

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

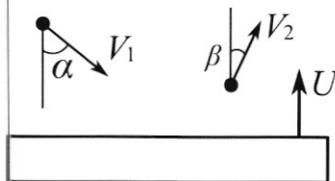
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

- † 1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

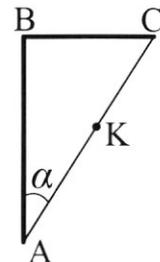


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

- † 2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

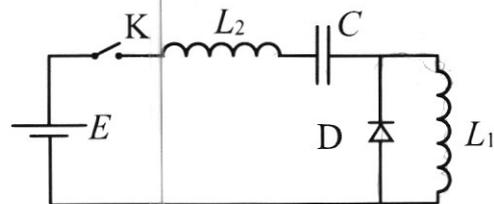
- † 3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

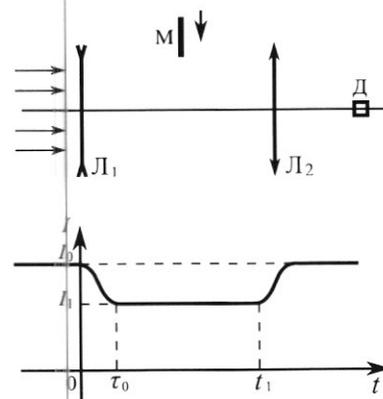
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L, L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

- 1) П.к. плиты гладкая, то при ударе проекция скорости на плоскость плиты не должна измениться, тогда:

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 18 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

- 2) При неупругом ударе ~~плиты~~^{модуль} проекция скорости шарика на ось перпендикулярную плоскости плиты v ~~должна~~^{должна} быть больше, чем после удара, тогда:

$$v_1 \cos \alpha + u > v_2 \cos \beta - u$$

$$u > \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} = (8 - 3\sqrt{5}) \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

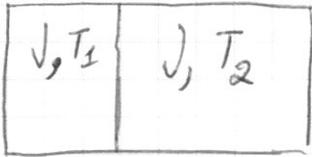
С другой стороны:

$u < v_2 \cos \beta = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, т.к. иначе шарик не сможет отскочить после удара.

Ответ: 1) $v_2 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; 2) $(8 - 3\sqrt{5}) \frac{\text{м}}{\text{с}} < u < 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

№2.

1)



т.к. давление в ~~оба~~ первом сосуде равно давлению во втором, то ~~из~~ уравнение Клапейрона-Менделеева:

$$(1) \quad p_0 V_1 = \nu R T_1$$

$$(2) \quad p_0 V_2 = \nu R T_2$$

(где p_0 - начальное давление в первом и во втором сосуде)

$$\frac{(1)}{(2)}: \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{320}{400} = 0,8$$

2) Рассмотрим систему из аргона и криптона:

$$\text{ЗСЭ: } \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0; \quad \frac{3}{2} \nu R \Delta T_1 - \frac{3}{2} \nu R \Delta T_2 = 0 \quad (\Delta T_1 = -\Delta T_2) (*)$$

$$\frac{3}{2} \nu R (T_0 - T_1) + \frac{3}{2} \nu R (T_0 - T_2) = 0 \quad (T_0 - \text{установив. температура})$$

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = 360 \text{ K}$$

$$3) \quad (1) + (2): \quad p_0 (V_1 + V_2) = \nu R (T_1 + T_2)$$

т.к. $V_1 + V_2 = V_0$ (V_0 - общий объем сосуда)

$$p_0 V_0 = \nu R (T_1 + T_2) \quad (3)$$

Уравнение Клапейрона-Менделеева в произвольный момент:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$p V_I = \nu R (T_1 + \Delta T_1) \quad (p - \text{давление в произвольной}$$

$$p V_{II} = \nu R (T_2 + \Delta T_2) \quad \text{массе})$$

$$p (V_I + V_{II}) = \nu R (T_1 + \Delta T_1 + T_2 + \Delta T_2) \quad \text{из (*)}$$

$$p V_0 = \nu R (T_1 + T_2) \quad (4)$$

$$\text{из (3) и (4)} \Rightarrow p = p_0$$

По II закону термодинамики для критика

$$Q_k = A_k + \Delta U_k = \left(\frac{V_0}{2} - V_2 \right) p_0 + \frac{3}{2} \nu R \Delta T_2 \quad (\text{т.к. в}$$

