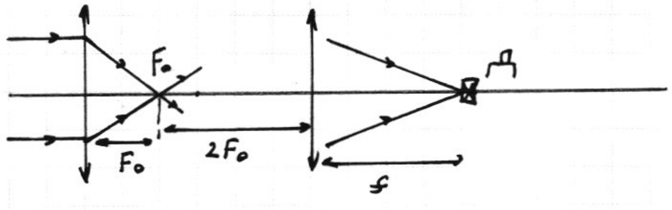
1) f - ?

2) V - ?

3) t_1 - ?

Решение:

1) параллельный г.о.о пучёк сходится в фокусе;

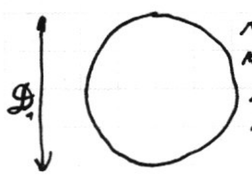


формула линзы:

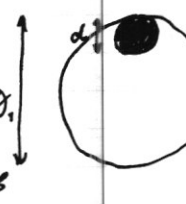
$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{2F_0} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 2F_0$$

2) сила тока пропорциональна мощности попадающего светового пучка, которая в свою очередь пропорциональна площади попадающего пучка: 1. $I = I_0$; $W_1 = \alpha\cdot S_1$ 2. $I = \frac{3}{4}I_0$; $W_2 = \alpha\cdot S_2$



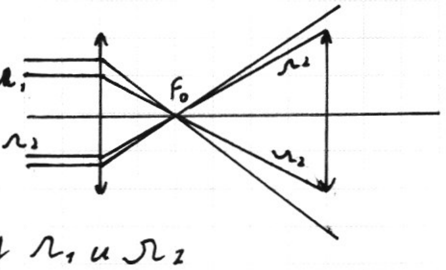
пропорциональный коэф. зависит только от пучка и его свойств



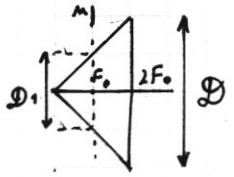
$\cancel{\frac{W_2}{W_1}=\frac{S_2}{S_1}=\frac{D^2-d^2}{D^2}=\frac{3}{4}}$

$\cancel{1-\frac{d^2}{D^2}=\frac{3}{4}}$

$\cancel{\frac{1}{4}=\frac{d^2}{D^2} \Rightarrow d=\frac{1}{2}D}$



в мишуль $Л_2$ и в Д попадают все лучи между r_1 и r_2



$\frac{D_1}{D}=\frac{1}{2} \Rightarrow D_1=\frac{1}{2}D$

$$\frac{W_2}{W_1}=\frac{S_2}{S_1}=\frac{D_1^2-d^2}{D_1}=1-\frac{d^2}{D_1^2}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{d}{D_1}=\frac{1}{2} \Rightarrow d=\frac{D}{4}$$

диаметр M

2) M проходит свой диаметр за τ_0 (из графика $I(t)$)

очевидно: $d=V\tau_0 \Rightarrow V=\frac{d}{\tau_0}=\frac{D}{4\tau_0}$

3) $\cancel{t_1-\tau_0=V(D_1-d)}$ $t_1-\tau_0=\frac{D_1-d}{V}=\frac{D/4}{D/4\tau_0}=\tau_0 \Rightarrow t_1=2\tau_0$

Ответ: 1) $f=2F_0$; 2) $V=\frac{D}{4\tau_0}$; 3) $t_1=2\tau_0$

№3

Дано:	Решение:
1) $\alpha=\frac{\pi}{4}$	
2) $\sigma_1=2\sigma$	
$\sigma_2=\sigma$	
$\alpha=\frac{\pi}{7}$	
1) γ-?	
2) E_K-?	

Напряжённость ~~[illegible]~~ заряженной плоскости вдали от ее торцов: $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

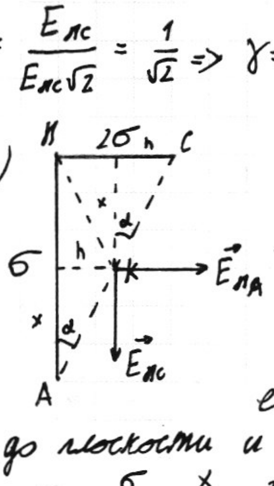
1) т.к $\alpha=\frac{\pi}{4}$, то напряжённости, создаваемые ЛС в К и АЛ в К будут равны между собой и перпендикулярны:

$$\frac{1}{\gamma}=\frac{E_{ЛС}}{E_{общ}}=\frac{E_{ЛС}}{\sqrt{E_{ЛС}^2+E_{АЛ}^2}}=$$

принцип суперпозиции

$$=\frac{E_{ЛС}}{E_{ЛС}\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \gamma=\sqrt{2}$$

2)



по принципу суперпозиции: $E_K=\sqrt{E_{ЛС}^2+E_{ЛА}^2}$

в нашем случае не совсем можно считать напряжённость плоскости как $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ так как ЛК и СЛ, а также ЛК и АЛ сопоставимы по размерам

если считать, что E обратно пропорциональна расстоянию до плоскости и ~~[illegible]~~ пропорциональна её размерам, то:

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{h}, \quad \frac{2h}{x}=\mathrm{tg}\,\alpha \Rightarrow \frac{x}{h}=\frac{2}{\mathrm{tg}\,\alpha}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left.\begin{aligned} E_{AM} &= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{2}{tg\,\alpha} \\ E_{MC} &= \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot 2\,tg\,\alpha \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_K = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{\frac{4}{tg^2\alpha}+16\,tg^2\alpha} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{1}{tg^2\alpha}+4\,tg^2\alpha}$$

