

# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

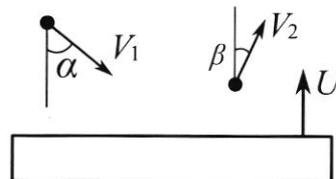
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 12$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ) с вертикалью.

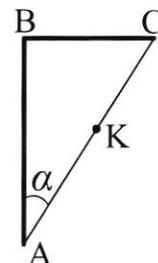


- 1) Найти скорость  $V_2$ .
  - 2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве  $\nu = 6/7$  моль. Начальная температура водорода  $T_1 = 350$  К, а азота  $T_2 = 550$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

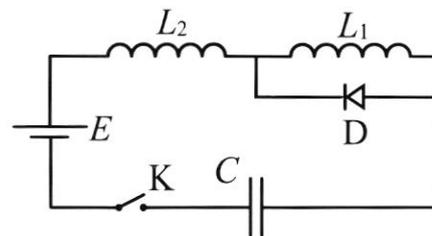
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



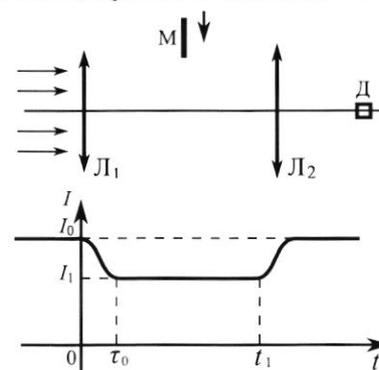
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 3\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/5$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 4L$ ,  $L_2 = 3L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ  $K$  разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_1$ .



- 1) Найти период  $T$  этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток  $I_{M1}$ , текущий через катушку  $L_1$ .
- 3) Найти максимальный ток  $I_{M2}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусными расстояниями  $3F_0$  и  $F_0$ , соответственно. Расстояние между линзами  $2F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 5I_0/9$ .



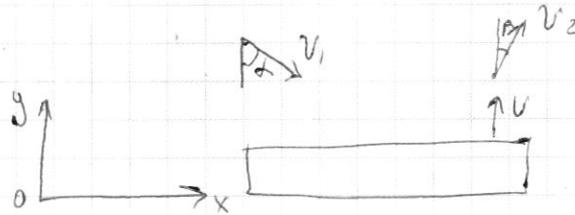
- 1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.
- 2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .

Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

### Задача 1

Заметим, что вдоль  
оси  $Ox$  на шарик  
не действуют силы:



трение нет. Поэтому вдоль оси  $Ox$  действует ЗСЦ  
(Закон сохранения импульса). Откуда следует, что:

$$m v_{1x} = m v_{2x}, \quad v_{1x} = v_1 \sin \alpha, \quad v_{2x} = v_2 \sin \beta. \quad \text{Откуда:}$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} \quad \text{Подставим числовые значения. Получим}$$

$$v_2 = \frac{12 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 18 \text{ м/с. Ответ на первый пункт } 18 \text{ м/с.}$$

Рассмотрим удар (момент удара).

Перейдем в СО (систему отсчета) связанную с плитой.

Найдем относительные скорости вдоль оси  $y$ . По оси  
 $x$  рассматривать не будем, т.к.  $v_x$  - сохраняется,  
вдоль  $Ox$  силы не действуют. Относительная скорость

$$\text{до удара } v_{1отпл} = v_1 \cos \alpha + U. \quad \text{После удара } v_{2отпл} =$$

$$= v_2 \cos \beta - U. \quad \text{Удар неупругий, значит начальная кинетическая}$$

энергия больше конечной кинетической энергии. Получим

$$\frac{m v_{1отпл}^2}{2} > \frac{m v_{2отпл}^2}{2} \quad \text{откуда } v_{1отпл} > v_{2отпл}$$

$$v_1 \cos \alpha + U > v_2 \cos \beta - U \Rightarrow U > \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{2}$$

В условии сказано, что после удара шарик

отскакивает, значит  $v_2 \cos \beta > U \Rightarrow 12\sqrt{2} > U$ . Продолжение на  
стр. 2

Получаем что  $12\sqrt{2} > v > 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ .

Ответ.  $18 \text{ м/с}$ ;  $12\sqrt{2} > v > 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ .

Задача 2.

Так как поршень движется

$T_1, V_1$	$T_2, V_2$
$\downarrow P_0$	$\downarrow P_0$

без трения, то давление

в любой момент времени у водорода и азота равны.

Тогда запишем закон Менделеева - Клапейрона для газов.

(1)  $P_0 V_1 = \nu R T_1$ , - водород (2)  $P_0 V_2 = \nu R T_2$  - азот. Поделим (1) на (2).

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11} \quad \text{- ответ на пункт 1.}$$

Пусть  $Q$  - кол-во теплоты, которую азот передает водороду.

~~Тогда  $Q =$~~  Молярная теплоемкость при  $v = \text{const}$   $C_v = \frac{i}{2} R$ ,

тогда степень свободы  $i = 5$  - газы двухатомные.

Тогда  $Q = \Delta U_A + A_A$ , где  $\Delta U$  - количество теплоты, которое азот передает водороду,  $A_A$  - работа совершенная азотом.

~~Тогда  $Q = Q_B$ , где  $Q_B =$~~  Тогда  $-Q = \Delta U_B + A_B$  - кол-во

теплоты, которое водород получил от азота,  $A_B$  - работа - которую совершил водород.  $A_B = -A_A$ . Тогда.

$$\Delta U_A = \Delta U_B \quad \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_x) = \frac{5}{2} \nu R (T_x - T_1), \quad \text{где } T_x - \text{температура}$$

в конце после переходных процессов. Тогда

$$\text{получаем } T_x = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450 \text{ К.} \quad \text{- ответ на пункт 2.}$$

См продолжение на стр. 3.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2 Продолжение.

Запишем Закон Менделеева - Клапейрона

$T_x V_1'$	$T_x V_2'$
$P_x$	$P_x$

для газов в конце.

азот водород - (3)  $P_x V_1' = \nu R T_x$  (4)  $P_x V_2' = \nu R T_x$  - азот, полу-  
чаем  $V_1' = V_2' = \frac{V_0}{2}$ , где  $V_0$  - объем сосуда.

$$\text{(1) + (2)} \quad (1) + (2) = P_0 (V_1 + V_2) = \nu R (T_1 + T_2) \quad (3) + (4) \quad P_x (V_1' + V_2') = 2 \nu R T_x$$

Получаем  $P_0 = P_x$ , а значит давление не изменилось  
больша температур азота и водорода в процессе не  
менялась, значит  $P = P_0 = P_x = \text{const}$ . Конден  $V_1$  и  $V_2$ .

$$V_1 = V_2 \frac{7}{11}. \quad V_1 + V_2 = V_0 \Rightarrow V_2 = \frac{11}{18} V_0 \quad V_1 = \frac{7}{18} V_0.$$

Азот Конден работу азота.  $A = P_0 (V_2 - \frac{V_0}{2}) = -\frac{P_0 V_0}{9}$ .

$$Q = \Delta U_A + A_A = \Delta U_A + A_A = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_x) + \frac{P_0 V_0}{9}$$

$$P_0 V_0 = 2 \nu R T_x$$

$$Q = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_x) + \frac{2}{9} \nu R T_x = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 + \frac{2}{9} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 450 =$$

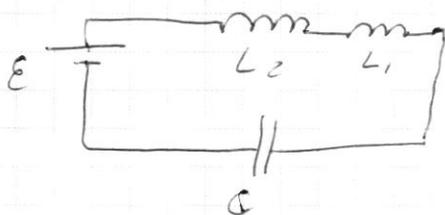
$$= \left(\frac{5}{2} + 1\right) \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 = 300 \cdot 8,31 = 2493 \text{ Дж}$$

$$\text{Ответ} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11}; \quad T_x = 450, \quad Q = 2493 \text{ Дж}$$

## Задача 4.

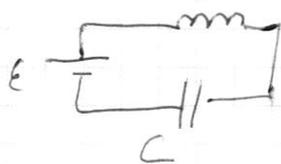
Заметим что когда ток течёт по часовой стрелке, то диод закрыт, значит контур будет включать в себя обе катушки. Когда ток течёт против часовой стрелки то ток, проходя через диод, шунтирует  $L_1$  и протекает через  $L_2$ , т.к. когда в цепи тока нет, то и через  $L_1$  нет тока. Получаем, что по формуле Томпсона  $T_1 = \pi \sqrt{(L_1 + L_2)C}$   
 $T_2 = \pi \sqrt{L_2 C}$ .  $T = T_1 + T_2 = \pi \sqrt{L_2 C} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$ .

