

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

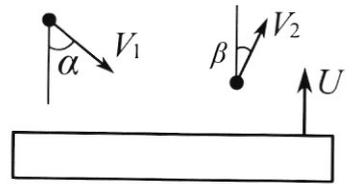
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



✓1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

✓1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

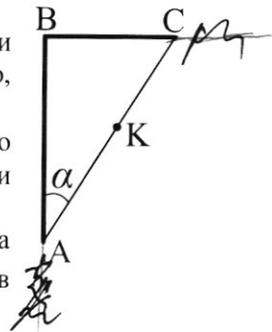
✓2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.

✓1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

✓2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

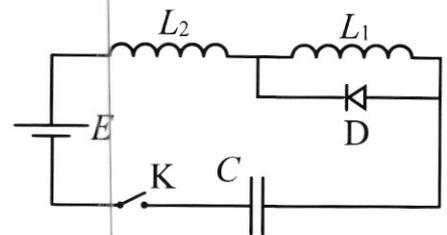


4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

✓1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

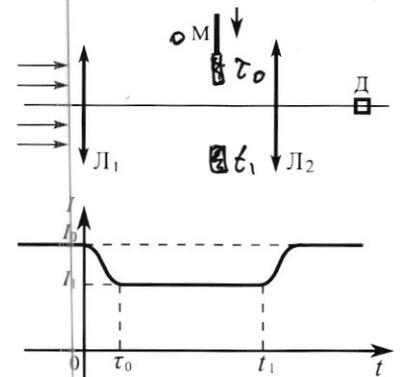


✓5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.

✓1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

✓2) Определить скорость V движения мишени. ✓3) Определить t_1 .

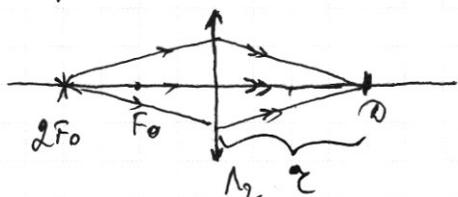
Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5

~~Л1~~ L_1 фокусирует лучи на расстоянии F_0 от себя, поэтому её можно заменить на точечной линзой как на расстоянии $2F_0$ от L_2 . ~~Высота луча~~



Для L_2 : $\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{z} \Rightarrow z = 2F_0 -$

расстояние от L_2 до точки, в которую она фокусирует лучи. Т.к. лучи фокусируются на детектор, то z - расстояние от L_2 до детектора.

Пучок лучей, приходящий на L_2 , на расстоянии F_0 от L_2 имеет диаметр $\frac{D}{2}$ (остальные лучи идут мимо L_2).

~~На расстоянии F_0 от L_2 диаметр пучка равен $\frac{D}{2}$ если линза нет.~~

~~На расстоянии z диаметр пучка равен $\frac{D}{2}$ если линза нет, то $E_n = \frac{\Phi}{\pi x^2/4} = \frac{4\Phi}{\pi x^2}$~~

~~В этом случае получается $E_1 = E_0 - E_n = \frac{4\Phi}{\pi} \left(\frac{1}{z^2} - \frac{1}{x^2} \right)$~~

~~$I_1 = \frac{3}{4} I_0 \Rightarrow E_1 = \frac{3}{4} E_0 = \frac{3}{4} \cdot \frac{16\Phi}{\pi \cdot 4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4\Phi}{\pi} = \frac{3\Phi}{\pi}$~~

Если линзы нет, то на L_2 приходит $P_0 = \Phi \cdot \frac{\pi(\frac{D}{2})^2}{4} = \frac{\Phi \cdot \pi D^2}{16}$

z - диаметр линзы, тогда $P_1 = P_0 - P_n$

$$I_1 = \frac{3}{4} I_0 \Rightarrow P_1 = \frac{3}{4} P_0 \Rightarrow P_0 - P_M = \frac{3}{4} P_0 \Rightarrow P_M = \frac{1}{4} P_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi \cdot \frac{\pi x^2}{4} = \varphi \cdot \frac{\pi D^2}{16} \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{D^2}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{4} D$$

$$v \tau_0 = x \Rightarrow v = \frac{x}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}$$

$$v t_1 = \frac{D}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{D}{2v} = \frac{D}{2 \cdot \frac{D}{4\tau_0}} = 2\tau_0$$

