

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

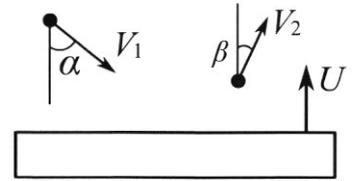
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

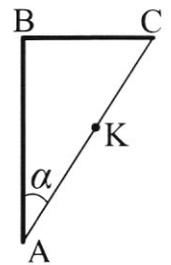


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

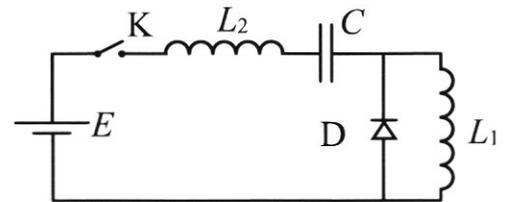
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



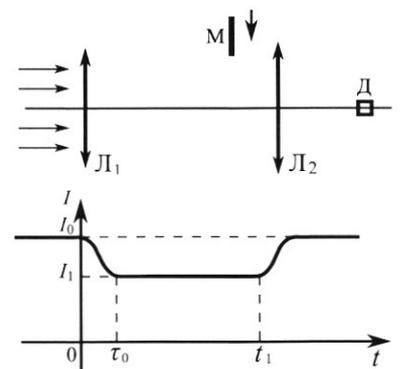
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.

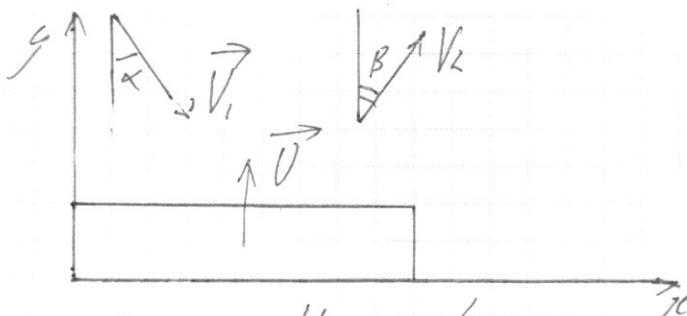


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. 1) Поскольку сила трения в системе нет, то на шарик не действует ни одной



горизонтальной силы $F_x = 0 \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow v_x = \text{const}$, где

v_x - горизонтальная скорость шар. Тогда по закону

сохранения импульса на ось x : (m - масса шара, M - масса плиты)

$$m v_{1x} = m v_{2x} \Rightarrow v_{1x} = v_{2x} \Rightarrow v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 2v_1 = 12 \text{ м/с.}$$

на ось ординат

2) Разложим относительную скорость шарика относительно плиты до и после соударения

v_{10t} и v_{20t} соответственно. Тогда $v_{10t} = v_{1y} + v$,

$v_{20t} = v_{2y} - v - v_{1y}$, но для удобства будем рассматривать модуль v_{20t} , поэтому $-v_{20t} = v_{1y} - v$.

При абсолютно упругом ударе скорости бы только изменили направление, но при неупругом частично "поглощаются" при ударе $\Rightarrow v_{10t} \neq -v_{20t} \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{1y} + v \neq v_{2y} - v \Rightarrow 2v \neq v_{2y} - v_{1y} \Rightarrow v \neq \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}, \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow v \neq 4\sqrt{2} - 5. v > 4\sqrt{2} - 5 \text{ м/с}$$

Так как удар не упругий, то и есть отскок от плиты но есть ещё и максимальное значение v . Если бы удар был абсолютно неупругим

1. а ~~макс~~ ~~бн~~ макс бн не отсечены то $U = V_2 \cos \beta$.

Но макс отсечены $\Rightarrow U < V_2 \cos \beta \Rightarrow U < 8\sqrt{2} \text{ м/с} \Rightarrow$

$U \in (4\sqrt{2} - 5 \text{ м/с}; 8\sqrt{2} \text{ м/с})$.

Ответ: 1) 12 м/с 2) $U \in (4\sqrt{2} - 5; 8\sqrt{2}) \text{ м/с}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.