установившемся ~~режиме~~ режиме у критика и
агента одинаковые температуры, давления и
кол-во вещества, то и объемы будут равны $\frac{V_0}{2}$)

$$V_2 + 0,8 V_2 = V_0; \quad V_2 = \frac{5 V_0}{9}; \quad V_0 = \frac{9}{5} V_2$$

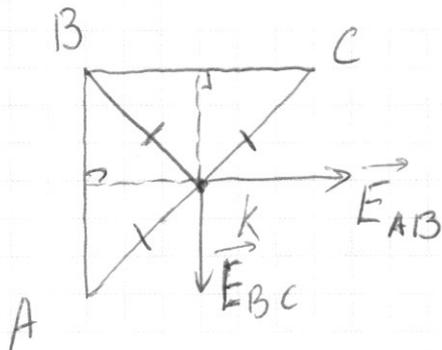
$$Q_k = - \frac{p_0 V_0}{10} - \frac{p_0 V_2}{10} - \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_0) =$$

$$= - \left(\frac{\nu R T_2}{10} + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_0) \right) \approx - 500 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = 0,8$ 2) $T_0 = 360 \text{ K}$; 3) $|Q_k| \approx 500 \text{ Дж}$.

№3.

И



т.к. BK - медиана в прямоугольном треугольнике,
то $BK = KC = AK$, т.к. $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то $AB = BC$,

т.к. $\triangle ABK$ и $\triangle BKC$ - равнобедренные, то
 \vec{E}_{BC} и \vec{E}_{AB} лежат в плоскости

ABC и ~~\vec{E}_{AB}~~ на осях симметрии
 $\triangle BCK$ и $\triangle BKA$ через точку K и $\vec{E}_{AB} \perp \vec{E}_{BC}$

1) тогда $|\vec{E}_{BC}| = |\vec{E}_{AB}|$ (т.к. $\alpha = \frac{\pi}{4}$ и $AB = BC$)

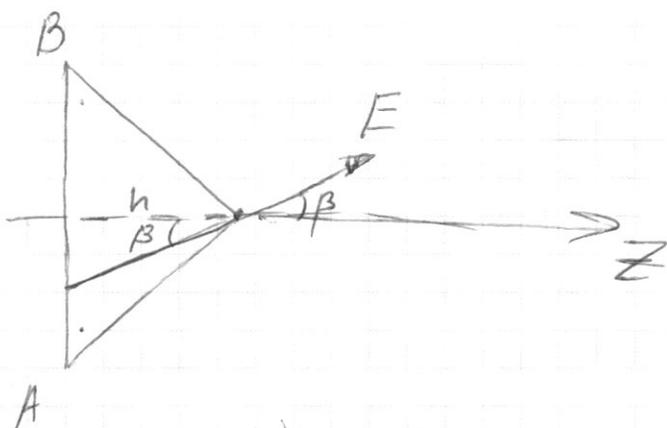
тогда $|\vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}| = \sqrt{2} |\vec{E}_{BC}|$, т.е. увеличится
в $\sqrt{2}$ раз.

2) Формула для напряженности на расстоянии
 x от равномерно заряженной нити с
плотностью заряда на единицу длины λ :

$$E = \frac{\lambda}{\epsilon_0 2\pi x}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Получить напряженность от одной плоскости
можно разбив её на очень узкие полосочки (нит-
ки)



$$dF_z = \frac{\sigma_2 \cdot \frac{h}{\cos \beta} d\beta}{\epsilon_0 2\pi \frac{h}{\cos \beta}} \cdot \cos \beta \quad (\text{сумма таких проекций равна } E_{AB} \text{ в силу симметрии}).$$

$$dE_z = \frac{\sigma_2 \cdot \cancel{h} \cdot \cos \beta \cdot d\beta}{\epsilon_0 2\pi}$$

$$E_{AB} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0 2\pi} \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0 2\pi} \cdot \cos(\alpha)$$

