

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

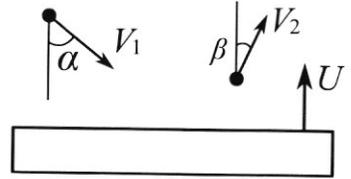
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

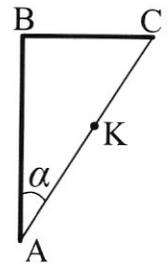


- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

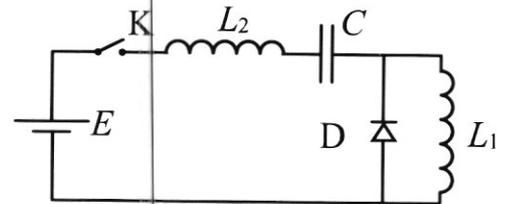
- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



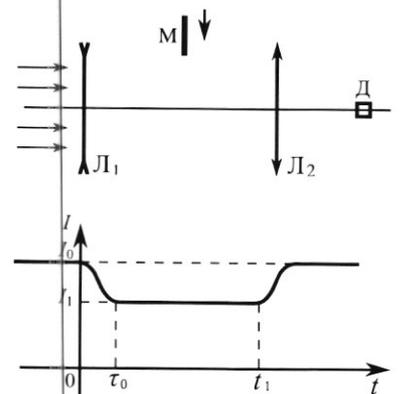
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

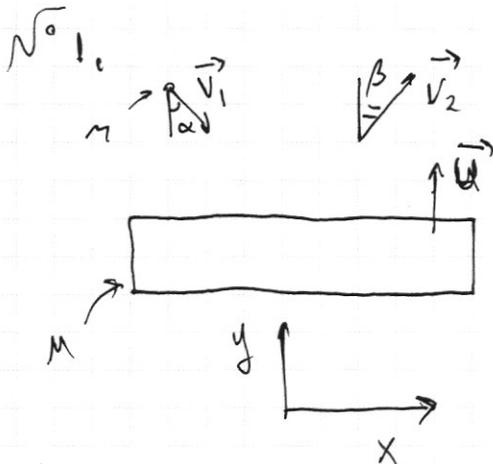
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



→ Если бы соуд. было упругим,

по:

$$|v_{1y}| + v \quad |v_{2y}| + v \quad (\text{СО плиты})$$

$$|v_{1y}| \downarrow \quad |v_{2y}| + 2v \quad (\text{СО земли})$$

из-за неупругости выдел.
теплота и после отскока

$$|v_{2y}| < |v_{1y}| + 2v \Rightarrow$$

$$\frac{|v_{2y}| - |v_{1y}|}{2} < v$$

$$|v_{1y}| = v_1 \cos \alpha \approx \frac{\sqrt{5}}{3} v_1$$

$$v_{2y} = \frac{10}{3} \cos \beta v_1 = \frac{8}{3} v_1$$

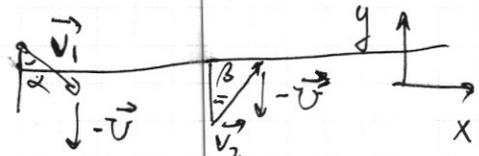
$$v > \frac{\frac{8}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} v_1 =$$

$$= (8 - 3\sqrt{5}) \frac{v_1}{2}$$

Ответ: $v_2 = 20 \frac{v_1}{c}$; $v_{T,2} \frac{v_1}{c}$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

1) Перейдем в СО плиты:



$$v_2 = v_1 \cdot \frac{10}{3} = 20 \frac{v_1}{c}$$

~~плита массивная~~

плита не измен. свою
скорость после соуд.;

2 З. Ho: (поверхность пл.)

$$x: m \frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} =$$

$$= \frac{4}{5} \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{5}{6} v_1 = 15 \frac{v_1}{c}$$

Перейдем в СО плиты, она массивная,
матемая \Rightarrow после удара её скорость

почти не меняется \Rightarrow плита - ИСО;



плита действует
на шарик только
вдоль y, рассмтр.