He	Ne
T_1	T_2
V_1	V_2

V_1 - объём начальный гелия
 V_2 - начальный объём неона
 Поскольку поршень движется
 медленно, то и разность
 давлений, приводящая

его в движение незначительна $\Rightarrow p_1 \approx p_2$ (давление
 гелия и неона соответственно). Тогда

$p_1 V_1 = \nu R T_1$ и $p_2 V_2 = \nu R T_2$. Поделив одно на
 другое с учётом $p_1 = p_2$ получим:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = 0,75.$$

Поскольку этот сосуд теплоизолирован, то суммар-
 ная энергия газов в сосуде остаётся неизменной
 $\Rightarrow U_1 + U_2 = U_1' + U_2'$ (где U_1 и U_2 начальные энергии
 гелия и газа неона соответственно, а
 U_1' и U_2' конечные эти гелия и неона соответ-
 ственно, T_K - конечная температура.)

$$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} \nu R T_K + \frac{5}{2} \nu R T_K \Rightarrow T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 385 \text{ K}$$

3. Возьмем первое начало термодинамики для
 этого газа гелия: $Q = \Delta U_1 - A$ (A - работа газа неона над
 газом гелия, Q , в силу замкнутости системы
 неона выданная неонам гелию).

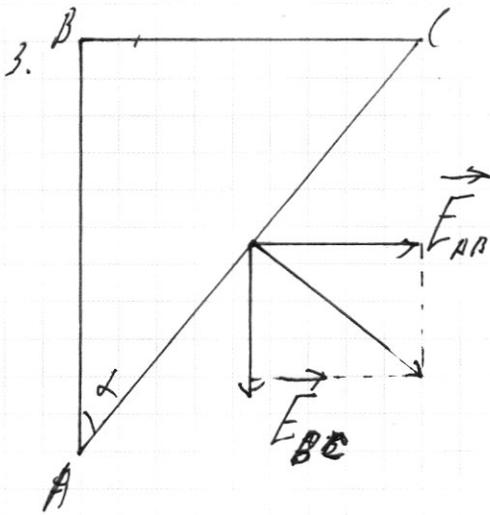
2. Для удобства $A' = -A$ (где A' работа совершённая
 человеком) $Q = \Delta U_i + A'$. $\Delta A' = p \Delta V = \nu R \Delta T$. Тогда суммируя
 $A' = \nu R \Delta T = \nu R (T_i - T_k)$ (работа $A' < 0 \Rightarrow$ величина ΔT дана
 на усмотрение знак возьмём $-\Delta T = T_i - T_k$ и $A' = \nu R (T_i - T_k)$
 Тогда $Q = \Delta U_i + A' = \frac{3}{2} \nu R (T_k - T_i) - \nu R (T_i - T_k)$.

Так как газы инертные, то одноатомные ($i=3$).

$$Q = \frac{3}{2} \nu R (T_k - T_i) - \nu R (T_i - T_k) = \frac{\nu R (T_k - T_i)}{2} = \frac{6 \cdot 8,31 \cdot 55}{50} =$$

$$= 54,846 \text{ Дж.}$$

Ответ: 1) 0,75 ; 2) 385K ; 3) 54,846 Дж.

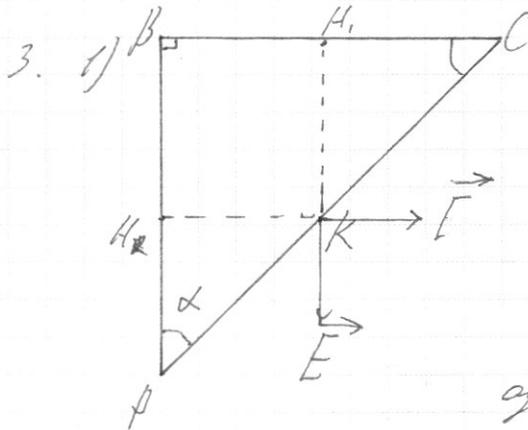


$$E_{AB} = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \quad E_{BC} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \Rightarrow E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}; \quad E_{BC} = \frac{4\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{16\sigma^2}{\epsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{4} + 4} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{9,25}$$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$ 2) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{9,25}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \Rightarrow \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow AB = BC.$$