Аналогично

$$E_{BC} = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0 2\pi} \cdot 2 \cdot \sin(\alpha) = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0 \pi} \cdot \sin \alpha$$

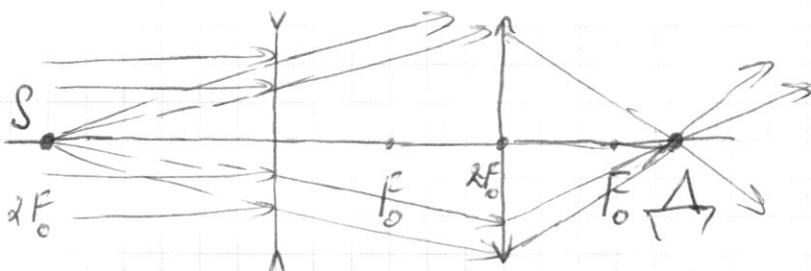
$$|\vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}| = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0 \pi} \sqrt{1 + 2 \cos(\alpha) + 1} = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0 \pi} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}$$

$$\left| \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{AB} \right| = \frac{6}{\pi \epsilon_0} \sqrt{\frac{4}{49} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}$$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$; 2) $\frac{6}{\pi \epsilon_0} \sqrt{\frac{4}{49} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}$

№5.

1)



пучек лучей можно заменить на один точечный источник S на расстоянии $2F$ слева от рассеивающей линзы после преломления пучка лучей в этой рассеивающей линзе.

После преломления все лучи пересекутся на расстоянии f ^{справа} от собирающей линзы.

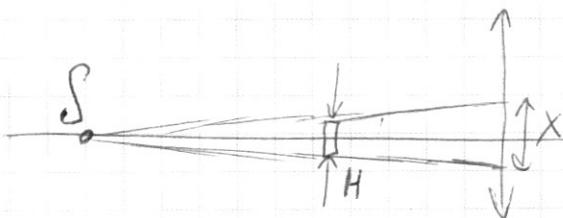
По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{4F_0} + \frac{1}{f}; \quad f = \frac{4}{3} F_0.$$

т.к. все лучи должны пересечься в A , то A находится на расстоянии f от L_2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) т.к. $I_1 \neq 0$, то мнимая плоскость не перекрывает L_2 , тогда.



$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{D}{D-X}$$

$$1 - \frac{X}{D} = \frac{I_1}{I_0}$$

$$X = \frac{9}{16} D$$

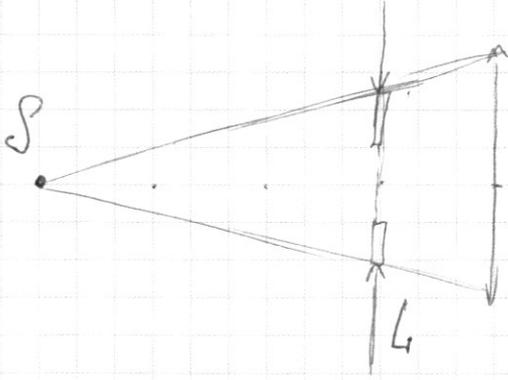
Из подобия: $\frac{H}{X} = \frac{3\sqrt{f_0}}{4f_0} \Rightarrow H = \frac{27}{64} D$

т.к. в момент 0 диск касуется лучей, а в момент τ_0 плоскость вошла в них, то

$$v = \frac{H}{\tau_0} = \frac{27}{64} \frac{D}{\tau_0}$$

~~$t = \frac{D-X}{v} + \tau_0 = \frac{7 \cdot 4}{27} \tau_0 + \tau_0 = \frac{57}{27} \tau_0$~~

3)



Из подобия $L = \frac{3}{4} D$

$$t_1 = \frac{L - X}{v} + \tau_0 = \frac{\frac{3}{16} D}{\frac{27}{64} \frac{D}{\tau_0}} + \tau_0 = \frac{4}{9} \tau_0 + \tau_0 = \frac{13}{9} \tau_0$$

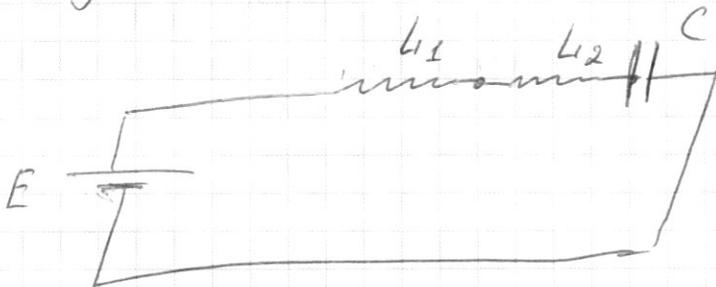
(т.к. I_1 достигается, только, если диск полностью попадает в лучи).