Ответ: 1) $\tau = 2\tau_0$

2) $v = \frac{D}{4\tau_0}$

3) $t_1 = 2\tau_0$

N2

N_2	O_2
T_1	T_2

$$\begin{aligned} pV_1 &= \nu RT_1 \\ pV_2 &= \nu RT_2 \end{aligned} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

($p_1 = p_2 = p$, т.к. поршень свободно перемещается)

Т.к. сосуд теплоизолирован, стенки кет, то $U_1 + U_2 = \text{const}$,

т.е. $U_1 + U_2 = U_1' + U_2' \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow \frac{i}{2} \nu R \Delta T_1 + \frac{i}{2} \nu R \Delta T_2 = 0$

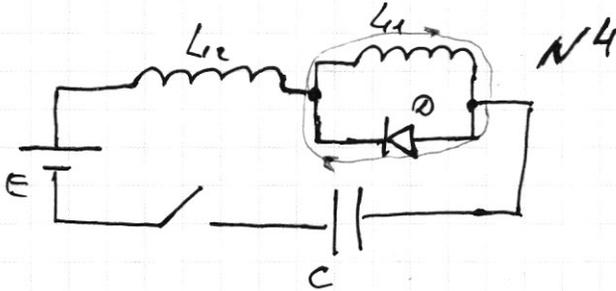
$$\Rightarrow \Delta T_1 + \Delta T_2 = 0 \Rightarrow T' - T_1 + T' - T_2 = 0 \Rightarrow T' = \frac{T_1 + T_2}{2} =$$

$$= \frac{300\text{K} + 500\text{K}}{2} = 400\text{K}$$

Ответ: 1) $V_1 : V_2 = 3 : 5$

2) $T' = 400\text{K}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Вправо ток идёт только
через L_1 и не может идти
через D .

В этом случае $L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} + U_C - E = 0 \quad (=)$

$\Rightarrow (L_1 + L_2) q'' + \frac{q}{C} - E = 0.$

$\int y = \frac{q}{C} - E$, тогда $y'' = \frac{q''}{C} \Rightarrow q'' = C y''$

$(L_1 + L_2) C y'' + y = 0 \quad (=) \quad y'' = -\frac{1}{(L_1 + L_2) C} y.$

Тогда $y(t) = y_m \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$, где $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2) C}}$

$\frac{q}{C} - E = y_m \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \Rightarrow q(t) = CE + y_m \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$, $y_m = C y_m$

Если ток идёт влево, то можно записать правило
Кирхгофа для внешнего обхода: $L_1 \frac{dI_{L1}}{dt} = 0$. Т.к. в момент
смены направления $I_{L1} = 0$, то ток будет течь только
через диод, пока снова не изменится направление

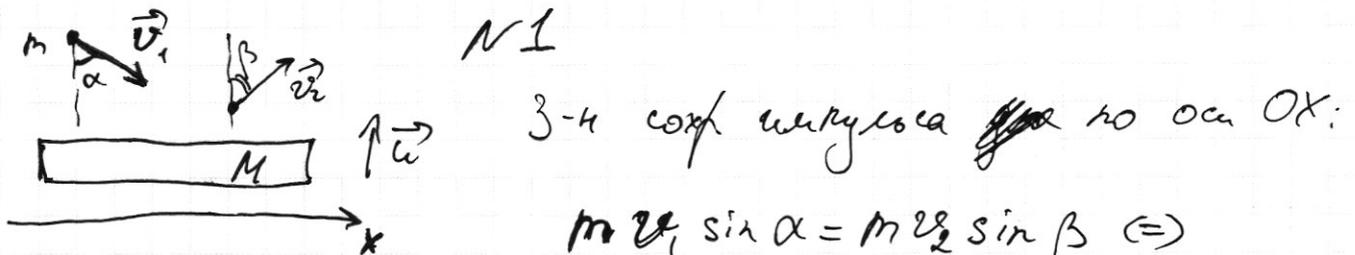
В этом случае аналогичным образом $y(t) = CE + y_{m2} \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$, $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$

Тогда $T_1 = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2) C}$, $T_2 = 2\pi \sqrt{L_2 C} \Rightarrow$

$\Rightarrow T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{(L_1 + L_2) C} + \pi \sqrt{L_2 C} = \pi \sqrt{C} (\sqrt{L_1 + L_2} + \sqrt{L_2}) =$

$$= \pi \sqrt{C} (\sqrt{3L} + \sqrt{L}) = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{3} + 1)$$

