

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

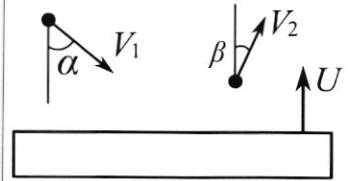
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

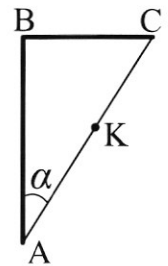
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

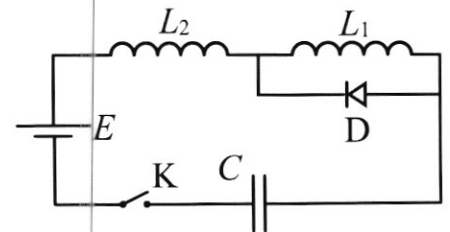
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

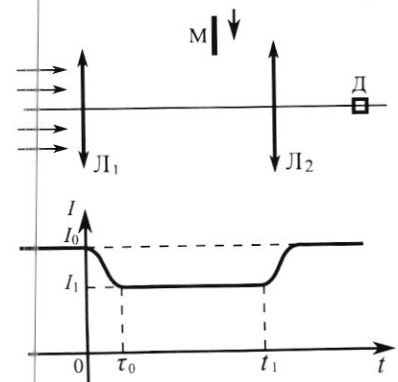


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано: $U = \text{const}$; $v_1 = 8 \text{ м/с}$; $\sin \alpha = \frac{3}{4}$; $\sin \beta = \frac{1}{2}$

Найти: $v_2 = ?$ $U = ?$

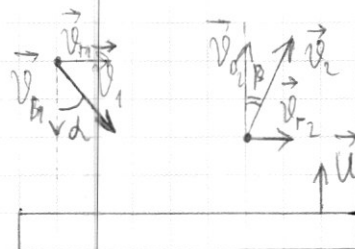
Решение: $\vec{v}_1 = \vec{v}_{r1} + \vec{v}_{B2}$

$$v_{r1} = v_1 \cdot \sin \alpha \quad (\text{скорость по горизонтали})$$

При ударе о плиту шарик не изменяет свою скорость по горизонтали, зато меняет скорость по вертикали.

$$v_{r1} = v_{r2} = v_1 \sin \alpha$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{r2} + \vec{v}_{B2} \Rightarrow v_2 = \frac{v_{r2}}{\sin \beta} \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{28 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \boxed{12 \text{ м/с}}$$



Так как удар неупругий, то часть энергии теряется при ударе.

Найдём когда U , когда удар абсолютно упругий:

~~$v_{ш \text{ к пл}}$~~ в КСО плиты:

$$v_{ш \text{ к пл}} = v_{B1} + U \quad (\text{скорость сближения шарика к плите относ. плиты})$$

$$v_{ш \text{ от пл}} = v_{B2} \quad (\text{скорость шарика меняется на противоположное})$$

относительно плиты)

$$v_{B2} = v_{B1} + 2U \quad (\text{скорость шарика после удара относ. земли})$$

$$2U = v_{B2} - v_{B1}$$

$$U = \frac{v_{B2} - v_{B1}}{2} = \frac{v_2 \cdot \cos \beta - v_1 \cdot \cos \alpha}{2} = \frac{12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}}{2} = 4\sqrt{3} - \sqrt{7} \text{ (м/с)} - \text{три}$$

абсолютно упругим ударе).

Потерь рассмотрим случай когда удар абсолютно неупругий и шарик склеился с плитой:

№2 продолжение

$$Q_{O_2} = \frac{5}{8} V_0 + \frac{5}{2} p_0 \cdot \frac{5}{8} V_0 = \frac{7}{2} p_0 \cdot \frac{5}{8} V_0$$

$$Q_{N_2} = \frac{7}{2} p_0 \cdot \left(\frac{3}{8}\right) V_0$$

$$Q'_{O_2} = Q'_{N_2} \quad (\text{условие равновесия})$$

$$Q_{\text{внеш}} = Q_{N_2} + Q_{O_2} \quad (Q_{\text{внеш}} - \text{внешняя энергия})$$

$$Q_{\text{внеш}} = \frac{7}{2} p_0 \cdot V_0 \quad (\text{внутренняя энергия} + \text{работа совершаемая при расширении на } V_0)$$