Ответ: 1) $\frac{4}{3} F_0$; 2) $\frac{27}{64} \frac{D}{\tau_0}$; 3) $\frac{13}{9} \tau_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4. через L_1 возрастает ток ~~через L_2 и конденсатор~~

1) а) когда конденсатор ~~зарядится~~, то схему можно заменить экв. ~~представит собой~~ схему:



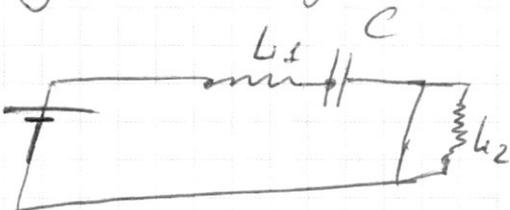
(т.к. диод будет закрыт)

С частотой колебаний

$$\omega_1 = \sqrt{(L_1 + L_2)C} \quad \omega_1 = \sqrt{(L_1 + L_2)C}$$

когда это происходит $T_1 = \frac{2\pi}{2\omega_1} = \frac{\pi}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$

б) L_1 ~~увеличит~~ ток ~~через L_2 и конденсатор~~ когда конденсатор ~~разрядится~~, то схему можно заменить на экв. схему



(т.к. диод будет открыт; при этом, при открытии диода ток через L_2 не

будет меняться до его закрытия)

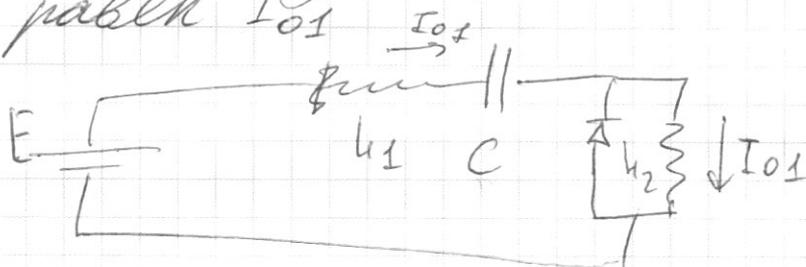
С частотой колебаний $\omega_2 = \sqrt{L_1 C}$, это происходит $T_2 = \frac{2\pi}{2\omega_2} = \frac{\pi}{\sqrt{L_1 C}}$

$$T = T_1 + T_2 = \pi \left(\sqrt{L_1 + L_2} C + \sqrt{L_1} C \right)$$

$$T = T_1 + T_2 = \pi \left(\sqrt{L_1 + L_2} C + \sqrt{L_1} C \right) = \cancel{\pi \sqrt{L_1 + L_2} C}$$

2) П.к. ^{в один каскад} сначала ток в L_2 растет, а потом не меняется ~~во~~, то $I_{02} \rightarrow +\infty$

3) П.к. ток ~~то~~ через L_1 периодически становится I_{01} , то рассмотрим первый раз когда ток через L_2 стал равен I_{01}



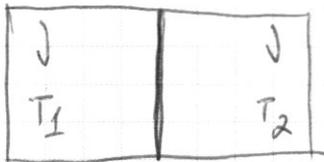
3C):

$$\Delta \varphi E = \frac{CE^2}{2} + \frac{(L_1 + L_2) I_{01}^2}{2} \Rightarrow I_{01} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$$