Рассмотрим колебание, когда ток течёт по часовой стрелке. Тогда тогда цепь будет выглядеть следующим вид.



Можно заменить катушки одной с индуктивностью

$$L' = L_1 + L_2$$



$$\varepsilon = U_C + U_{L'}$$

$$I = C \dot{U}_C \quad U_{L'} = L' \dot{I}$$

$$\varepsilon = U_C + CL' \ddot{U}_C \Rightarrow \ddot{U}_C + \frac{U_C}{LC} = \frac{\varepsilon}{LC} \quad \text{— гармонические}$$

колебание. Полюсное равновесие  $U_C = \varepsilon$ . Находим амплитудные колебание. Заметим ЗСЭ для амплитудного колебания.

$$\varepsilon \cdot q = \frac{q \cdot U_{\text{max}}}{2} \Rightarrow U_{\text{max}} = 2\varepsilon$$

Ток через  $L'$  — максимален, когда  $U_C = 0$ . ЗСЭ.

$$2\varepsilon \cdot (U_{\text{max}} - \varepsilon) \cdot C = \frac{C\varepsilon^2}{8} + (L_1 + L_2) \frac{I_{\text{max}}^2}{8} \Rightarrow I_{\text{max}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

$I_{\text{max}}$  — максимальный ток через  $L_1$ .

См продолжение на стр 5.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4 Прерисование.

Найдем максимальной ток через  $L_2$

Ток через  $L_2$  будет максимальным, когда  $U_{L_2} = 0$ .

Запишем ЗСЭ.  $\frac{C U_{\text{max}}^2}{2} - 2E \cdot (U_{\text{max}} - E) = \frac{C E^2}{2} + \frac{L_2 I_{\text{max}2}^2}{2}$

$$C E^2 = L_2 I_{\text{max}2}^2 \Rightarrow I_{\text{max}2} = E \sqrt{\frac{C}{L_2}} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

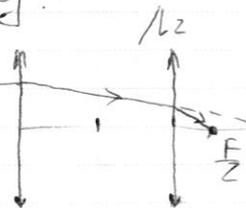
$I_{\text{max}2} > I_{\text{max}1}$ , значит максимальный ток через катушку  $L_2 - E \sqrt{\frac{C}{3L}}$ .

Ответ.  $\pi/2C(\sqrt{7} + \sqrt{3})$   $E \sqrt{\frac{C}{7L}}$   $E \sqrt{\frac{C}{3L}}$

Задача 5

Рассмотрим оптическую систему.

Т.к. на  $\Pi_1$  падает параллельный пучок лучей, то они фокусируются в фокусе  $\Pi_1 = 3f_0$ .



Расстояние между  $\Pi_1$  и  $\Pi_2 - 2f_0$  равно, что предмет для  $\Pi_2 -$  мнимый, на расстоянии  $f_0$ .

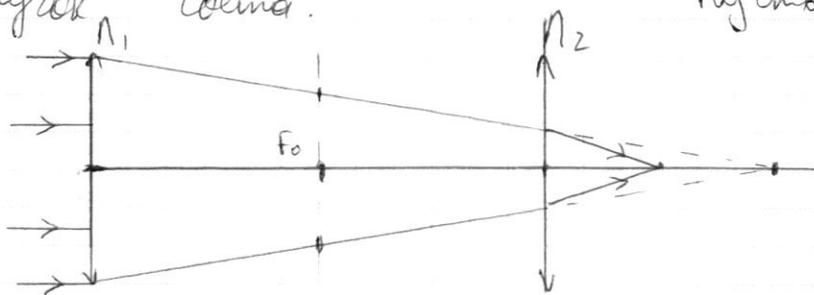
Запишем уравнение тонкой линзы для  $\Pi_2$ .