$$Q'_{O_2} = \frac{Q_{\text{внеш}}}{2} = \frac{7}{2} p_0 \cdot \frac{1}{2} V_0 = Q'_{N_2}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{N_2} = V_{O_2} \\ p = \text{const} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{D R T_1}{M_1} = \frac{D R T_2}{M_2} \Rightarrow \frac{7}{2} (V_{N_2} + V_{O_2}) R T_k = \frac{7}{2} D R T_1 + \frac{7}{2} D R T_2 \Rightarrow T_k = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$D_{N_2} =$ (мольная энергия)

$$T_k = \frac{300 + 500}{2} = \boxed{400 \text{ K}}$$

$$\Delta Q_{O_2} = \Delta U_{O_2} + A_{O_2} = \frac{5}{2} D R \Delta T + p_0 \cdot \frac{1}{8} V_0 \quad (\Delta T = T_2 - T_k)$$

$$\Delta U_{O_2} = \frac{5}{2} p_0 \cdot \frac{5}{8} V_0 - \frac{5}{2} p_0 \cdot \frac{1}{2} V_0 \quad (\text{начальная энергия минус конечная})$$

$U_{O_2 \text{ н}} \quad U_{O_2 \text{ к}}$

$$\Delta U_{O_2} = \frac{5}{2} p_0 \cdot \frac{1}{8} V_0 = \frac{5}{2} D R \Delta T$$

$$\Delta Q_{O_2} = \frac{5}{2} p_0 \cdot \frac{1}{8} V_0 + p_0 \cdot \frac{1}{8} V_0 = \frac{7}{2} p_0 \cdot \frac{1}{8} V_0 = \frac{7}{2} D_{O_2} \cdot R \Delta T = \frac{7}{2} D_{O_2} \cdot R \cdot (T_2 - T_k) =$$

$$= \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 8,31 \cdot (500 - 400) = \frac{3 \cdot 8,31 \cdot 100}{2} = \frac{3 \cdot 831}{2} = 1245 \text{ Дж}$$

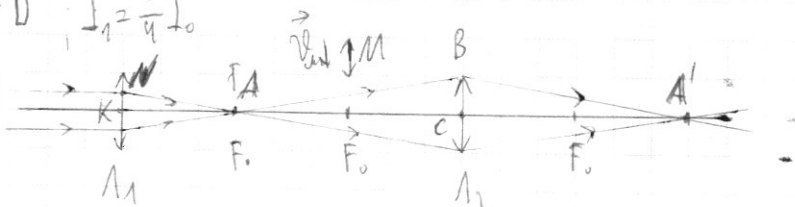
Ответ: $\frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = \frac{3}{5}$; $T_k = 400 \text{ K}$; $\Delta Q_{O_2} = 1245 \text{ Дж}$

№5

Дано: F_0 ; D ; T_0 ; $F_0 \gg D$; $I_1 = \frac{3}{4} I_0$

Найти $S = ?$ (между L_1 и q_0)

$U_{\text{л}} = ?$; $t_{\text{л}} = ?$



Решение: т.к. проходе через L_1 лучи проходят через её фокусное расстояние

то рассмотрим треугольники $\triangle ABC$ и $\triangle AKC$, они подобны по двум углам.

коэффициент подобия $\frac{F_0}{2F_0} = \frac{1}{2}$ (L_2) (L_1)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 (продолжение)

$$U_{v_2} = U \quad (\text{при абсолютно неупругом ударе})$$

$$U \geq U_2 \cdot \cos \beta = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } U_2 = 12 \text{ м/с}; \quad 4\sqrt{3} - \sqrt{7} \text{ м/с} < U \leq 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

№2

Дано: $\nu_{N_2} = \frac{3}{7} \text{ моль}$; $\nu_{O_2} = \frac{1}{7} \text{ моль}$; $T_1 = 300 \text{ K}$; $T_2 = 500 \text{ K}$; $C_v = \frac{5}{2} R$; $R = 8,31$

Найти: $\frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = ?$; $T_k = ?$; $\Delta Q_{O_2} = ?$

Решение: по з. Менделеева-Клапейрона $p_1 V_{N_2} = \nu R T_1$; $p_2 V_{O_2} = \nu R T_2$

давление одинаковое т.к. поршень в начальном моменте ^{стоит} (медленно ускоряется)
 $a \approx 0 \text{ м/с}^2$ $\left\{ \begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \end{array} \right\} \Rightarrow p_1 = p_2$
 $(F_1) \quad (F_2)$

$$V_{N_2} = \frac{\nu R T_1}{p_1}$$

$$V_{O_2} = \frac{\nu R T_2}{p_2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = \frac{\frac{\nu R T_1}{p_1}}{\frac{\nu R T_2}{p_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

При передаче энергии от кислорода к азоту происходят следующие процессы: кислород теряет внутреннюю энергию и над ним совершают работу по сжатию, азот получает энергию от кислорода и азот совершает работу ~~по расширению~~ расширяясь.