Ответ: 1) ~~$\pi \sqrt{L_1} C$~~ $3\sqrt{L_1} C$

Ответ: 1) $\pi \sqrt{L_1} C (3 + \sqrt{5})$; 2) $I_{02} \rightarrow +\infty$

$$3) I_{01} = \frac{E}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$$



$$\frac{180}{4} = \frac{90}{2} = 45^\circ$$



$$\frac{\pi}{9} = \frac{180}{9} = 20^\circ$$

$$p_0 v_0 = \nu R (T_1 + T_2)$$

$$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} (\nu + \nu) \cdot R T_0$$

$$p_1 v_0 = \nu R 2 T_0$$

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

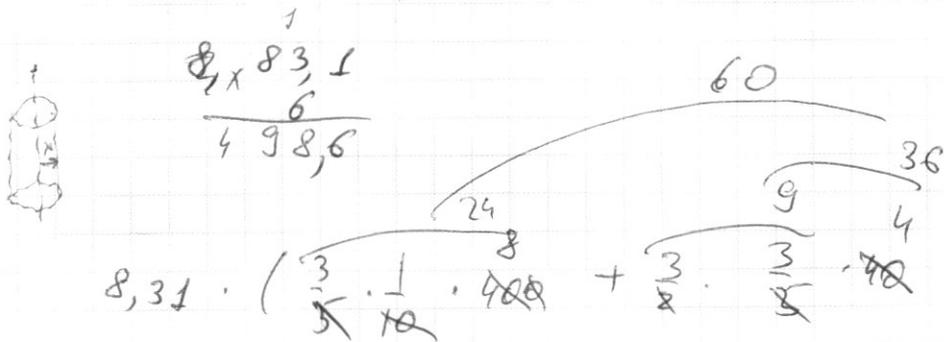
$$A + \Delta U = Q$$



140°

$$\frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 400 + \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 400 =$$

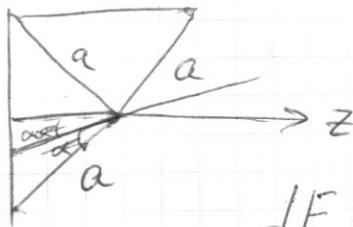
$$= 8,31 \cdot (24 + 36) = 60 \cdot 8,31 \text{ Дж} \approx 500 \text{ Дж}$$



$$\begin{array}{r} 8,31 \\ \times 60 \\ \hline 498,6 \end{array}$$

$$2\pi x \cdot h \cdot E = \frac{h \nu}{E_0}$$

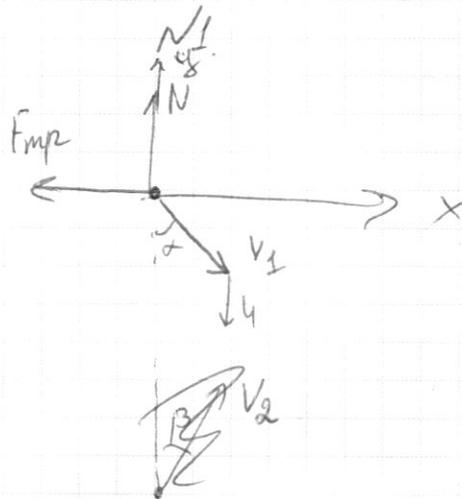
$$E = \frac{\lambda}{E_0 2\pi x}$$



$$dE_z = \frac{6 d \cos \alpha}{2\pi \epsilon_0} d\alpha$$

$$dE_z = \frac{q \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{\epsilon_0 2\pi \cdot h} d\alpha \cdot \frac{h \cdot 6}{\cos \alpha}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$256 \sqrt{36 \cdot 5}$$

$$v_1 \sin \alpha = F_{mpr} \Delta t$$

$$v_{y1} = -(v_1 \cos \alpha + u)$$

$$v_{x1} = v_1 \sin \alpha$$

$$v_{y2} = v_2 \cos \beta - u$$

$$v_{x2} = v_2 \sin \beta$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = 18 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = 20 \frac{m}{s}$$