Плоскости AB и BC — абсолютно

одинаковы и заряжены до

одинаков. Даже если размер

пластин в рассматриваемой системе координат

лишь конечен (в случае если ширина пластин

только BC и AB) то точка K лежит на серединном

перпендикуляре к отрезкам BC и AB и

$KH_1 = KH_2 \Rightarrow$ в силу симметрии каждая пластина

на будет давать одинаковую напряжённость в точке

K, только угол между векторами напряжённостей

90° (рис.). Из принципа суперпозиции $\vec{E}_{\text{общ}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow$

$$E_{\text{общ}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2} E$$

$$\frac{E_{\text{общ}}}{E} = \sqrt{2}$$

Как известно поток напряжённостей $N = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow$

$$E = \frac{q}{2\epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{для бесконечной пластины}), \text{ или}$$

вблизи неё. (при малом расстоянии до неё).

5. Показание к рисунку:

BA - L_1 , PH - лучик, параллельный L_2 .

C - фокус L_1 , NO_2 - точка отрезок на оси главной оптической оси равный расстоянию от линзы до L_2 . O_1, O_2 - оптические центры линз L_1 и L_2 соответственно. Поперечное сечение луча в месте где проходит мишень:

$$S = \frac{\pi K M^2}{4}, \quad S_M = \frac{\pi D_M^2}{4}, \quad (S_M - \text{площадь мишени,}$$

D_M - диаметр мишени).

$$S \sim I \Rightarrow \frac{S}{S_M} = \frac{D_M^2}{D_0^2} \frac{I_0}{I_0 - I_1} = \frac{1}{119} = 9$$

$$S_M = \frac{S}{9} \Rightarrow D_M^2 = \frac{K M^2}{9} \Rightarrow D_M = \frac{K M}{3} = \frac{D}{12}$$

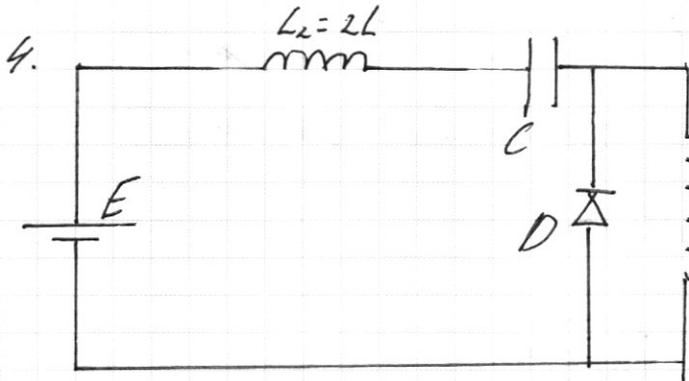
Уменьшение интенсивности будет происходить пока мишень полностью не войдет \Rightarrow за

$$t_0 \text{ мишень проходит } D_M \Rightarrow v = \frac{D_M}{t_0} = \frac{D}{12 t_0}$$

3) За время t_1 мишень своим краем полностью пересечет $8 \text{ KM} \Rightarrow t_1 = \frac{8 \text{ KM}}{v} = \frac{D}{4 D / 12 t_0} = 3 t_0$

Ответ: 1) t_0 ; 2) $\frac{D}{12 t_0}$; 3) $3 t_0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Сначала когда еще
конденсатор не
заряжен и до
момента когда ток
впервые достигнет максимума

$$E = L_2 \dot{I}' + \frac{q}{C} + L_3 \dot{I}' \quad \leftarrow \text{диод закрыт}$$

$$E = \frac{q}{C} + \dot{I}' (L_3 + L_2), \text{ допустим диод "тока нет"}$$

Когда $E = \frac{q_{\max}}{C} + (E - \frac{q}{C}) + 7 \dot{I}' L_3$

$$(E - \frac{q}{C}) - 5 \dot{I}' L = 0 \Rightarrow (EC - q) - 5 \dot{I}' CL = 0$$

$$\dot{I}' = \frac{q}{C} = - (EC - q)'' \Rightarrow (EC - q)'' - 5CL (EC - q)'' = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{5CL}} \text{ . Рациональный временной амплитуды}$$

соответствует $\frac{I}{q} = \frac{\pi \sqrt{5CL}}{2}$. Далее ток в цепи начи-
нает падать \Rightarrow катушка L_1 начинает "увеличиваться"
напряжение в цепи \Rightarrow диод открывается . Выполним

обход контура E-L₂-C-D-E : $E = L_2 \dot{I}' + \frac{q}{C}$.