взаимод.: \rightarrow



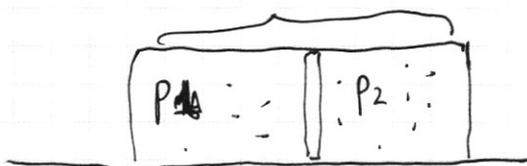
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

V_0 - объём сосуда



T_1, V_1, T_2

$i = 3$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + \frac{3}{2} \nu R (T - T_2) = 0 \Rightarrow$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{420}{2} \text{ K} =$$

$$= 360 \text{ K};$$

Пусть ΔQ - теплота, которую кrypton передаст аргону, тогда она равна $-Q_2$ ($\Delta Q = -Q_2$)

1) поршень движется медл. \Rightarrow
 $p_1 = p_2$ (p_1 - дав. аргона вначале, p_2 - давление крптона вначале), Ур-ие Менд-Кл.:

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 & (1) \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 & (2) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = \frac{8 \cdot 40}{40 \cdot 10} = \frac{4}{5};$$

(*) Теплота к системе не подв. $\Rightarrow Q_1 + Q_2 = 0$

1 М. Терм.:

$$\begin{cases} Q_1 = A_1 + \Delta U_1 & (\text{для аргона}) \\ Q_2 = A_2 + \Delta U_2 & (\text{для крптона}) \end{cases}$$

$$(*) \Rightarrow A_1 + A_2 + \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0,$$

2 з.п. для поршня: 3. з.п. эк. для поршня:

$$A_1 + A_2 = \Delta K, \text{ поршень движ. медл. } \Rightarrow$$

$$\Delta K \approx 0 \Rightarrow A_1 + A_2 = 0 \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0,$$

пусть T - конеч. температура \Rightarrow



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Обратиться к ранее записанным ур-ниям: (1), (2):~~

Запишем ур-ие М-ки. в произв. момент времени:

$$\begin{cases} pV_1 = \nu RT_1^* \\ pV_2 = \nu RT_2^* \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{поршень дв. медленно, поэтому завл.} \\ \text{равны} \end{array} \right)$$

$$v_0 = \omega R t$$

$$p(V_1 + V_2) = \nu R(T_1^* + T_2^*), \quad \text{запишем также } \underline{\text{мол.}} \quad \perp \text{ период.}$$

для газа и получим ур-ия:

$$0 = \Delta(U_1^* + U_2^*) = \frac{3}{2} \nu R (T_1^* + T_2^* - (T_1 + T_2)) = 0 \Rightarrow$$

$$T_1^* + T_2^* = T_1 + T_2 = \omega R t \Rightarrow p = \nu R \frac{T_1^* + T_2^*}{v_0} = \omega R t \Rightarrow$$

давление в ~~э~~ отсеке не меняется; \Rightarrow

$A_2 = p \cdot \Delta V$, (ΔV - изм. объема криволинейной), ~~ранее показано:~~

ур-ие Менд-ки. (в конце):

$$pV_2^* = \nu RT \Rightarrow V_2^* = \frac{\nu RT}{p} \Rightarrow A_2 = p \cdot \left(\frac{\nu RT}{p} - \frac{\nu RT_2}{p} \right) =$$

