

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

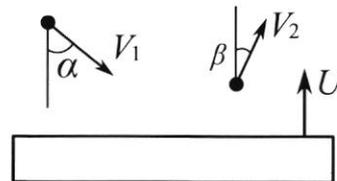
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

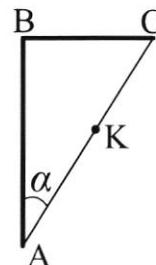


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

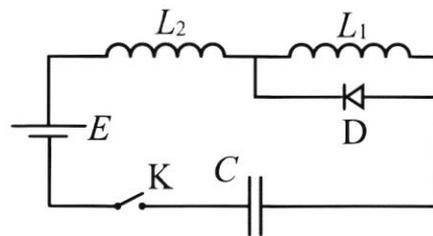
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



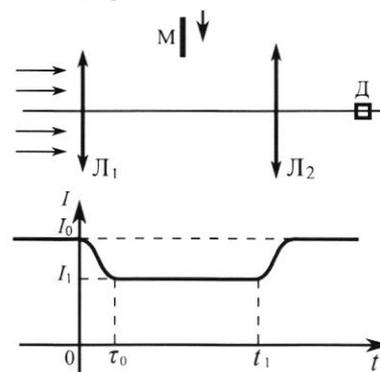
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.

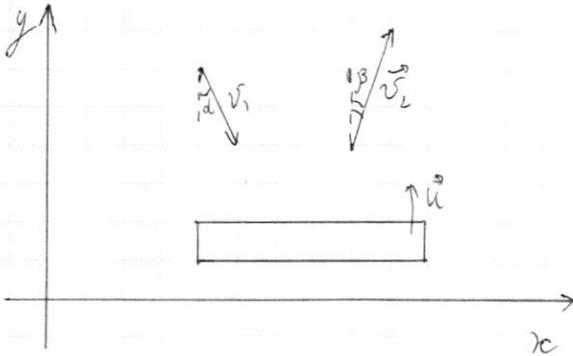


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

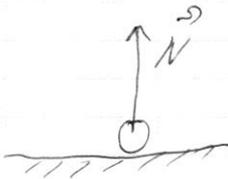
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.



Плоская масса, поэтому изменениями её скорости можно пренебречь.

В момент удара



- скорость шарика изменяется исключительно из-за действующая силы реакции опоры (шиной плиты можно пренебречь).

\vec{N} - направлена перпендикулярно поверхности плиты, т.е. вертикально. Значит $v_x = \text{const}$

$$v_x = v_1 \sin \alpha$$

$$v_1 \cdot \frac{1}{2} = v_2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$v_2 = \frac{3}{2} v_1 = 18 \text{ м/с}$$

$$v_x = v_2 \sin \beta$$

т) Ответ: 18 м/с.



$$u = \frac{v_2 - v_1}{2}$$

$$15 \cdot 8,37 = 83,7 + 42,55 = \frac{125,65}{7} = 17,95$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

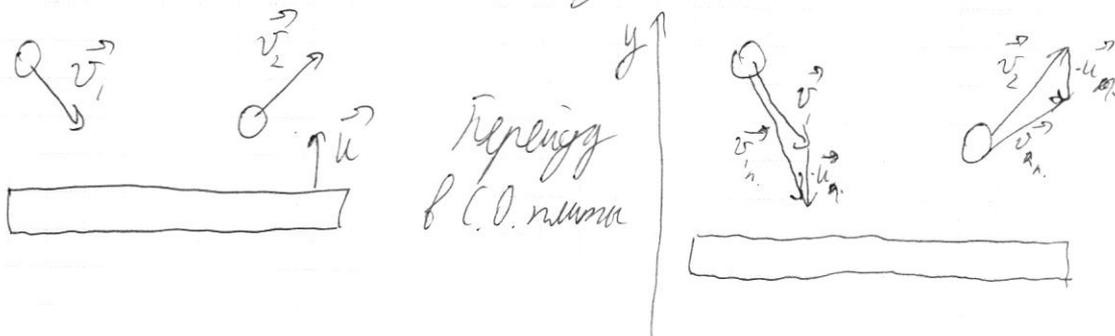
Заметим, что $v_{2y} \geq u$ - т.к. v_2 - скорость после удара

$$v_{2y} = v_2 \cos \beta = v_2 \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = 18 \text{ м/с} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = 12\sqrt{2} \text{ м/с}$$

$v_{2y} = u$ - в случае абсолютно неупругого удара.