Система закрытая, поэтому по з. сохр энергии:

$\Delta Q_{O_2} = -\Delta Q_{N_2}$, получается давление по все стенки сосуда и по поршень в частности давление остаётся постоянным $p_1 = p_2 = \text{const}$

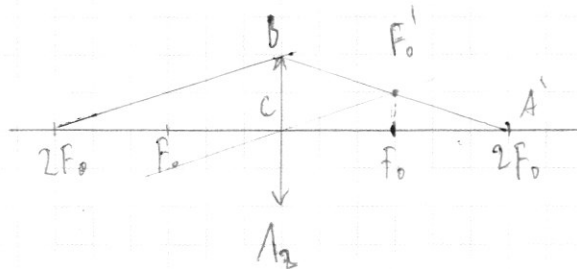
$$-Q_{N_2} = \frac{3}{8} p V_0 + \frac{5}{2} p \cdot \frac{3}{8} V_0 \quad (\text{где } V_0 - \text{общий объём сосуда})$$

№5 (продолжение)

только часть лучей попадающих на L_1 попадают и на L_2 .

построим побочный фокус после L_2

достроим луч BF' до пересечения с осью.



$CA' = 2F_0 \Rightarrow$ фотодетектор находится на $2F_0$ от L_2

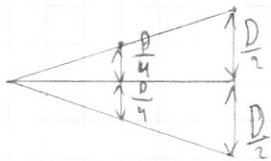
$S = 2F_0$

(соответственно пучок лучей тоже)

2) т.к. микрон и микрон \ll круглые то рассмотрим что происходит в сечении на расстоянии $2F_0$ от L_1

т.к. $D \ll F_0$, то можно считать, что лучи идут параллельно.

$R_c \approx D_c = \frac{1}{2} D$ т.к.



(т.к. угол поперечный $\frac{1}{2}$)

$R_c = \frac{D_c}{2} = \frac{D}{4}$ (радиус пучка)

$S_c = \pi R_c^2$ (площадь пучка)

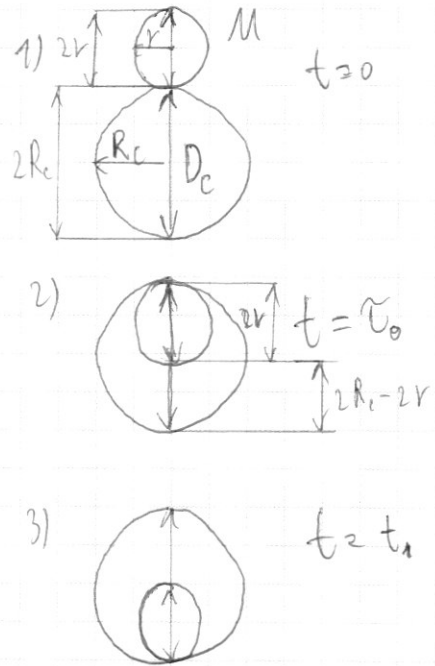
$S_m = \pi r_m^2$ (площадь мишени)

мишень закрывает часть света площадью S_m поэтому мощность пучка и соответственно сила тока зависят пропорционально площади падающего света.

$\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_c - S_m}{S_c}$ (момент когда вся площадь мишени перекрывает свет)

$\frac{S_c - S_m}{S_c} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_m}{S_c} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\pi r^2}{\pi R_c^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r}{R_c} = \frac{1}{2}$

$\tau_m = \frac{L}{v_m} \quad v_m = \frac{2r}{\tau_0} \quad | \quad 2r = \text{диаметр мишени, расстояние которое пучок проходит за } \tau_0$



№3 (продолжение)

2) $L = \frac{\pi}{4}$

$KH_1 \perp BC$

$VH_1 = H_1C \Rightarrow$ точки одинаковые заряды на

BC характеризуют горизонтальную

составляющую дуг дуга

Поэтому, чтобы найти \vec{E}_{BC} , нужно

проинтегрировать все \pm вертикальные напряжённости создаваемые

BC в точке K.