Аналогично $\frac{I}{q} = \frac{\pi \sqrt{2CL}}{2}$. Далее конденсатор начинает

разряжаться . В данной фазе катушка L_1 разряжа-
ется , а L_2 сначала заряжается а потом вновь
вновь разряжается . Диод всё это время открыт \Rightarrow

⇒ Вольты в аналоговой шкале по оси абсцисс
 концыра ищем, что $\bar{I} = \frac{U}{\sqrt{ZLC}}$. Тогда все время
 период $T = \frac{U}{Z} \sqrt{5LC} + 1,5 \frac{U}{Z} \sqrt{2LC}$

2) Максимальный ток I_{01} будет в момент
 $\frac{U}{Z} \sqrt{5LC}$ $\omega = \frac{1}{\sqrt{5LC}}$ (на этом временном участке).

$$\bar{I} = \omega q_{\max} \omega (EC - q)_{\max} \sin \omega t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{\max} = \omega \cdot 2EC = \frac{2EC}{\sqrt{5EC}} = \sqrt{0,8EC}$$

3) Максимальный ток I_k может быть либо
 между 1 и 2 разой либо в середине 3-ей
 разой (весь раз 4 по 2-9 выключен уже).

$$I_{k \max 1-2} = \bar{I}_{1 \max} = \sqrt{0,8EC}$$

$$I_{k \max 3} = \omega (EC - q) \sin \omega t; \left(\omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}} \right)$$

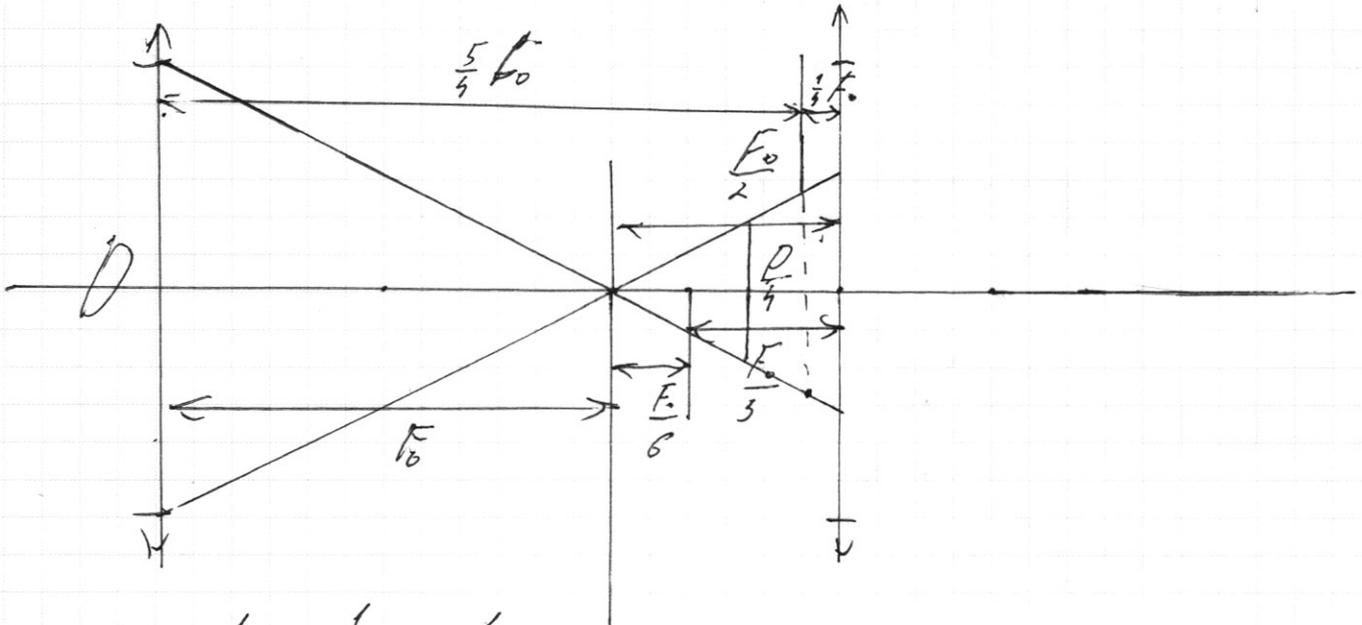
$$\bar{I}_{k \max 3} = \frac{2EC}{\sqrt{2LC}} = \sqrt{2EC}$$