Чем более упругий удар, тем больше энергии ~~соз~~ не рассеивается в виде тепла и соответственно тем больше ~~энергии~~ кинетическая энергия шара после удара, в частности тем больше кинетическая энергия шарика после удара, а значит и его скорость. Максимальная возможная скорость шарика после удара ^{при заданной u} достигается в случае абсолютно упругого удара.

Раскажем абсолютно упругий удар



Короче

U_{H_2} — Азот и водород — двухатомные газы, значит

$$U_{H_2,1} = \frac{5}{2} \nu R T_1$$

$$U_{H_2,2} = \frac{5}{2} \nu R T_2$$

$$\text{И } U_{H_2,k} = \frac{5}{2} \nu R T$$

$$U_{H_2,k} = \frac{5}{2} \nu R T$$

$$\frac{20}{2} \nu R T = \frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2$$

$$2 T = T_1 + T_2 \quad \text{и} \quad T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{350 \text{ K} + 550 \text{ K}}{2} = 450 \text{ K}$$

Изменение внутренней энергии водорода
возможно исключительно передачей ему тепла
от азота

$$\begin{aligned} 3) \quad U_{H_2,k} \quad \Delta U_{H_2} &= U_{H_2,k} - U_{H_2,1} = \frac{5}{2} \nu R T - \frac{5}{2} \nu R T_1 = \\ &= \frac{5}{2} \nu R (T - T_1) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 - \frac{5}{2} (450 - 350) \text{ Дж} = \\ &= \frac{75}{7} \cdot 700 \cdot 8,31 \text{ Дж} = 1795 \text{ Дж} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

П.к. удар абсолютно упругий, а масса массивна

$$\frac{mv_{1n}^2}{2} = \frac{mv_{2n}^2}{2} \quad - \text{где } m - \text{масса шарика}$$

$$v_{1n}^2 = v_{1ny}^2 + v_{1nx}^2$$

$$v_{2n}^2 = v_{2ny}^2 + v_{2nx}^2$$

$v_{1nx} = v_x = v_{2nx}$ - п.к. а - скорость центра масс

Значит $v_{1ny} = v_{2ny}$

$$-v_{1ny} = \left(\frac{v_{1y}}{1} + (1-U) \right) - v_{1ny} + (1-U)$$

$$v_{2ny} = v_{1ny} + (1-U)$$

$$\begin{aligned} (U + v_{1y}) &= v_{2y} - U \\ U &= \frac{v_{2y} + v_{1y}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Значит } -(-v_{1ny} + (1-U)) = v_{2ny} - U$$

$$2U = v_{2ny} - v_{1ny}$$

$$U = \frac{v_{2,y} - v_{1ny}}{2} = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} = \frac{v_2 \sqrt{1 - \sin^2 \beta} - v_1 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{2} =$$

$$= \frac{18 \text{ м/с} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} - 22 \text{ м/с} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}}{2} = \frac{(9 \cdot \sqrt{8} - 3 \cdot \sqrt{3}) \text{ м/с}}{2} = 3(2\sqrt{2} - \sqrt{3}) \text{ м/с}$$

$E = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}$ - поле зависит только от поверхности плотности заряда.

Сначала поле в точке К создавалось лишь пластиной BC \rightarrow : $\vec{E}_{K_1} = \vec{E}_{BC}$

Затем появилась пластина AB. В силу суперпозиции:

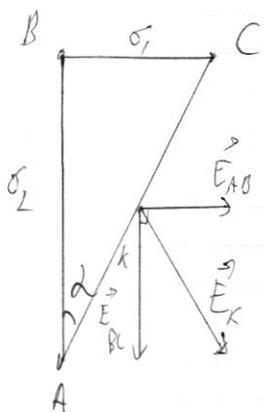
$\vec{E}_{K_2} = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}$ $E_{BC} = E_{AB}$ - т.к. поверхностная плотность заряда одинакова.