иметь x переменный угол, тогда длина напряжённости равна:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cdot \cos x dx = \left[\cos x - \text{так как расстояние увеличивается, при} \right.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \left[\text{увеличен угол } x, \text{ следовательно напряжённость падает} \right.$$

$$= \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \cos 2x dx + \left[\text{и } \cos x - \text{так как нужна вертикальная составляющая} \right.$$

$$+ \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} dx = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{4} \cdot 0,75 + \frac{3,14}{4 \cdot 2} \approx \frac{1}{16} + \frac{3,14}{8} \approx 0,3$$

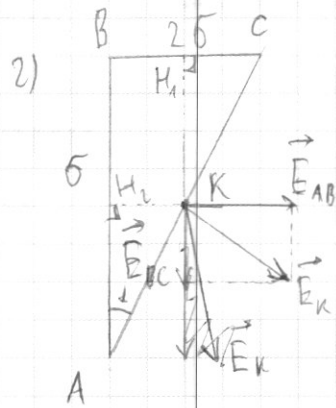
$$E_{BC} = \frac{25 \cdot 0,3 H_{1K}}{H_{1K}} \approx 0,65$$

аналогично с AB суммируем все горизонтальные напряжённости, так вертикальные компенсируются ($\text{ctg} \alpha \approx \frac{H_{1K}}{H_{2K}}$)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \text{ctg} \alpha \cdot \cos^2 x dx = \text{ctg} \alpha \cdot \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \text{ctg} \alpha \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \text{ctg} \alpha \cdot \left(\frac{3,14}{8} + \frac{1}{4} - 0 \right) =$$

$$= \text{ctg} \alpha \cdot \left(\frac{3 \cdot 3,14}{8} - \frac{1}{16} \right) \approx \text{ctg} \alpha \cdot 1,28 \approx 1,9 \cdot 1,28 \approx 2,4$$

$$E_{AB} = \underline{\underline{2,45}}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолжение)

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{1}{2} R_c \\ R_c &= \frac{D}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r = \frac{D}{8}$$

$$v_m = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0} \text{ — скорость мишени}$$

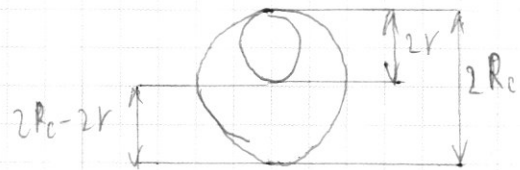
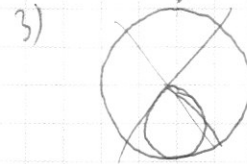
3) t_1 — момент когда мишень покинет выходы из пучка.

$$t_1 = \tau_0 + \frac{2R_c - 2r}{v_m} = \tau_0 + \frac{2r}{v_m} \Rightarrow$$

$$v_m = \frac{2r}{\tau_0}$$

$$\Rightarrow t_1 = \tau_0 + \frac{2r}{\frac{2r}{\tau_0}} = 2\tau_0$$

Ответ: $I = 2I_0$; $v_m = \frac{D}{4\tau_0}$; $t_1 = 2\tau_0$



№3

Дано: $AB \perp BC$; $\angle ABC = 90^\circ$

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $\sigma_1 = \sigma$ \rightarrow $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ Найти: $\frac{E_k}{E_n} = ?$

2) $\sigma_1 = 2\sigma$; $\sigma_2 = \sigma$; $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $E_k = ?$

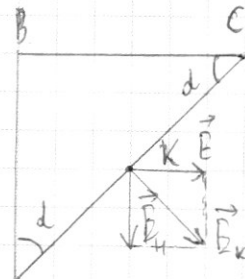
Решение: 1) $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ — равнобедренный
треугольник.