$$\bar{I}_{k \max 3} > \bar{I}_{k \max 1-2} \Rightarrow \bar{I}_{k \max} = \bar{I}_{k \max 3} = \sqrt{2EC}$$

Дополнение: из закона закона сохранения энергии
 $q_{\max} = 2EC$ макс на конденсаторе

Ответ: 1) $\frac{U}{Z} \sqrt{5LC} + 1,5 \frac{U}{Z} \sqrt{2LC}$ 2) $\sqrt{0,8EC}$ 3) $\sqrt{2EC}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$F \frac{1}{F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0/3}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{F_0} - \frac{2}{F_0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$$

1) $f = F_0$

2) $f = \frac{D_M}{4\epsilon_1} \frac{D_M}{\epsilon_0}$

$$f = \frac{D}{12\epsilon_0}$$

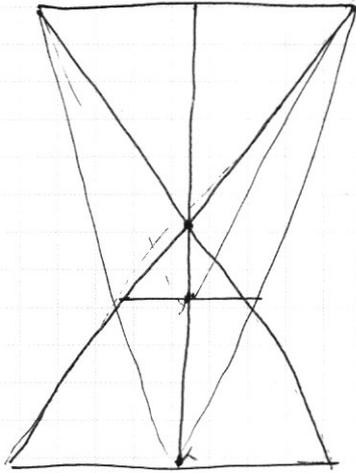
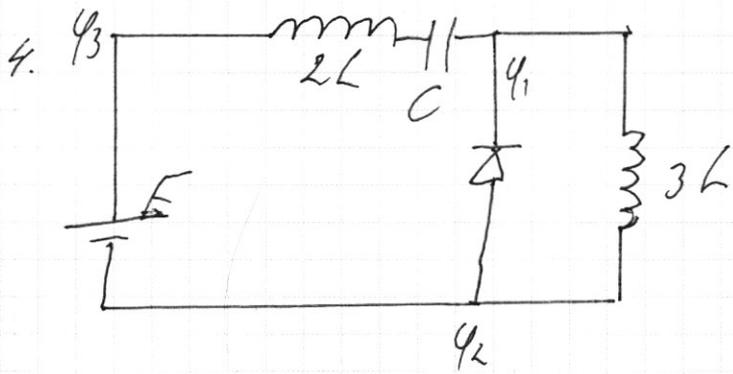
3) $\epsilon_1 = \frac{D}{4f} = \frac{D}{4 \frac{D}{12\epsilon_0}} = 3\epsilon_0$

$$S = \frac{\pi D_M^2}{4}$$

$$S_M = \frac{\pi D_M^2}{4}$$

$$\frac{S_M}{S} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{D_M^2}{D^2} = \frac{1}{9}$$