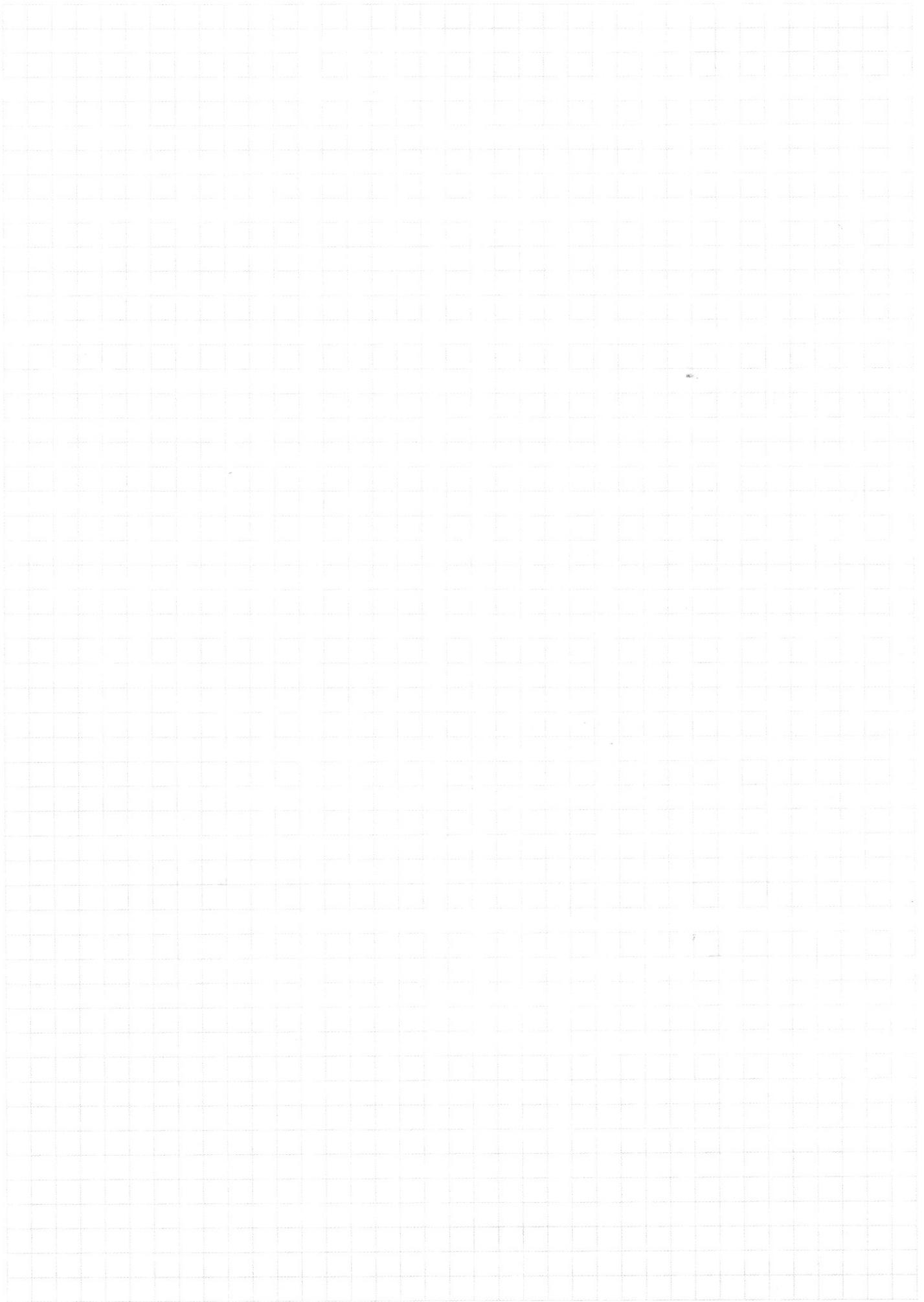
$$= \nu R \left(\frac{T_1 - T_2}{2} \right) \Rightarrow Q_2 = \frac{1}{2} \nu R (T_1 - T_2) + \frac{3}{2} \nu R \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_2 \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \nu R (T_1 - T_2) \cdot \left(1 + \frac{3}{2} \right) = \frac{5}{4} \nu R (T_1 - T_2) = -\Delta Q \Rightarrow$$

$$\Delta Q = \frac{5}{4} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 80 \text{ Дж} = 60 \cdot 8,31 \text{ Дж} =$$

$$= (480 + 18,6) \text{ Дж} = 498,6 \text{ Дж};$$

Ответ: 0,8; 360 К; 498,6 Дж;

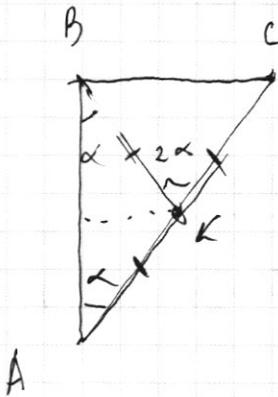


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

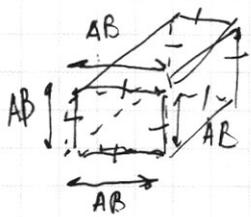
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.