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{-f_0} + \frac{1}{f} \text{ откуда } f = \frac{f_0}{2} \text{ Получаем, что предмет находится на расстоянии } \frac{f_0}{2} \text{ от } \Pi_2.$$

см. прерисование на стр 6.

### Задача 5. Продолжение

Рассмотрим подробнее попадание мишени в пучок света. Пусть диаметр мишени  $\ell$ .



Найдем диаметр пучка на расстоянии  $F_0$  от  $\Pi_1$ . Из подобия  $\frac{D}{3F_0} = \frac{D_1}{2F_0} \Rightarrow D_1 = \frac{2}{3}D$ , где  $D_1$  - диаметр пучка света. Заметим, что от момента попадания мишени в пучок света, до полного его освещения прошло время  $t_0$ . Пусть  $v$  - скорость мишени, тогда  $t_0 = \frac{\ell}{v}$ .

Мощность света, попадающего на фотодетектор прямо пропорциональна площади светового пучка.

Когда на расстоянии  $F_0$  от  $\Pi_1$  - площадь пучка  $\frac{\pi D_1^2}{4}$  но так  $I = I_0$ . Когда мишень полностью попадает в пучок света, то  $S_{\text{пучка}} = \frac{\pi}{4}(D_1^2 - \ell^2)$  Тогда  $\frac{S_{\text{пучка}}}{\frac{\pi D_1^2}{4}} = \frac{5}{9} \frac{D_1^2 - \ell^2}{D_1^2} = \frac{5}{9}$ .

Откуда  $\ell = \frac{2}{3}D_1$ . Тогда  $\ell = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}D$

Тогда  $v = \frac{\ell}{t_0} = \frac{4D}{9t_0}$  - скорость мишени.

Найдем время, когда мишень начнет выходить из пучка света. Перед тем как выйти, мишень должна пройти расстояние  $D_1 - \ell = \frac{6}{9}D - \frac{4}{9}D = \frac{2}{9}D$ .

Она пройдет его за время  $t_1 - t_0$

См. продолжение на стр. 4

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5 Предложение

$$t_1 - t_0 = \frac{\frac{2}{g} D}{\frac{4D}{9t_0}} = \frac{t_0}{2} \quad \text{тогда} \quad t_1 = \frac{3}{2} t_0.$$

Ответ.  $\frac{t_0}{2}$ ,  $\frac{4D}{9t_0}$ ,  $\frac{3}{2} t_0$ .

Задача 3

Когда  $\alpha = \frac{\pi}{4}$   $\triangle ABC$  - равнобедренный.

Пусть пластинка BC в точке K создает напряженность E. Тогда AB в точке K создает такую же напряженность E.

Тогда вместе обе пластинки будут создавать напряженность  $\sqrt{E^2 + E^2} = \sqrt{2} E$ . Тогда напряженность

при заряде пластинки AB будет в  $\frac{\sqrt{2} E}{E} = \sqrt{2}$  раза больше.

Две решетки ~~заряд~~ пунктир 2 как будет ~~какая теория теория~~ ~~какая теория~~ ~~какая теория~~ факт, который определяет напряженность E - с пропорциональным углом  $\Omega$  и поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ .

$$E = \Omega \cdot \sigma \cdot k.$$

~~Каждый  $\Omega$~~

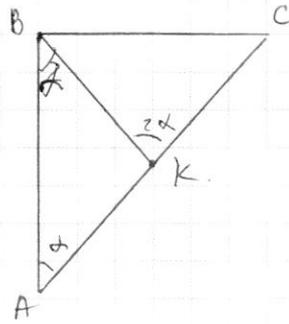
Предложение на стр. 8

Задача 3 Прогрессивное.

Т.к.  $\alpha = \frac{\pi}{5}$ ,  $\alpha$  и  $K$  - середины,  
 $AC$ , то  $\angle BAK = \angle ABK$ .

$\angle BKC = 2\alpha$  - внешний.  $\triangle ABK$ .

Найдем угол  $\Omega$  по которому  
 мы видим плоскость  $BC$ .