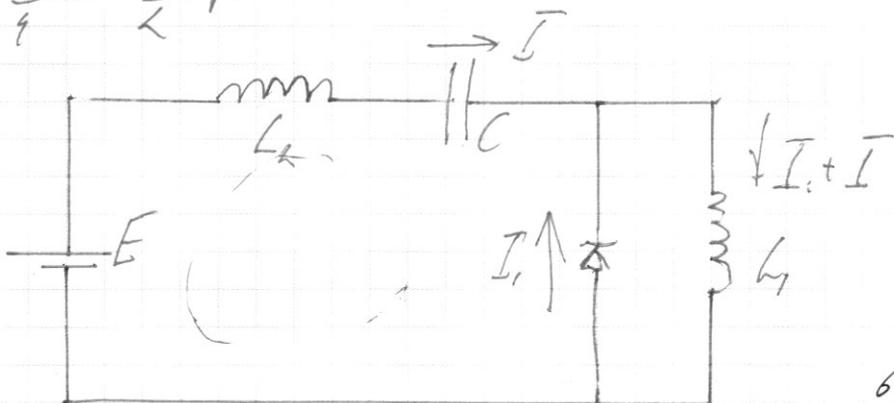
$$D_M = \frac{D}{3} = \frac{D}{12}$$



$$\omega = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} = 2\pi \sqrt{5LC}$$

$$\frac{\bar{I}}{4} = \frac{q}{2} \sqrt{5LC}$$



6.11

$I \leftarrow$

$$E = U_{L_1} + U_C$$

$$E = LI' + \frac{q}{C}$$

$$\frac{q_k - q}{C} + L_2 (q_k - q)'' = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{2LC}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{2LC}$$

$$\frac{\bar{I}}{4} = \frac{q}{2} \sqrt{2LC}$$

66
 8,31
 × 6,6
 49 86
 498 60
 54,846

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

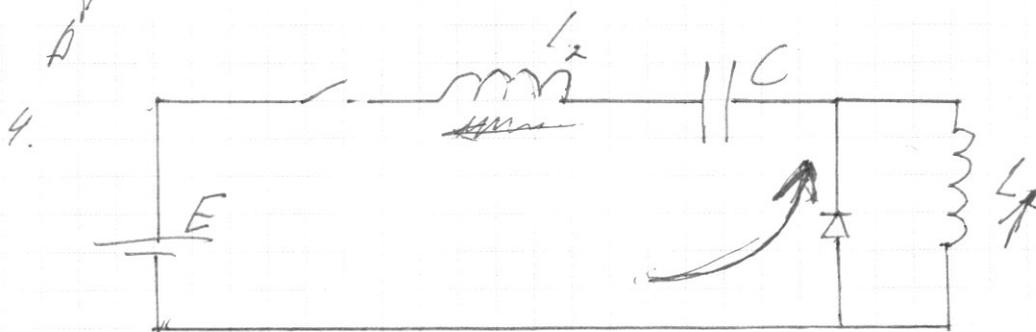
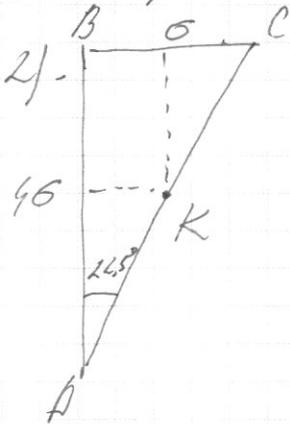


$$N = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{2\epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{E^2 + E'^2} = E\sqrt{2}$$

1) $\sqrt{2}$ раз.



$$E = U_c + L_2 \dot{I}' + L_1 \dot{I}'$$

$$L_2 \dot{I}' = 2L \dot{I}'$$

$$U_c = 3L \dot{I}'$$

$$\frac{I}{9} : E = \frac{q}{C} + (L_1 + L_2) \dot{I}'$$

$$\frac{q_m}{C} = \frac{q_c}{C} + (L_1 + L_2) \dot{I}'$$

$$\frac{q_m - q_c}{C} - (L_1 + L_2) \dot{I}' = 0$$

$$\frac{q_m - q_c}{C} + (L_1 + L_2) (\dot{q}_m - \dot{q}_c) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1. mV_{1x} = mV_{2x}$$

$$V_{1x} = V_{2x}$$

$$V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$$

$$V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = V_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1} = 2V_1$$

$$1. V_2 = 2V_1 = 12 \text{ м/с.}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$2) \vec{V}_2 = \vec{V}_1 + \vec{U}$$