- 1) Поскольку K - середина шпота. $\triangle ABC$, то: $\angle BKC = 2\alpha$,
 $BK = CK = AK \Rightarrow BK$
из симметрии, в этой точке
каждая пластинка создаст лишь
перпендикулярную ей элект. полю:

Рассчитаем телесный
угл, под которым видно
полукругл. пластинку:



достроим
вокруг K
полукругл. паралле.

$$\Omega_z = 4\pi = 2\omega + 4\Omega \Rightarrow$$

$$2\pi = \omega + 2\Omega, \text{ (где}$$

ω - телесный угол,
под которым видно

квадрата AB, Ω -
искомый тел. угол)

$$\omega \sim \left(\frac{AB^2}{r^2}\right), \text{ где } r -$$

некое хор-ое расстояние
от K до квадрата)

Найдем E_{\perp} для беск. равномерн.
зар. пластинки:

3. Кр. лона:

$$dE = k \frac{\sigma dS}{r^2} \Rightarrow$$

$$dE_{\perp} = k \sigma \frac{dS \cos \alpha}{r^2} =$$

$$= k \sigma d\Omega, \text{ (где } d\Omega -$$

телесный угол, под
которым видно пл. dS) \Rightarrow

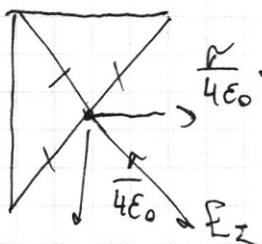
$$E_{\perp} = k \sigma \Omega;$$

но $r \rightarrow \infty \Rightarrow \omega \rightarrow 0 \Rightarrow \Omega = \pi \Rightarrow E_k = \frac{\pi}{4\pi\epsilon_0} \sigma =$
 $= \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$, (где E_k - напряженность такой пластины в м.к.);

в данных рассуждениях нигде не использовалось
 знан. α , ~~но~~ есть только то, что ВК - медиана;

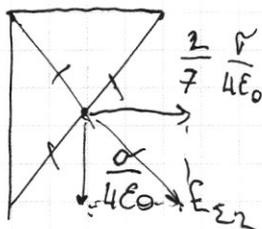
1 ПУНКТ:

по принципу суперпоз.:



$$E_z = \sqrt{2E^2} \Rightarrow \frac{E_z}{E} = \sqrt{2} \approx 1,41;$$

2 ПУНКТ:



по принципу суперпоз.:

$$E_{z2} = \sqrt{\frac{4}{49} + 1} \frac{\sigma}{4\epsilon_0} = \frac{\sqrt{53}}{7} \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

$$= \sqrt{\frac{49+4}{49}} \frac{\sigma}{4\epsilon_0} = \sqrt{1 + \frac{4}{49}} \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \approx$$

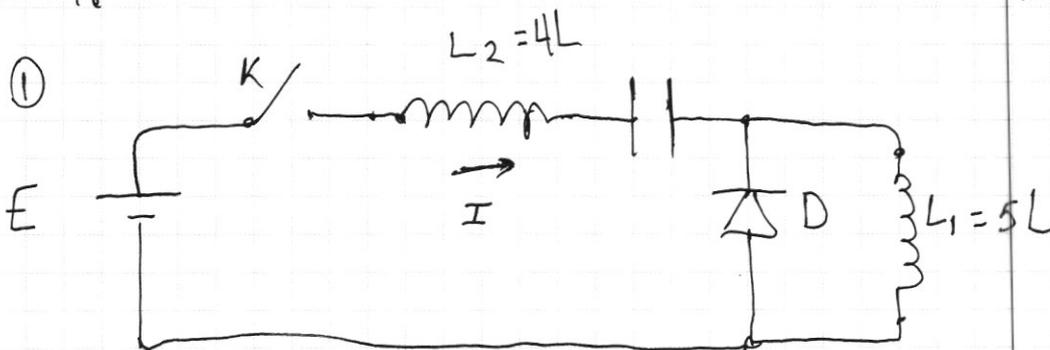
$$\approx \left(1 + \frac{2}{49}\right) \frac{\sigma}{4\epsilon_0} = \frac{51}{49} \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