положение К — симметрично от

как для BC так и для AB, но с поворотом 90°

потому AB создает напряженность в А

точке К равно по величине E_n , но перпендикулярно напряженности
создаваемой BC. $\vec{E}_k = \vec{E}_n + \vec{E}_n = E_k = \sqrt{E_n^2 + E_n^2} = \sqrt{2} E_n \Rightarrow \frac{E_k}{E_n} = \sqrt{2} \approx 1,41$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

Дано: \mathcal{E} ; $L_1 = 2L$; $L_2 = L$; C

Найти: $T_{L_1} = ?$; $I_{m_1} = ?$; $I_{m_2} = ?$

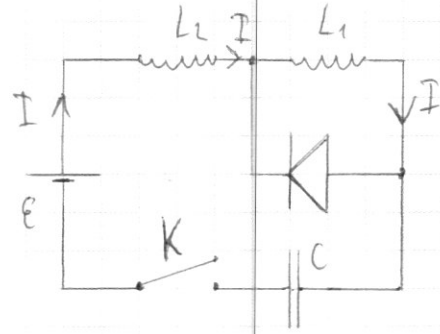
Решение: Сначала сила тока ~~растет~~

нарастает в L_2 , затем в L_1 , а

затем конденсатор начинает заряжаться, когда конденсатор зарядится

~~тогда~~ ток пойдет через диод

$T = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$ (формула колебаний)



№ 3 (продолжение)

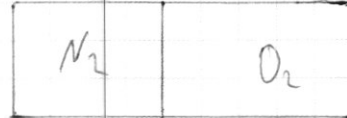
$$E_k = \sqrt{E_{BC}^L + E_{AB}^L} = \sqrt{0,36 + \frac{3,24}{6}} \approx \cancel{4,98} 2,50$$

Ответ: 1) $\frac{E_k}{E_H} = 1,41$; 2) $E_k = \cancel{4,98} 2,50$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v = \text{const}$, $v_1 = 8 \text{ м/с}$, $v_2 = ?$ $\sin \alpha = \frac{3}{4}$, $\sin \beta = \frac{1}{2}$

$\nu_{m_1} = \frac{3}{8} \text{ мм/с}$; $\nu_{m_2} = \frac{3}{4} \text{ мм/с}$; $T_1 = 300 \text{ К}$; $T_2 = 500 \text{ К}$



$C_v = \frac{5}{2} R$; $R = 8,31$

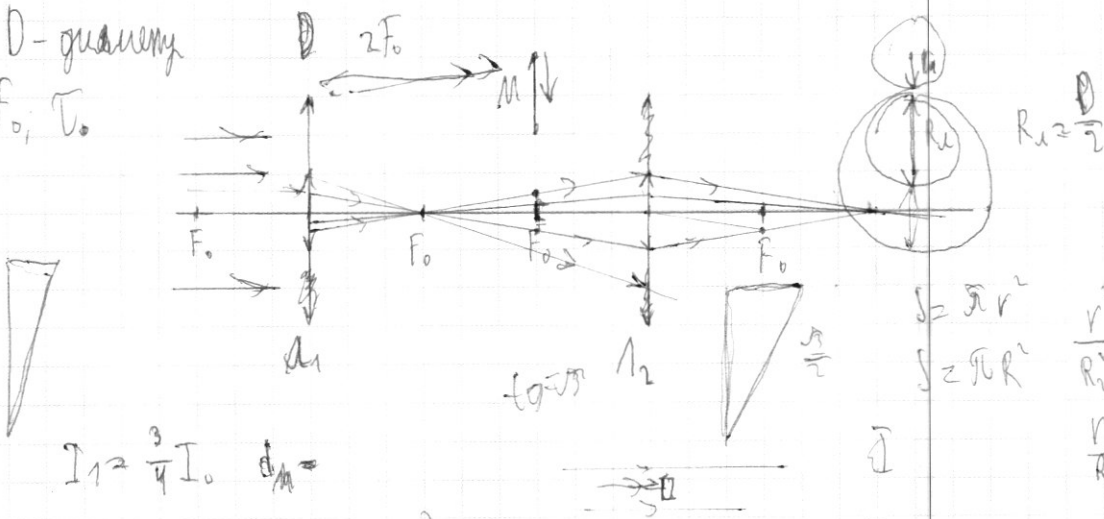
$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{DRT_1}{R}}{\frac{DRT_2}{R}} = \frac{DRT_1}{DRT_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{3}$

$U_1 = \frac{5}{2} DRT_1$; $U_2 = \frac{5}{2} DRT_2$; T_k $p_3/v_0 = \nu_{m_1} \cdot RT$