$$\vec{V}_{01x} = \vec{V}_{02x}$$

$$V_2 \cos \beta = V_1 \cos \alpha + U$$

$$V_2 \leq V_1 + 2U$$

$$2V_1 \leq V_1 + 2U$$

$$V_1 \leq 2U$$

$$U \geq \frac{V_1}{2}$$

$$U \geq \frac{12}{2} = 6$$

$$\vec{V}_{01x} = V_1 \cos \alpha + U$$

$$\vec{V}_{02x} = V_2 \cos \beta = U$$

$$V_1 \cos \alpha + U \geq V_2 \cos \beta = U$$

$$2U \geq V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha$$

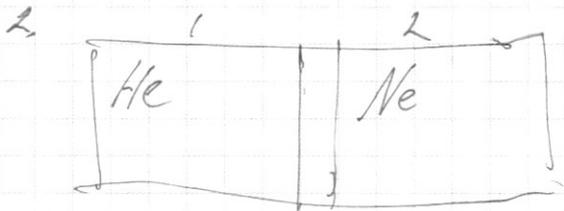
$$2U \geq 2V_1 \cos \beta - V_1 \cos \alpha$$

$$2U = \frac{2V_1 \cdot 2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{5}V_1}{3} = V_1 \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3} \right)$$

$$U \geq 3 \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3} \right) = 4\sqrt{2} - 5$$

$$U \leq V_2 \cos \beta = 2V_1 \cos \beta = \frac{12 \cdot 2\sqrt{2}}{3} = 8\sqrt{2}$$

$$U \in (4\sqrt{2} - 5; 8\sqrt{2})$$



$$l = \frac{6}{15}$$

$$T_1 = 330\text{K}$$

$$T_2 = 440\text{K}$$

$$p_1 = p_2 = p$$

$$pV_{\text{He}} = \nu_{\text{He}} RT_1$$

$$pV_{\text{He}} = \nu_{\text{He}} RT_2$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \\ \times 6,6 \\ \hline 54,846 \end{array}$$

$$1) \frac{V_{\text{He}}}{V_{\text{He}}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{33}{44} = 0,75$$

$$2) V_1 + V_2 = V_{\text{к}} + V_{\text{к}}$$

$$\frac{3}{2}RT_1 + \frac{3}{2}RT_2 = \frac{3}{2}RT_{\text{к}} + \frac{3}{2}RT_{\text{к}}$$

$$T_1 + T_2 = 2T_{\text{к}}$$

$$T_{\text{к}} = \frac{T_1 + T_2}{2} = 385\text{K}$$

$$3) \begin{cases} Q_1 = \Delta U_{\text{He}} + A_{\text{He}} \\ Q_2 = \Delta U_{\text{He}} + A_{\text{He}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q = \Delta U_{\text{He}} + A \\ -Q = +\Delta U_{\text{He}} - A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q = \Delta U_{\text{He}} + A \\ Q = A - \Delta U_{\text{He}} \end{cases}$$

$$Q_{\text{He}} = \Delta U_{\text{He}} - A$$

$$Q_{\text{He}} = \Delta U_{\text{He}} + A$$

$$\Delta A = p \Delta V$$

$$p = \frac{RT}{V}$$

$$\Delta A = p \Delta V = RT \Delta T$$

~~$$Q = A$$~~

$$A = p \Delta V$$

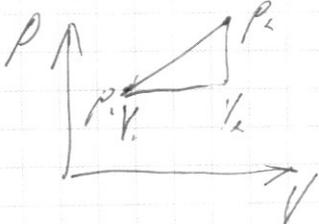
$$A = p \Delta V$$

$$Q_{\text{He}} = \Delta U_{\text{He}} - A$$

$$Q_{\text{He}} = \Delta U_{\text{He}} + A$$

$$Q_{\text{He}} = \frac{3}{2}RT(T_{\text{к}} - T_{\text{He}}) - A$$

$$A = p \Delta V$$



$$A = p \Delta V = p \cdot \frac{V_1 + V_2}{2} (V_2 - V_1) = p \Delta V = RT \Delta T$$

$$Q_{\text{He}} = \Delta U_{\text{He}} - RT \Delta T = \frac{3}{2}RT \Delta T - RT \Delta T = \frac{1}{2}RT \Delta T = \frac{6}{2} \cdot 8,31 \cdot 55 = 6 \cdot 11 \cdot 0,831 = 54,846 \text{ Дж}$$