$$(1+x)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}x, \quad x \ll 1$$

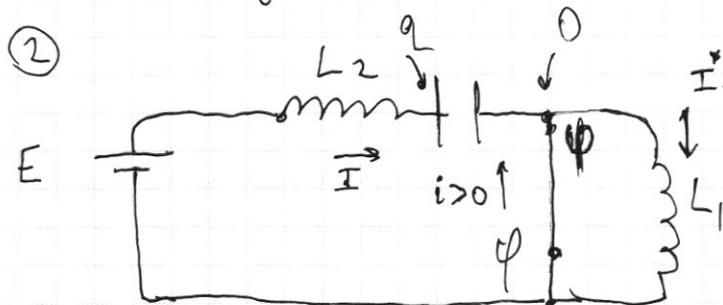
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4.

$\mathcal{E} = E$



1) После замык. ток I будет сначала ув. от \rightarrow нулевого зм. до макс., напр. на $L_1 = U_{1L} = L_1 \dot{I} > 0$ — то есть диод ~~будет~~ ^{сначала} будет закрыт, когда же I будет макс. $\dot{I} = 0 \Rightarrow U_{1L} = 0 \Rightarrow$ диод откроется и будет следующая цепь:



$\dot{I} < 0, U_{1L} = 0 = \dot{I} L_1 \Rightarrow I, i = \omega \text{const}$, запишем 2 правило Кирхгофа для этой цепи:

$$E = L_2 \dot{I} + \frac{q}{C}, \quad I = \dot{q} \Rightarrow$$

$$E = L_2 \ddot{q} + \frac{1}{C} q \quad (2)$$

ЗСЗ для узла А:

$I + i = I_1 \Rightarrow$
 $i = I_1 - I > 0$ (пока диод откр.)
 диод закр., когда $i \leq 0 \Rightarrow$
 $I = I_1$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Затянем 2 правую К-Г для цепи

$$\mathcal{E} = L_2 \dot{I} + \frac{q}{C} + L_1 \dot{I}, \quad \dot{q} = I \Rightarrow \mathcal{E} = (L_1 + L_2) \ddot{q} + \frac{1}{C} q,$$

$$q(0) = 0, \quad \dot{q}(0) = I(0) = 0 \Rightarrow q = A \cos \omega t + B \sin \omega t + K,$$

$$\frac{K}{C} = \mathcal{E} \Rightarrow K = C \mathcal{E}, \quad I(0) = B \omega = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$q(t) = A \cos \omega t + K, \quad t=0, \quad q(0) = 0 \Rightarrow A = -K \Rightarrow$$

$$I = C \mathcal{E} \omega \sin \omega t \Rightarrow \text{амплитуда замык. до откр.}$$

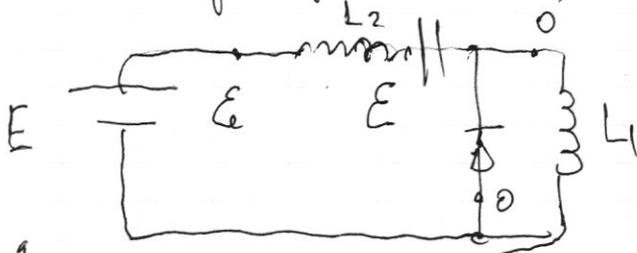
$$\text{длота } \frac{1}{4} T_1 = \frac{1}{2} \pi \sqrt{L_2 C}; \quad (\text{период } T_1 - \text{период колеб. в первой цепи})$$