Т.к. полный угол  $2\pi$ , а полный телесный угол  $4\pi$ ,

$$\text{то } \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{2\alpha}{2\pi} \Rightarrow \Omega_1 = 2(2\alpha) = 4\alpha = \frac{4}{5}\pi.$$

$$\text{тогда } E_{BC} = \frac{4}{5}\pi \cdot b_1 \cdot k = \frac{12}{5}\pi k b$$

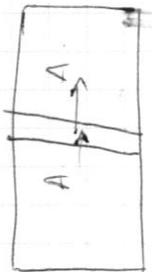
$$\angle BKA = \frac{\pi}{2} - 2\alpha = \frac{5\pi}{5} - \frac{2\pi}{5} = \frac{3\pi}{5}$$

$$\Omega_2 = 2 \cdot \angle BKA = \frac{3\pi}{5} \cdot 2 = \frac{6\pi}{5}$$

$$\text{тогда } E_{AB} = \frac{6\pi}{5} \cdot b_2 \cdot k = \frac{6\pi b k}{5}$$

$$\text{тогда } E_{\text{общее}} = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{1}{5} b \pi k \sqrt{144 + 36} = 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} b \pi k.$$

$$\text{Ответ. } \Omega. \quad 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \pi k b.$$



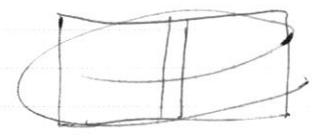
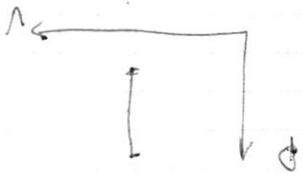
$$P_0 V_1 = J R T_1$$

$$P_0 V_2 = J R T_2$$

$$P_x V =$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11}$$

$$V_1 = \frac{7}{11} V_2$$



18.30

$$\Delta U = A$$

$$\frac{3}{2} J R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} J R (T_2 - T_1)$$

$$T_2 + T_1 = 2 T_x$$

$$\Delta U = A$$

$$\frac{3}{2} J R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} J R (T_2 - T_1)$$

$$2 T_x = T_1 + T_2$$

$$T_x = 450$$

$$Q = A + \Delta U$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 100$$

$$\frac{3}{2} J R (T_2 - T_1) + A$$

$$P_0 V_1 = J R T_1$$

$$P_0 V_2 = J R T_2$$

$$V_1 + V_2 = \text{const}$$

$$P_x V_1 = J R T_x$$

$$P_x V_2 = J R T_x$$

$$P_x (V_2 + V_1) = P_0 (V_1 + V_2)$$

$$P_0 = P_x$$

$$P_0 V_1 = J R T_1$$

$$P_0 V_2 = J R T_2$$

$$V_1 + V_2 = \frac{V_0}{2}$$

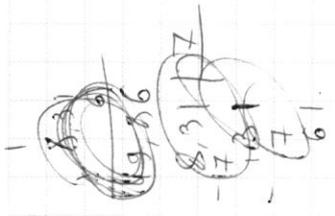
$$V_1 + V_2 = \frac{V_0}{2}$$

$$V_2 = \frac{11}{18} V_0$$

$$V_1 = \frac{7}{18} V_0$$

$$\frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 + \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 100 \left( \frac{7}{2} \right) = 200 \cdot 8,31$$

$$\frac{2493}{831} \times$$



$$P_0 \cdot \frac{V_0}{2} = 2 J R T_x$$

$$\frac{3}{2} J R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} J R (T_2 - T_1) + A$$