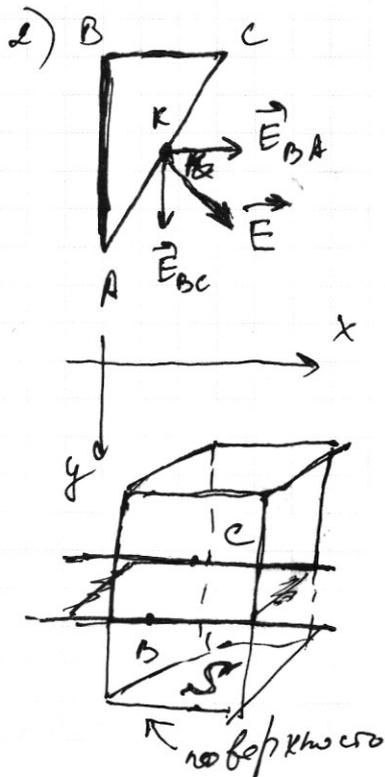
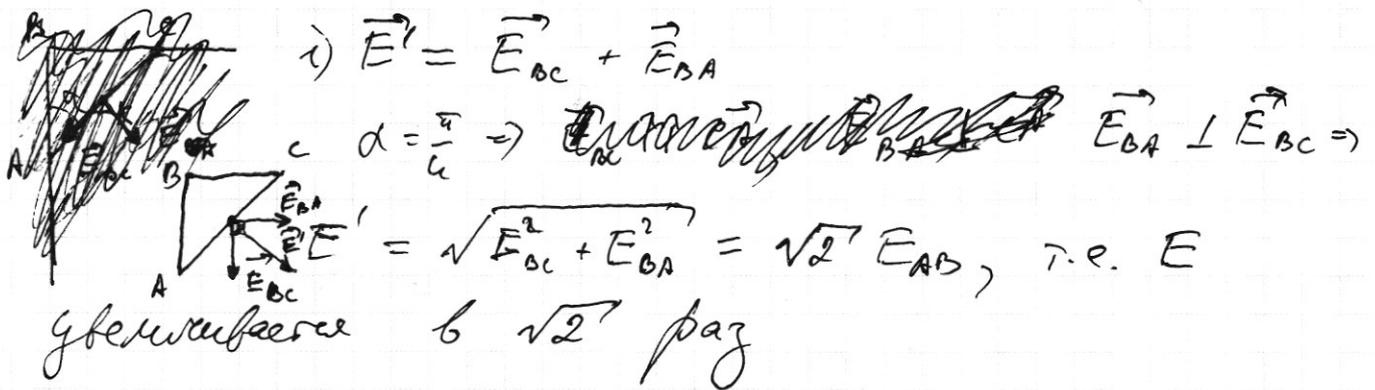
Ответ: 1) $T = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{3} + 1)$



$$m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta \Leftrightarrow$$

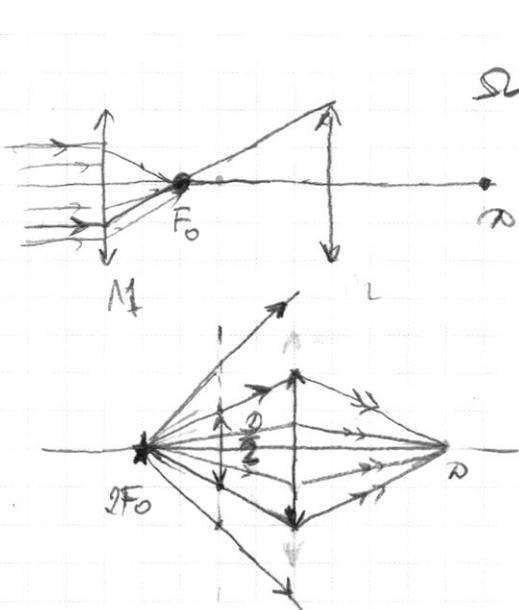
$$\Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \text{ м/с} \cdot \frac{3/4}{1/2} = \frac{3}{2} \cdot 8 \text{ м/с} = 12 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $v_2 = 12 \text{ м/с}$ N3