$U_k = \frac{5}{2} (\nu_1 + \nu_2) RT_k$ $\Rightarrow \frac{5}{2} DRT_1 + \frac{5}{2} DRT_2 = \frac{5}{2} DRT_k + \frac{5}{2} DRT_k$
 $U_k = U_1 + U_2$ $T_k = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ К}$

$D \ll F_0$

D - диаметр
 F_0 , T_0



$I_1 = \frac{3}{4} I_0$ $d_m =$

$2,60 - 0,17 = 2,4$
 $1,9 \cdot 1,28$

$\frac{1-u^2}{1+u^2} = \dots$

$1+u^2 = 3-3u^2 \Rightarrow 4u^2 = 2 \Rightarrow u = \frac{\sqrt{2}}{2}$

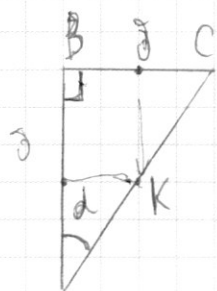
$\log 30 = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,577$
 $\log 20 = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,577$

$S = \pi r^2$
 $S = \pi R^2$ $\frac{r^2}{R^2} = \frac{3}{4}$
 $\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

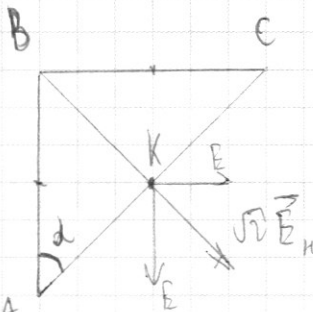
$t_1 = t_0 + \dots$

$1,41 \cdot 1,28 = 1,80$

$\frac{2,4}{1,8} = 1,33$
 $1,30 + 0,562 = 1,86$

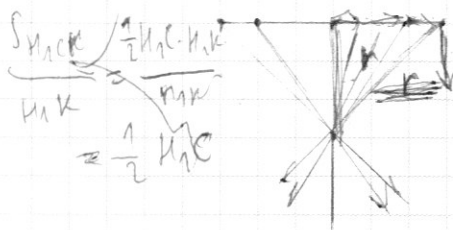


$$\alpha = \frac{\pi}{4} \approx 45^\circ$$



$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1}{4} S_{ABC} = S_{MKC}$$

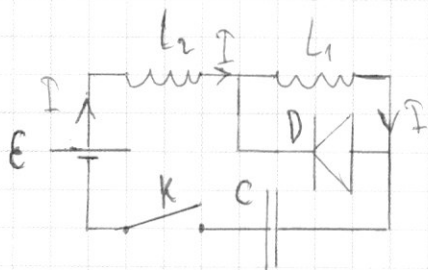


$$KH_1 = \frac{1}{2} AB$$

$$KH_2 = \frac{1}{2} BC$$

$$KC = \frac{1}{2} AB \cdot \cot \alpha$$

$$KC = \frac{KH_1}{\cos \alpha}$$



$$L_1 = 2L; L_2 = L; C$$

$$\tan \alpha = \frac{u_2}{u_1}$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2} \approx 0,45; 0,68$$

$$\int \cdot r \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\tan \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\tan \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$\frac{180}{2} = 25,4^\circ$$

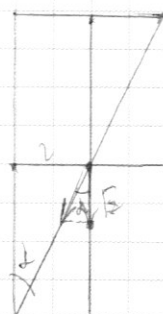
$$x \cdot \tan \left(\frac{\pi}{4} \right) \approx 25,4^\circ \approx 0,48$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} r \cdot \sqrt{r^2 + x^2} dx$$

$$\int r \frac{x}{r} \cdot r$$

$$1 + \cos \left(\frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}}$$

$$\int \cos^2(\alpha) d\alpha = \int \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$



$$\frac{1}{4} < 0,25$$

$$\frac{1}{2} \approx 0,5$$

$$0,06 + 0,02 \approx 0,3$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \alpha$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} d\alpha = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2\alpha) d\alpha = \frac{1}{4} (2\alpha + \sin 2\alpha) =$$

$$= \frac{1}{4} \left(2 \cdot \frac{\pi}{2} + \sin \frac{2\pi}{2} \right) = \frac{3,14}{4} = \frac{3,14}{4} \approx 0,785 \approx 1$$

$$\frac{9,42}{4} \approx 2,355$$

$$\frac{1}{16} \approx 0,0625$$