$\vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{AB}$ - т.к. поле перпендикулярно пластине и $BC \perp AB$

Значит $E_{K_2}^2 = E_{BC}^2 + E_{AB}^2$ $E_{K_2} = \sqrt{2} E_{BC}$

$$\frac{E_{K_2}}{E_K} = \frac{\sqrt{2} E_{BC}}{E_{BC}} = \sqrt{2}$$

1) Ответ $\sqrt{2}$.



$E_{AB} = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}$ $\vec{E}_K = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$ - в силу суперпозиции

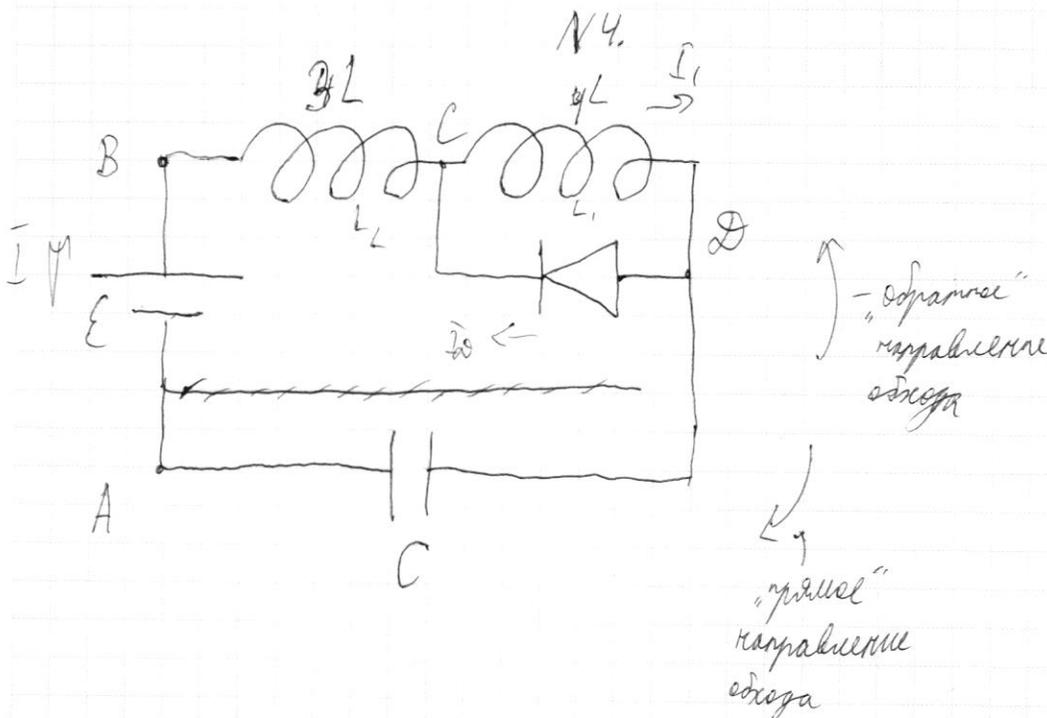
$$E_{BC} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}$$

$$E_K^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2 = \left(\frac{3\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2$$

$$2) \quad E_K = \sqrt{10} \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В случае менее упругого удара скорость v доломки будет меньше. В случае абсолютно неупругого удара она достигнет максимума, ~~закрыва~~
таким образом



№2.

1) Изначальное положение

V_1, T_1, ν, p	V_2, T_2
N_2, N_2	ν, p, N_2

Давление в газе азота и воздуха равно, а.о. поршень неподвижен.