Анализировать =

Анализировать =

Анализировать =

$$0 = I + I T_2$$

$$I T_2 = -I$$

$$I T_2 = -I$$

$$I = C U_1$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{P}{C U_1}$$



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P_0 V_1 = I_1 R T_1$$

$$P_0 V_2 = I_2 R T_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_1 T_1}{I_2 T_2} = \frac{7}{11}$$

$$I = C U C'$$

$$U_C = \varepsilon - U_L$$

$$L \cdot C \cdot U_C'' = \varepsilon - U_C$$

$$U_C'' = \frac{U_C}{RC} = \varepsilon$$

$$m(V_2 \cos \beta + V_1 \cos \alpha) = N \Delta t$$

$$m(V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) = N \Delta t$$

$$12 \cdot \frac{2}{3} + 2U = 18 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2$$

$$6\sqrt{3} = 12\sqrt{3} - 2U$$

$$3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - U$$

$$U = 3(2\sqrt{3} - \sqrt{3})$$

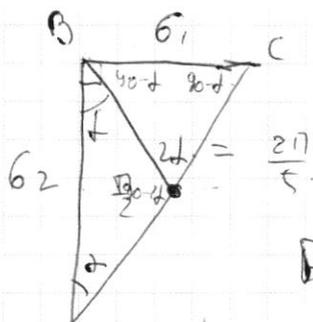
$$V_1 \cos \alpha + 2U = V_2 \cos \beta$$

$$12 \cdot \frac{2}{3} + 2U = 18 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2$$

$$I = C U C'$$

$$U_C = \varepsilon - U_L$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



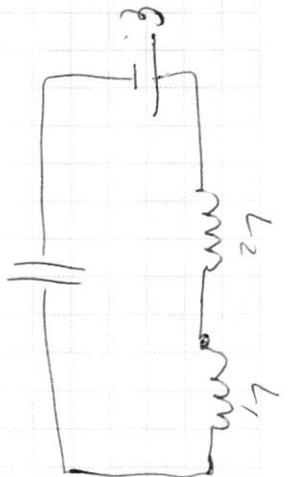
$$\frac{2\pi}{\pi} \cdot 4\pi = \frac{4}{5}\pi$$

$$E_1 = \frac{9}{\pi} \pi \cdot b \cdot k \quad E_2 = \frac{3}{5} \pi b k$$

$$\frac{5\pi}{10} - \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{10}$$

$$\frac{\pi}{10} \cdot 4\pi = \frac{\pi}{5}$$

$$\frac{36}{744} = \frac{36}{5} = 6 \frac{1}{5}$$



~~ε~~

2ε

~~ε~~

~~ε~~

~~ε~~  
 $Q = C \cdot U = 2CE$

$(L_1 + L_2) I' = U_L$   
 $I = C U_C'$

$\mathcal{E} = U_C + U_L$   
 $U_L = I' L' \quad I = C U_C'$

$(L_1 + L_2) C U_C'' \neq U_C = \mathcal{E}$   
 $\mathcal{E} = U_C + L_1$

$U_C'' + \frac{U_C}{(L_1 + L_2) C} = \frac{\mathcal{E}}{(L_1 + L_2) C}$   
 $\mathcal{E} = U_C + L_2 C U_C''$

$U_C'' + \frac{U_C}{L_2} = \frac{\mathcal{E}}{L_2}$

$\mathcal{E} \cdot \frac{Q}{R} = \frac{CE^2}{R} + \frac{(L_1 + L_2) I'^2}{R}$

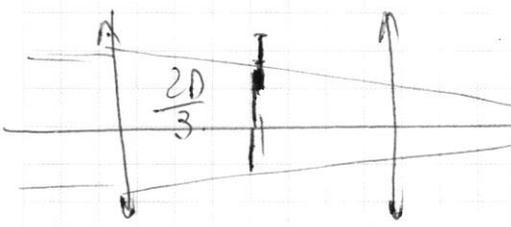
$CE^2 = (L_1 + L_2) I'^2$

$I = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$

$\frac{4L^2 \mathcal{E}^2}{R^2} = \mathcal{E} \cdot \frac{Q}{R} + \frac{(L_1 + L_2) I'^2}{R}$

$QCE^2 = \mathcal{E} (L_1 + L_2) I'^2$

$I = \mathcal{E} \sqrt{\frac{2C}{L_1 + L_2}}$



$\frac{x}{v} = \frac{1}{f}$

$\frac{2D}{3} \quad 9D^2 - 9f^2 = 5D^2$   
 $4D^2 = 9f^2$

$\frac{6}{9} D - \frac{4}{9} D = \frac{2}{9} D$

$\frac{\frac{2}{9} D}{\frac{2}{9}} = \frac{1}{2}$