$E_{BC} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_{BC}^2}$
 K - середина $AC \Rightarrow \vec{E}_{BC} \perp BC$, т.к. E_{BC} от каждой точки параллельно поверхности другой точки на BC .
 Тогда $E_{BC} = \frac{Q}{2S} = \frac{Q}{2\epsilon_0 \cdot 2a^2}$, $\frac{Q}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$
 $E_{BA} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
 $E = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{BA}^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \sqrt{2^2 + 1} = \frac{\sqrt{5}}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

Ответ: 1) в $\sqrt{2}$ раз; 2) $E = \frac{\sqrt{5} \sigma}{2 \epsilon_0}$



$$\Omega = \frac{S}{R^2}$$

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{d} \Rightarrow d = 2F_0$$

$$S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

] x - грав. мискара

Тогда $\Phi_{T_0} = \Phi$

$$E = \frac{d\Phi}{dS}$$

$$\Phi = \omega \cdot \Delta t$$

$$E_0 = \frac{\Phi}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 / 4} = \frac{16\Phi}{\pi d^2}$$

$$E_{\text{min}} = \frac{\Phi}{\pi x^2 / 4} = \frac{4\Phi}{\pi x^2}$$

$$E_1 = \frac{12\Phi}{\pi d^2} = \frac{4\Phi}{\pi} \cdot \frac{3}{d^2} = \frac{4\Phi}{\pi} \left(\frac{4}{d^2} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$\frac{4}{d^2} = \frac{4}{x^2} = \frac{3}{d^2}$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{4d^2}$$

$$x = \frac{d}{2}$$

$$E_0 = \frac{\Phi}{\pi d^2 / 4} = \frac{4\Phi}{\pi d^2}, \quad E_{\text{min}} = \frac{4\Phi}{\pi x^2}, \quad E_1 = \frac{3\Phi}{\pi d^2} = \frac{\Phi}{\pi} \left(\frac{3}{d^2} \right) = \frac{\Phi}{\pi} \left(\frac{4}{d^2} - \frac{4}{x^2} \right)$$

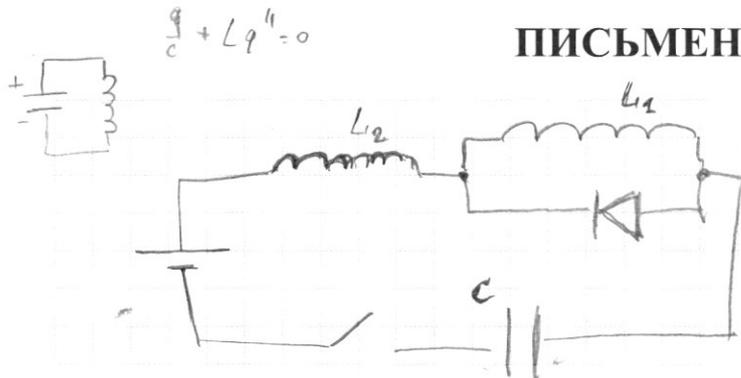
$$\frac{4}{d^2} - \frac{4}{x^2} = \frac{3}{d^2} \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{1}{d^2} \Rightarrow x^2 = \frac{4d^2}{4} = \left(\frac{d(2)}{2} \right)^2 \Rightarrow x = \frac{d}{2}$$

$$\frac{4}{(d/2)^2} - \frac{4}{x^2} = \frac{3}{(d/2)^2} \Rightarrow \frac{16}{d^2} - \frac{4}{x^2} = \frac{12}{d^2} \Rightarrow \frac{4}{d^2} - \frac{4}{x^2} = \frac{3}{d^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{d^2}$$

$$d^2 - x^2 = \frac{3}{4}d^2 \quad x^2 = \frac{1}{4}d^2$$

$$E_0 = \frac{\Phi}{S_1}, \quad E_1 = \frac{\Phi}{S_1} - \frac{\Phi}{S_2} = \frac{3}{4} \frac{\Phi}{S_1} \Rightarrow \frac{\Phi}{S_2} = \frac{1}{4} \frac{\Phi}{S_1} \Rightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Вправо ток течёт только
через катушку, а влево -
только через диод (!)