$$20 \cdot \frac{4}{5} = 16$$

$$\frac{16 - 6\sqrt{5}}{2}$$

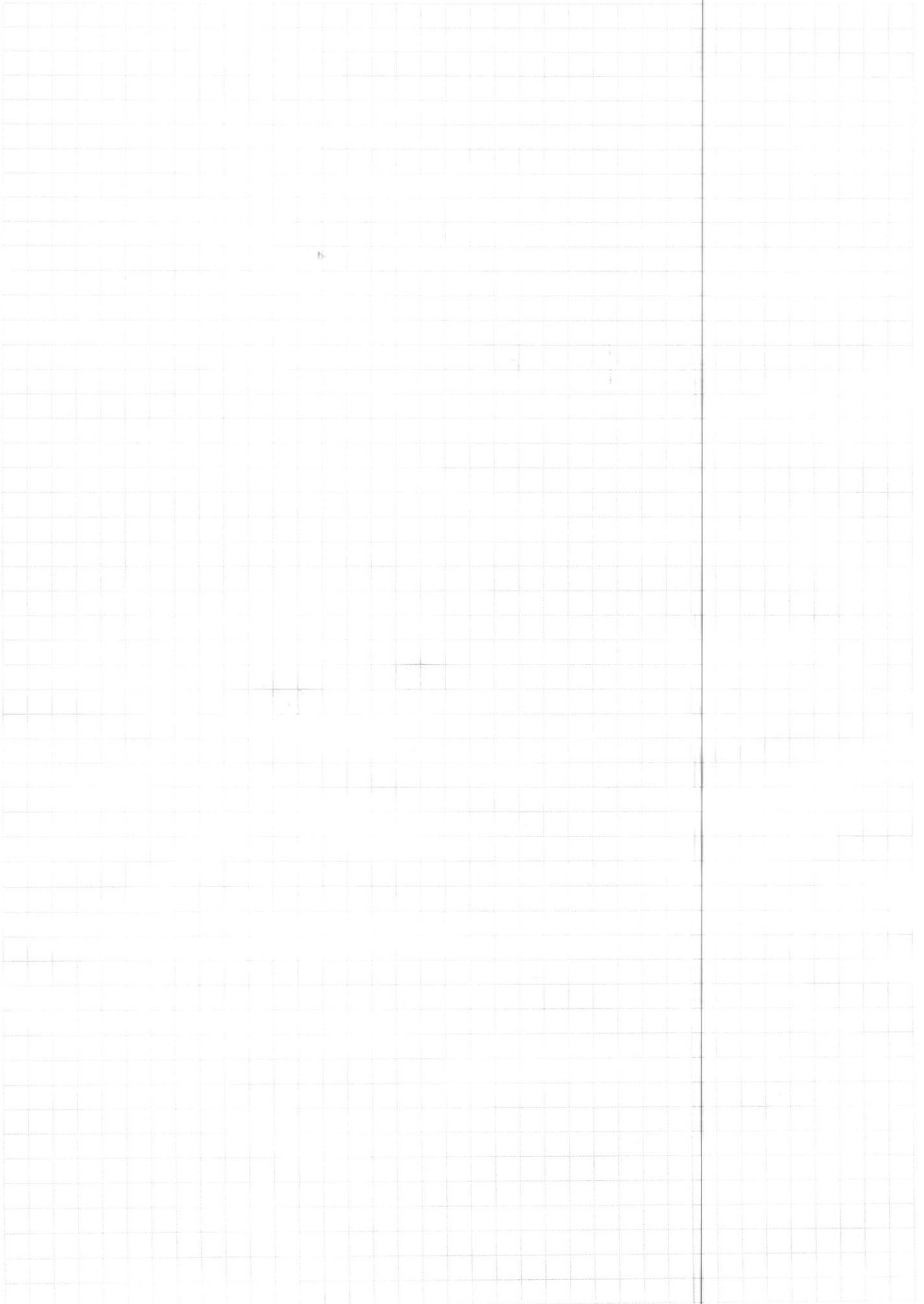
$$v_{y2} = v_2 \cos \beta - u = -v_1 \cos \alpha + u \quad v_2 \cos \beta - u = v_1 \cos \alpha + u$$