Обратимся к ур-ню (2):

$$\mathcal{E} = L_2 \ddot{q} + \frac{1}{C} q \Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{L_2 C} q = \frac{\mathcal{E}}{L_2}, \quad \text{решим его:}$$

$$\dot{q} = A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t + K_1, \quad q = A_2 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t + K_2,$$

$$\text{Когда } q=0 \text{ (длота откр. при } U_{L_2} = 0 \Rightarrow \dot{I} = 0 \Rightarrow U_{L_2} = L_2 \dot{I} = 0,$$



(в момент откр. длото)

$$U_C \text{ (напр. по кодам.)}$$

$$U_C(0) = \mathcal{E} \Rightarrow q(0) = \mathcal{E} C,$$

$$K_1 = \mathcal{E} C = K \Rightarrow q(0) = A_2 + K_2 = \mathcal{E} C \Rightarrow$$

$$A_2 = 0, \quad \dot{q} = B_2 \omega \cos \omega t \Rightarrow$$

$$\dot{q}(0) = B_2 \omega = I_{\text{н}} \rightarrow$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

где после открытия диода ток не имеет скачков \Rightarrow
 $I_H^* = I_1^*$ (ток I_1^* - ток, который ^{в моменты} ~~идёт~~ ^{за моменты}
~~до закрытия~~ ^{откр.} диода); $I_1 = C \varepsilon \omega$ (из решенного ур-ня
 колебаний до откр. диода) \Rightarrow $q(t) = \varepsilon C + C \varepsilon \frac{\omega}{\omega_1} \sin \omega_1 t$ -
 - для открытого диода;

таким образом; ~~з~~ ур

$$q(t) = C \varepsilon (1 - \cos \omega t) \quad \text{- диод закрыт}$$

$$q(t) = C \varepsilon \left(1 + \frac{\omega}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right) \quad \text{- диод открыт}$$

Что? I уб. от нуля до I_1 (диод закр.), \rightarrow

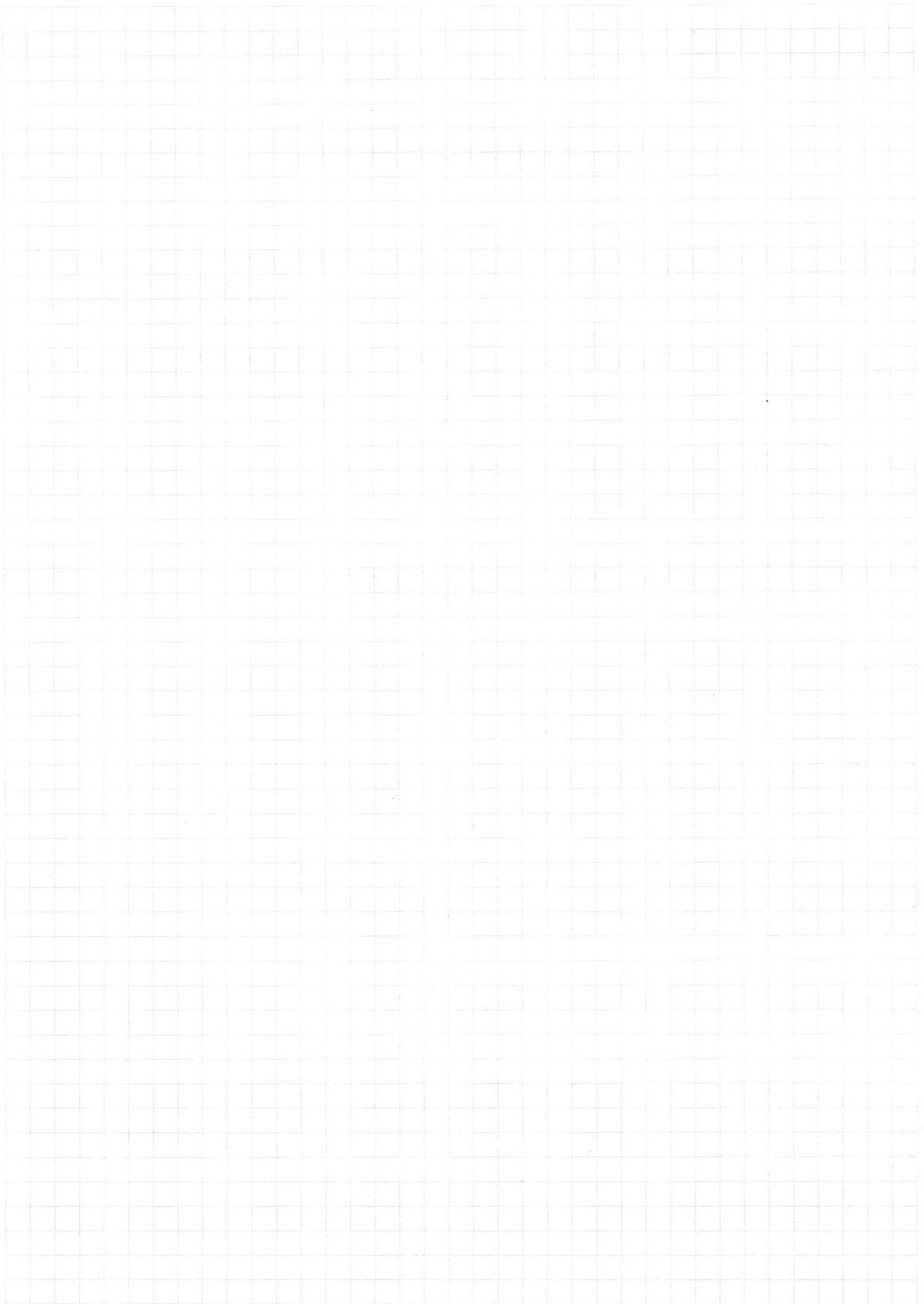
I ур. до нуля, а затем возр. до I_1 (диод откр.),
 больше этого знач. силы тока I не станет \Rightarrow диод не