$$\Rightarrow E + L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} + \frac{q}{c} = 0$$

$$\frac{q}{c} + (L_1 + L_2) q'' + E = 0.$$

$$y + C(L_1 + L_2) y'' = 0$$

$$y'' = -\frac{1}{C(L_1 + L_2)} y$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$$

$$y = \frac{q}{c} + E$$

$$y'' = \frac{q''}{c}, \text{ где}$$

$$q'' = cy''$$

$$y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{q}{c} + E = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$U_c(t) = E + y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$U_c(0) = 0 \Rightarrow y_m \sin \varphi = -E$$

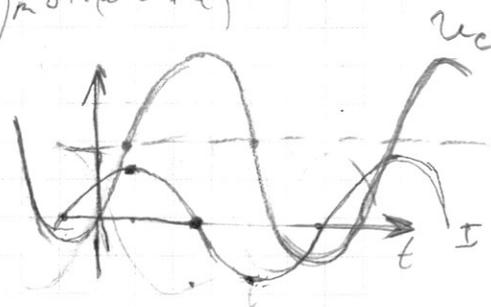
$$y' = 0 \Rightarrow \varphi' = 0 \Rightarrow y = y_m \Rightarrow I = 0$$

~~$$E = U_c \dots U_c(t) = E(1 - \sin \omega t)$$~~

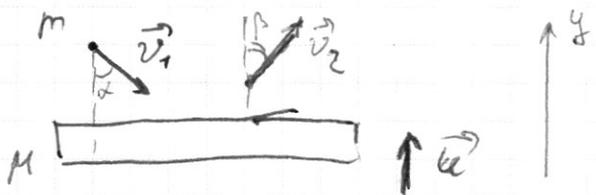
$$q'' = 0 \Rightarrow y'' = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow U_c = E$$

$$(L_1 + L_2) q_m'' + E + y_m = E$$

$$y_m = (L_1 + L_2) q_m''$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$m\vec{v}_1 + M\vec{u} = m\vec{v}_2 + M\vec{u}_2$$

ОУ: $Mu - mv_1 \cos \alpha = Mu_2 + mv_2 \cos \beta$

1 - азот
2 - кислород

N_2	O_2
T_1	T_2

$$pV = \nu RT$$

$$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1 \quad | \quad p_1 = p_2$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300 \text{ K}}{500 \text{ K}} = \frac{3}{5}$$

$$Q = \Delta U + A$$

$$Q = \Delta U + A$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu R T}{V} dV = \nu R \int_{V_1}^{V_2} \frac{T(V)}{V} dV$$

$$\frac{p' V_1'}{\rho' V_1'} = \nu R T' \quad | \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1'}{V_2'} = 1 \Rightarrow V_1' = V_2'$$

$$\frac{p_1 V_1 = \nu R T_1}{p' V_1' = \nu R T'} \quad | \quad \Rightarrow \quad \frac{T_1}{T'} = \frac{p_1 V_1}{p' V_1'} = \frac{p_1 \cdot \frac{3}{8} V}{p' \cdot \frac{1}{2} V} = \frac{3}{4} \frac{p_1}{p'}$$

$$c_v = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{\Delta U + A}{\nu \Delta T} = \frac{\frac{3}{2} \nu R \Delta T + \nu R \Delta T}{\nu \Delta T} = \frac{5}{2} R = \frac{5}{2} R$$

$i = 5$

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_1, \quad Q_2 = \Delta U_2 + A_2, \quad A_1 = \int_{V_1}$$

$$u, \quad v_1 = 8 \text{ м/с}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{3}{4}$$

$$\beta = \arcsin \frac{1}{2} = 60^\circ$$

$$\nu_1 = \nu_2 = \frac{3}{4} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$c_v = \frac{5R}{2}$$

$$\frac{T_1}{T_1'} = \frac{3}{4} \frac{p_1}{p_1'}$$

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_1, \quad Q_2 = \Delta U_2 + A_2$$

$$A_1 = \int_{V_1}^{V_1'} p(V_1) dV_1, \quad A_2 = \int_{V_2}^{V_2'} p(V_2) dV_2 =$$

$$A_1 = \int_{V_1}^{V_1'} p(V) dV = \left[\begin{matrix} V = f(t) \\ dV = f'(t) dt \end{matrix} \right] = \int_{t_1}^{t_2} p(f(t)) f'(t) dt$$

$$A_2 = \int_{V_2}^{V_2'} p(V) dV = \left[\begin{matrix} V = V_0 - f(t) \\ dV = -f'(t) dt \end{matrix} \right] = \int_{t_1}^{t_2} p(V_0 - f(t)) f'(t) dt$$