$$v_{y2} = -v_{y1} = v_{y1} + \frac{p_N}{m}$$

$$\frac{p_N}{m} = v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta - u$$

$$v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha = 2u$$

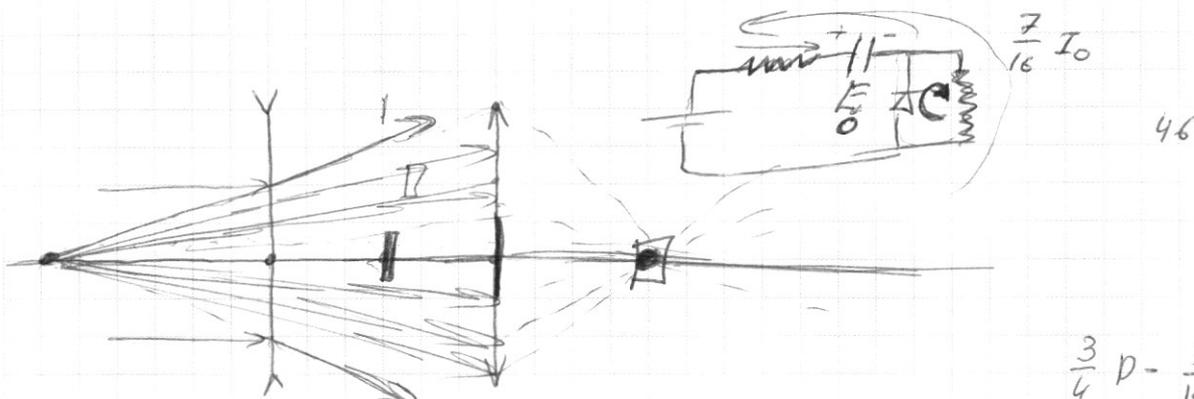
$$\frac{p_{mpr}}{m} = v_1 \cos \alpha \sin \beta - v_2 \sin \alpha$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{4}{4F} = \frac{1}{4F} + \frac{1}{f} \quad \frac{1}{f} = \frac{3}{4F}; \quad f = \frac{4F}{3}$$

$$\frac{3}{4} D - \frac{9}{16} D$$

$$\left(\frac{3}{4} D\right) - \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4} D\right) =$$

$$= \frac{3}{16} D$$

$$\frac{7}{16} = 1 - \frac{x}{D} \Rightarrow \frac{x}{D} = \frac{9}{16}; \quad x = \frac{9D}{16}$$

$$H = \frac{9}{16} \cdot \frac{3}{4} x = \frac{27}{64} x$$

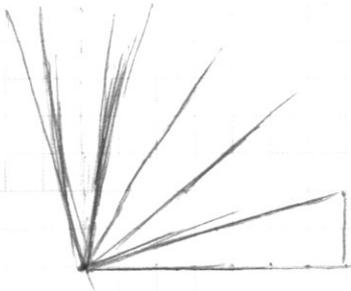


$\frac{q}{c} = -\frac{i}{L}$
 $\ddot{q} = -\frac{q}{LC} - \frac{E}{L_1 + L_2}$
 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
 $T = 2\pi\sqrt{LC}$

$CE^2 = \frac{C}{F} E^2 + \frac{I^2(L_1 + L_2)}{2}$
 $T = 2\pi\sqrt{LC}$

$I = E \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$
 $C = \frac{q}{E}$
 $q = CE$

$E - \ddot{q}(L_1 + L_2) = \frac{q}{C}$
 $\ddot{q} = -\frac{q}{C(L_1 + L_2)} + \frac{E}{L_1 + L_2}$



$$q^2 + (L_1 + L_2) \dot{q}^2 = \dots$$

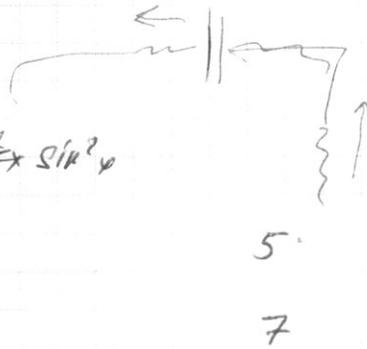
$$\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{7 \sqrt{2}}$$