Ответ: $\gamma = \sqrt{2}$; $E_K = \frac{\sigma}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{tg^2\alpha}+4\,tg^2\alpha}$, где $\alpha = \frac{\pi}{7}$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

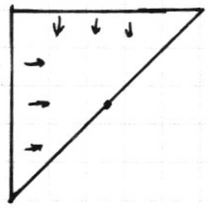
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

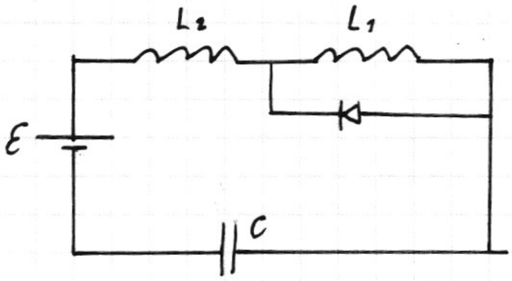
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



4.



$I:\ \mathcal{E} - \dot{I}L_2 - \dot{I}L_1 = \frac{q}{C}$

$\frac{m(\dot{x})^2}{2} + \frac{RX^2}{2} = 0$

$\cancel{q + \ddot{q}\frac{(L_1+L_2)C}{L_1}} = \mathcal{E}C$

$\ddot{X}m + Rx = 0$

$\ddot{q} + q\cdot\frac{1}{C(L_1+L_2)} = \frac{\mathcal{E}}{L_1+L_2}$

$\omega^2 q_r = \frac{\mathcal{E}}{L}$

$q_r = \mathcal{E}C$

$T = 2\pi\sqrt{LC}$

$q(t) = -\mathcal{E}C\cos\omega_0 t + \mathcal{E}C$

сначала: $\mathcal{E} = (L_1+L_2)\dot{I}$

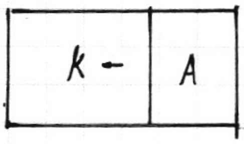
$I(t) = \mathcal{E}C\omega_0\sin\omega_0 t$

$\dot{I}(t) = \frac{\mathcal{E}\cdot c}{ci}$

о)

$\Delta Q_K = A + \Delta U_K$

$\Delta Q_A = -A + \Delta U_A$



$Q = \Delta U + A \Rightarrow Q = \frac{5}{2}\nu R(T_{уст} - T_1) + A$

$-Q = \frac{5}{2}\nu R(T_{уст} - T_2) - A$

$\int_{V_0}^{V} p\,dV$

$p = const = \frac{\nu RT}{V}$

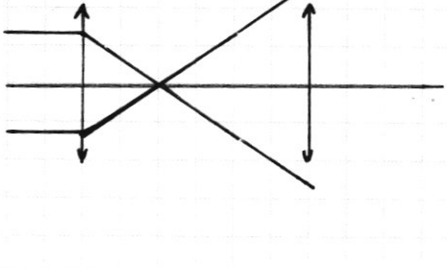
$pV = \nu RT$

$p\,dV + V\,dp = \nu R\,dT$

$\frac{I^2L_2}{2} +$

Δ

$\frac{q_{max}^2}{2C} = \mathcal{E}q_{max}$

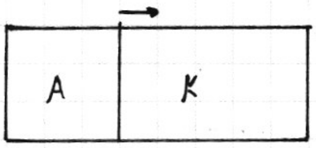


☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

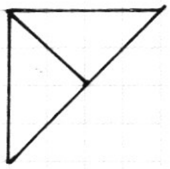


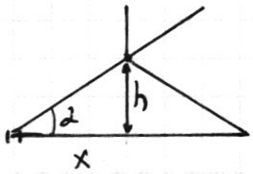
$$p_1 = \frac{\nu R T_1}{\frac{3}{8} V_0} \; ; \; p_2 = \frac{\nu R T_2}{\frac{5}{8} V_0} = \frac{\alpha}{V_0} = \frac{800 \nu R}{V_0}$$

$$p_2 = \frac{\nu R T_{уст}}{\frac{1}{2} V_0} = \frac{\beta}{V_0} = \nu R$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times\; 50 \\ \hline 2800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8{,}31 \\ \times\; 7 \\ \hline 58{,}17 \\ \times\; 5 \\ \hline 2908{,}5 \end{array}$$

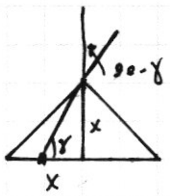




$$E_{\|} = \frac{dQ}{\sqrt{x^2+h^2}}$$

$$E_{\|} = E \cdot \sin\alpha = dQ \cdot \frac{h}{\sqrt{x^2+h^2}^{\,3}} = \sigma h \frac{dx}{(x^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$dQ = \sigma\, dx$$



$$E = dQ \cdot \frac{1}{\left(\frac{x}{\sin\gamma}\right)^2} \Bigg| \Rightarrow E_{\|} = 2\frac{\sin^3\gamma}{x^2} \cdot dQ = 2\frac{\sin^3\gamma}{x}\sigma$$

$$E_{\|} = E \sin\gamma$$

$$dQ = x \cdot \sigma \cdot 2$$

$$\frac{I L^2}{2} = \frac{\varepsilon C^2}{2}$$

$$\frac{I}{\varepsilon} = \frac{C}{L}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{l}$$

$$\frac{h}{\cancel{x}} = tg\alpha =$$

$$tg\beta = \frac{h_1}{x_1/2} = 2 \cdot \frac{h_1}{x_1}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)