$$Q = \Delta U + A$$

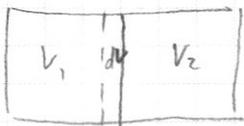
$$U_1 + U_2 = U_1' + U_2' \Leftrightarrow \Delta U_1 = -\Delta U_2$$

$$Q = -Q_2 \Leftrightarrow \Delta U_1 + A_1 = -\Delta U_2 - A_2 \Leftrightarrow$$

$$A_1 = -A_2$$

$$\Delta U_1 = -\Delta U_2 \Leftrightarrow \frac{i}{2} \nu R \Delta T_1 = -\frac{i}{2} \nu R \Delta T_2 \Leftrightarrow \Delta T_1 = -\Delta T_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T_1' - T_1 = -T_2' + T_2 \Leftrightarrow 2T_1' = T_1 + T_2 \Leftrightarrow T_1' = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{300 + 500}{2} = 400 \text{ K}$$



$$Q_1 = \Delta U_1 + A_1 = \frac{i}{2} \nu R dT_1 + p dV_1$$

$$Q_2 = \frac{i}{2} \nu R dT_2 + p dV_2$$

$$Q_1 = -Q_2 \Leftrightarrow \frac{i}{2} \nu R (dT_1 + dT_2) = 2p dV$$

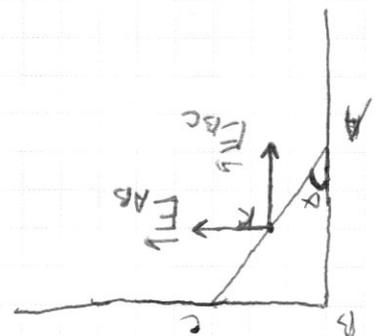
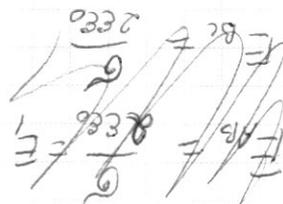
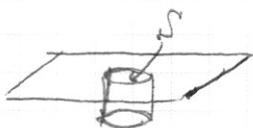
$$\frac{T(V)}{V} =$$

$$pV = \nu RT$$

$$p_a V_a = \nu R T_a$$

$$\Rightarrow \frac{p_1 V_1}{p_a V_a} = \frac{T_1}{T_a} \Leftrightarrow T_a = \frac{p_a V_a}{p_1 V_1} T_1$$

$$s_0 = b$$

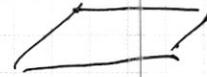


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

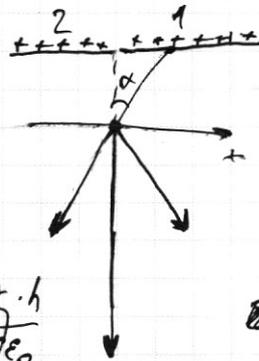
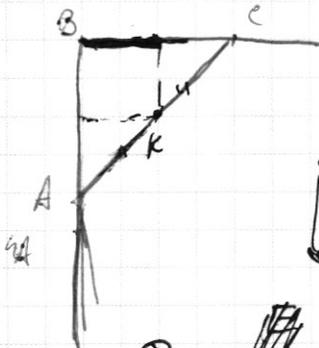
$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} v_1 = \frac{3/4}{1/2} v_1 = \frac{3}{2} v_1 = 12 \text{ мс}$$

3 с 3 с 3 с Π 3 м

~~dp = F dt~~ $dp = F dt$



$$\epsilon = \frac{\Phi}{S} = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S} \Rightarrow S = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 \epsilon}$$



$$E(\alpha) =$$

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$E(\alpha) = \frac{k}{\cos \alpha}$$

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S} \Rightarrow E = \frac{\Phi}{S} = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 \cdot \pi r^2 \cdot h} = \frac{\gamma}{\epsilon \epsilon_0 \pi r^2}$$