$$\sin x = \frac{2}{7} \cos x$$

$$\sin^2 x = \frac{4}{49} = \frac{4}{49} \cos^2 x \sin^2 x$$

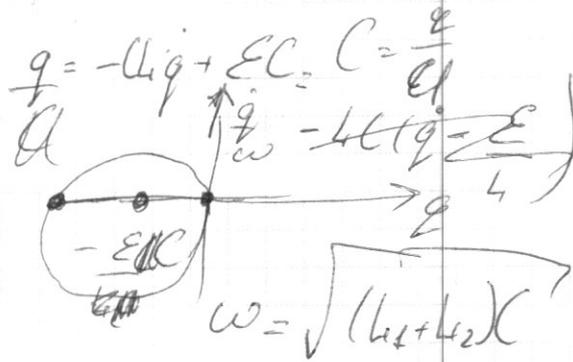
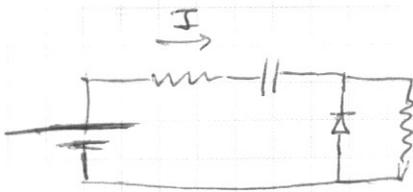
$$53 \sin^2 x = 4$$

$$\sin^2 x = \frac{2}{\sqrt{53}} \approx \frac{2}{7}$$



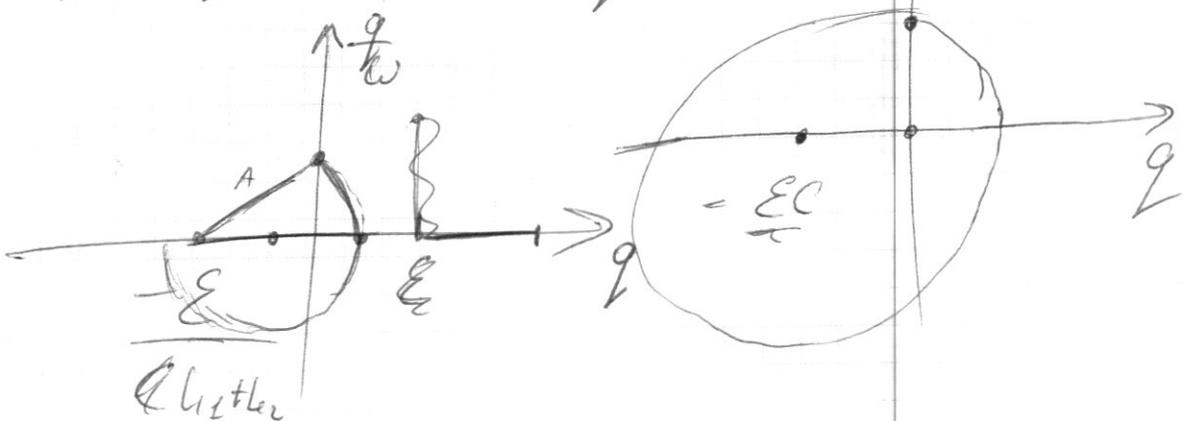
$$2,8 \frac{7}{104}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5} \approx 0,4$$



$$E - I L_1 - I L_2 = \frac{q}{C}$$

$$q = q - (L_1 + L_2) \cdot \dot{q} + EC$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\pi - \frac{2\pi}{8} = 7$ $\lg \alpha = \frac{2}{7}$
 $180^\circ - 40^\circ = 140$ $\frac{3}{15} = \frac{1}{5} = \frac{2}{7}$
 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{7}$

$\frac{62}{\epsilon_0 2\pi} (+ \sin \beta) \Big|_{-70^\circ}^{+70^\circ}$

$\frac{62}{\epsilon_0 2\pi} \cdot 2 \cdot \sin(70^\circ) =$

$\frac{6}{\epsilon_0 \pi} \sqrt{\frac{4 \cos^2 \alpha + 49 \sin^2 \alpha}{49}} =$

$= \frac{6}{\epsilon_0 \pi} \sqrt{\frac{1 + 45 \sin^2 \alpha}{49}}$

$2 \sin x - 2 \sin^3 x + \sin x - \sin^3 x - \sin^3 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$3 \sin x - 3 \sin^3 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$-\sin^3 x + \sin x = \frac{\sqrt{3}}{6}$

$\sin(2x) \cos x + \cos 2x \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2 \sin x \cos^2 x + \cos^2 x \sin x - \sin^3 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$y^3 - y + \frac{\sqrt{3}}{6} = 0$