закрывается $\Rightarrow T_k = 2\pi \frac{1}{\omega_1} = 2\pi \sqrt{L_2 C} = 4\pi \sqrt{LC}$;

$$2) I_{01} = I_{02} = \varepsilon C \omega = \varepsilon C \cdot \frac{1}{\sqrt{4+L_2}} = \frac{1}{3} \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ответ: $T = 4\pi \sqrt{LC}$; $I_{01} = I_{02} = \frac{1}{3} \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$;

* (Выше объяснено, почему $I_{02} = I_1^*$, ток же через L_1
 достигает значения I_1 и далее остается постоянным -
 - диод больше не откр. $\Rightarrow U_{L1} = U_C = 0 = I_1$);

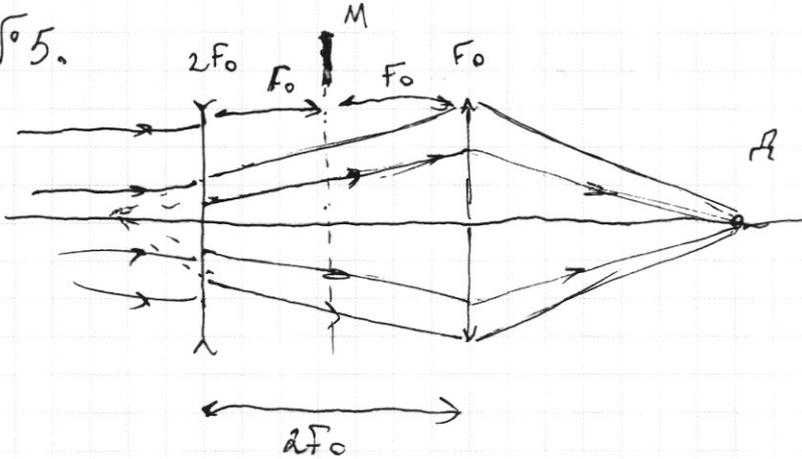


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

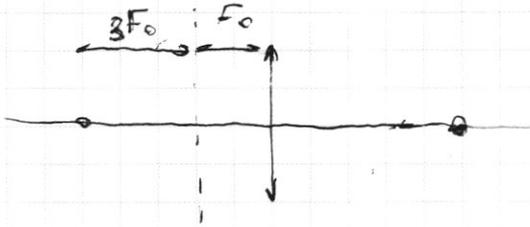
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.