По з. Клапейрона-Менделеева:

$$pV_1 = \nu RT_1, \quad pV_2 = \nu RT_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{550 \text{ K}}{350 \text{ K}} = \frac{11}{7}$$

2) Конечное положение

p', V_1', ν, T	p', V_2', ν, T
N_2	N_2

Давление воздуха и азота равно

По з. Клапейрона Менделеева: $p'V_1' = \nu RT$

$$p'V_2' = \nu RT$$

Заметим, что ^{здесь} ~~мы~~ не покидают сосуд, значит

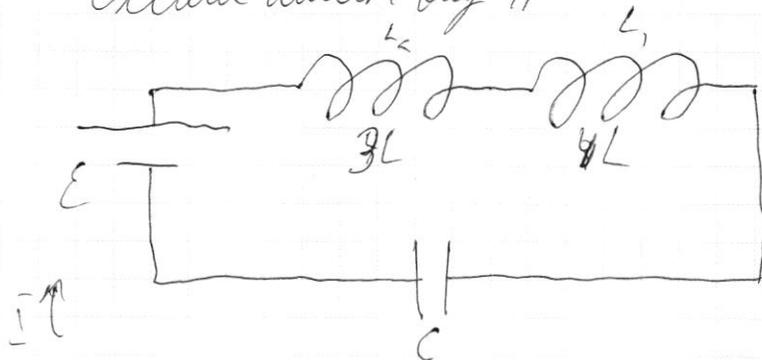
$$\nu_{N_2, 1} + \nu_{N_2, 2} = \nu_{N_2, 1} + \nu_{N_2, 2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Когда ток \vec{I} направлен прямо (вдоль

После замыкания ключа ток \vec{I} ~~напр~~ будет
направлен „ прямо (вдоль „ прямого“ направ-
ления обхода диод закрыт - ток через
катушку индуктивности, т.к. он может пропускать только ток
только индуктивн в обратном направлении.

Схема имеет вид 71

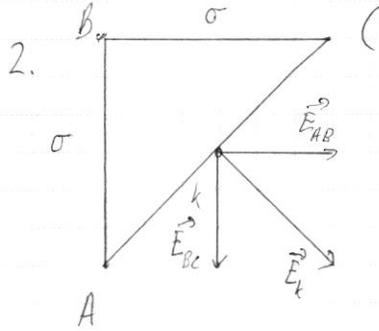
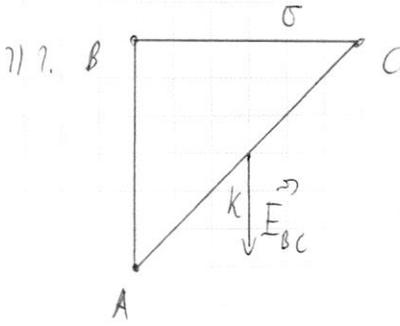


Когда ток \vec{I} направлен обратно (вдоль „ обратного“
направлении обхода) диод открыт.

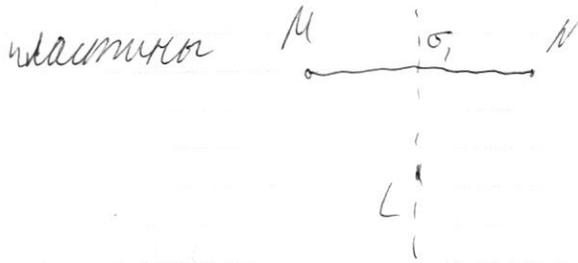
Заметим, что в связи с тем, что в схеме
есть катушка ток не может менять скачком.

продолжение рис. с. 74

№ 3.



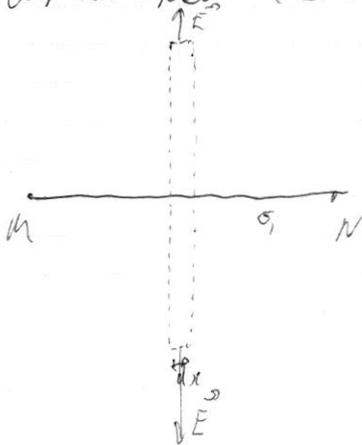
Рассмотрю поле от одной ~~плоскости~~



Поле одной ~~плоскости~~
 Система симметрична относительно
 среднего перпендикуляра к MN
 (назову его KL)

Плоская линия KL $E \perp MN$ - ось симметрии.
 параллельная

Рассмотрю область ширины dx по ~~этой~~ симметричной
 относительно KL. $dx \ll MN$ (и ~~длины~~ ^{высоты} y)