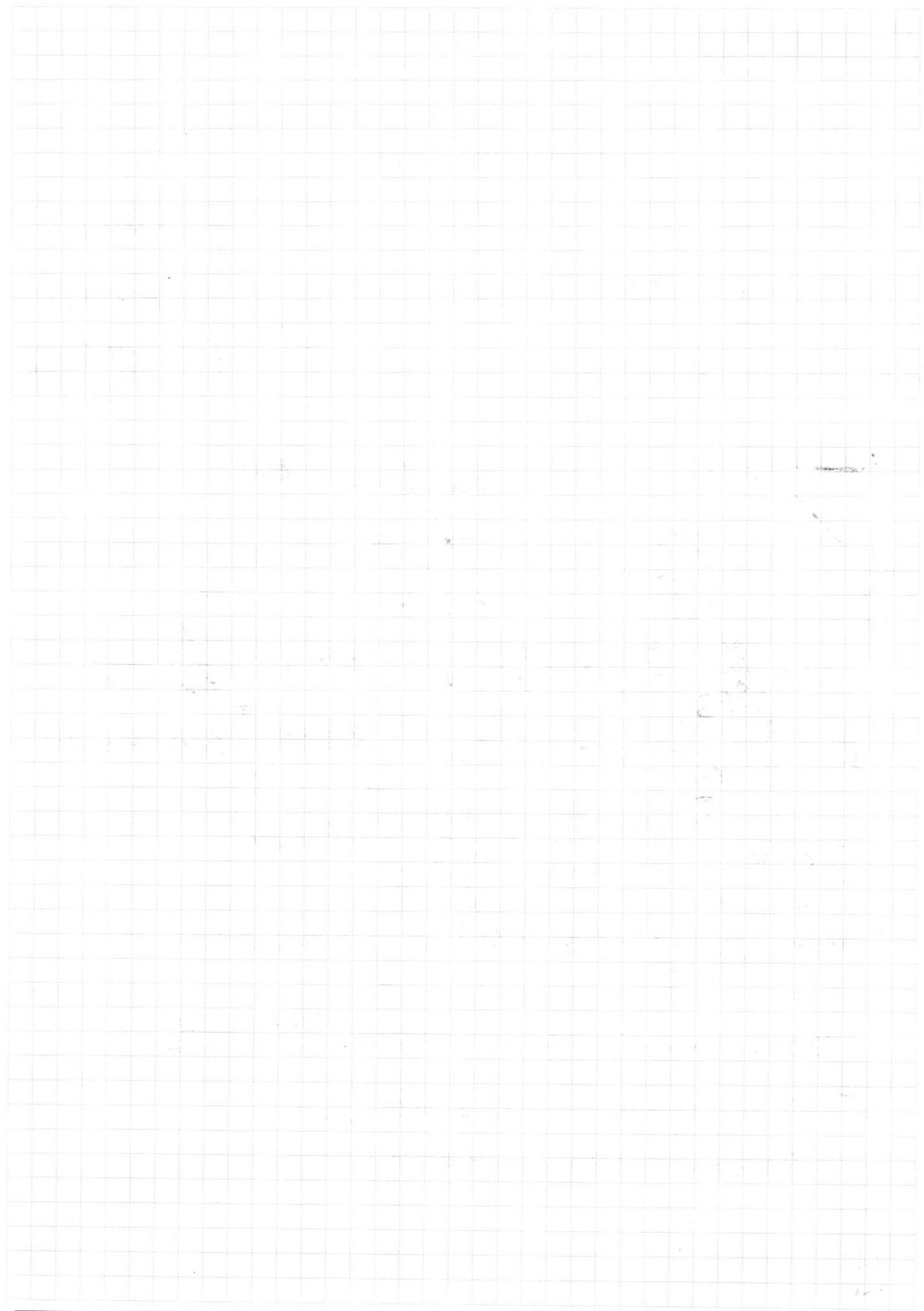
$$= \frac{\gamma}{\epsilon \epsilon_0 \pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos \alpha \, d\alpha}{h^2 / \cos^2 \alpha} = \frac{\gamma h^2}{\epsilon \epsilon_0 \pi h} \int_0^{\pi} \cos^3 \alpha \, d\alpha$$

$$E_y = \int_0^{\pi} E(\alpha) \sin \alpha \, d\alpha = K \int_0^{\pi} \sin \alpha \cos^2 \alpha \, d\alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha \Rightarrow \cos^3 \alpha = \frac{\cos 3\alpha + 3 \cos \alpha}{4}$$

$$M u - m v_1 \cos \alpha = M u' + m v_2 \cos \beta \Rightarrow M \Delta u = -m (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)$$





черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