$$F = F_0$$

- 1) при приеме на линзе $-2F_0$ параллельные лучи пойдут так, будто они вышли из точки, находящейся на расстоянии $2F_0$ слева от линзы $-2F_0$:



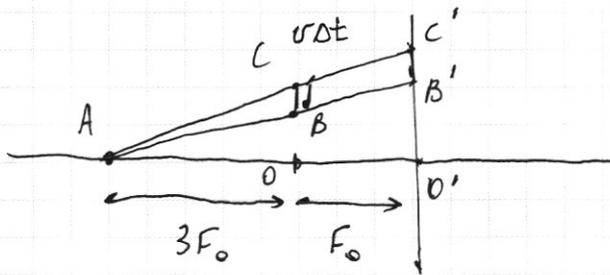
Запишем ур-е тонкой

линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow (d = 4F) \Rightarrow$$

$$f = \frac{F \cdot d}{d - F} = \frac{4}{3}F - \text{искомое рассто.}$$

- 2) Мощность от света, попадающая в фотодетектор будет пропорциональна площади S на которую падает свет, по условию задачи: $I = kP$, где I - ток, P - мощность света, $\Rightarrow I \approx b \cdot S$, (где S - та самая площадь)
в начале: $I_0 = b \cdot \pi \frac{D^2}{4}$;



$$\checkmark \triangle BAO \sim \triangle B'A'O' \Rightarrow$$

$$\checkmark \frac{AB'}{AB} = \frac{4}{3}, \triangle ACB \sim \triangle AC'B' \Rightarrow$$

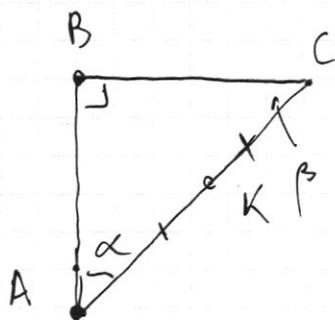
$$\frac{CB}{C'B'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{3}{4} \Rightarrow C'B' = \frac{4}{3}CB$$

$$b \Delta S = \Delta I$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

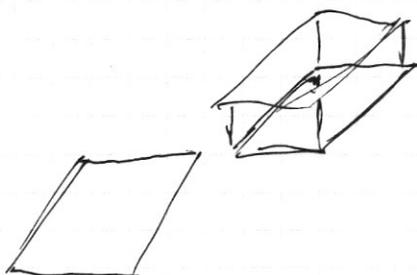
№ 3.

$$\sqrt{53} \approx 7$$



$$\alpha = \pi/4, \quad \alpha' = \pi/9$$

Пол в такой
пластинке однородно и
направлено перпендику-
лярно пластинке

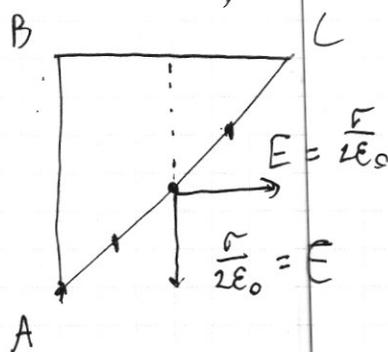


$$1) \quad \alpha + \beta = \pi/2 \Rightarrow \beta = \pi/4 \Rightarrow$$

$\triangle ABC$ - равнобедр.;

Пол бесконечной плоской
равномерно зар. пластинки =

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \quad (\text{где } \sigma - \text{пов. плотн. пластинки})$$



из принципа суперпоз.:

$$E_{\Sigma} = \sqrt{E^2 + E^2} = \sqrt{2} E \quad (\text{новая напр. в м. К}) \Rightarrow \frac{E_{\Sigma}}{E} = \sqrt{2} \approx 1,41;$$

$$\text{попр. суперпоз.:$$

$$\Rightarrow E_{\Sigma 2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{1 + \left(\frac{2}{7}\right)^2} = \frac{\sqrt{53} \sigma}{7 \cdot 2\epsilon_0}$$