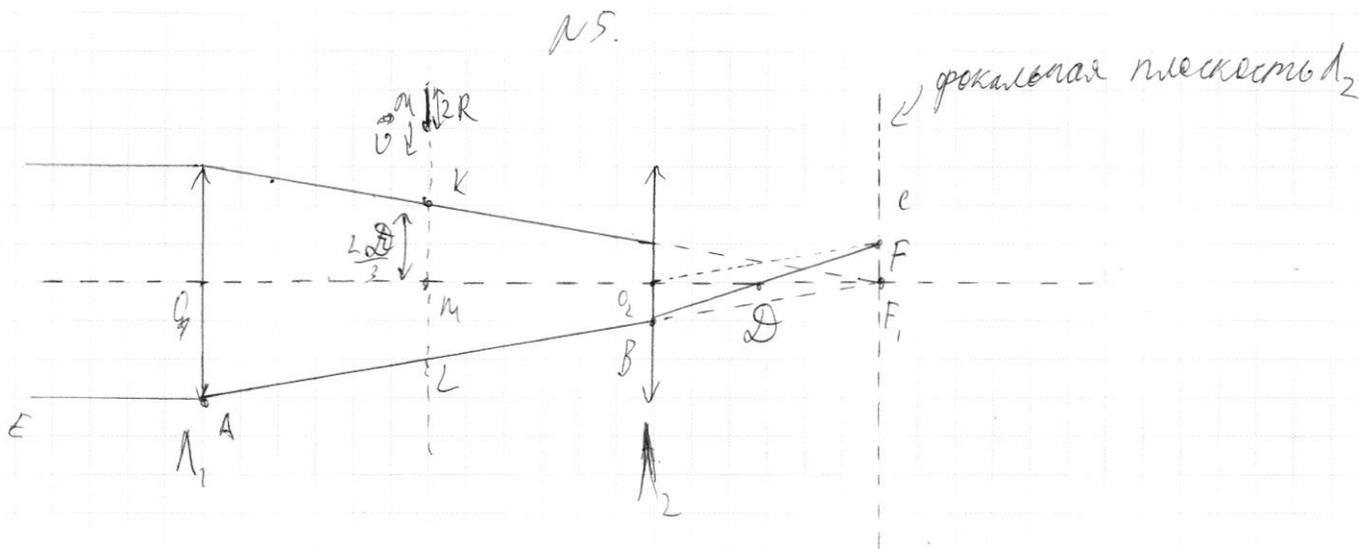
П.к. $dx \ll MN$, то по теореме

$$\text{Гаусса: } \frac{\sigma_1 dx y}{\epsilon_0} = 2 \cdot E dx y$$

поле можно считать направленным
 перпендикулярно MN

Тем самым же на любом
 расстоянии от плоскости

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Луч проходящий через O_1 не преломляется
и идёт вдоль главной O_1O_2

Рассмотрю луч EA, проходящий через край
линзы L_1 .

Заметим, что фокальные плоскости, находящиеся
справа от линз совпадают, т.е. $F_2 = F_0$ а $F_1 = 3F_0$
и расстояние между линзами L_1 и L_2 равно $2F_0$

Луч EA перескает L_2 в точке B
 $BEAF$ ($FO_2 = F_0$).

№4 (продолжение)

Рассмотрю контур CD в прямом направлении обхода

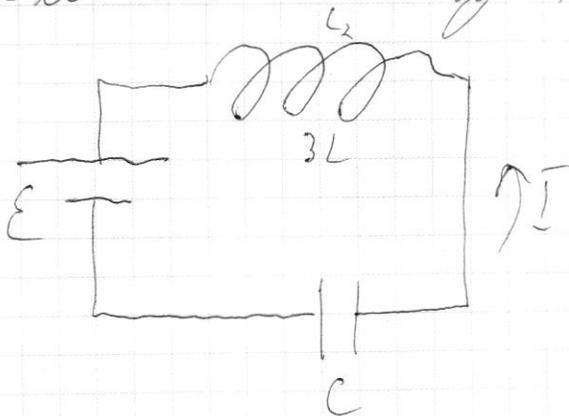
$$\mathcal{E}_{ind} = U_{\mathcal{D}} \quad U_{\mathcal{D}} - \text{напряженность на диоде в } \mathcal{D} \\ (\text{положительное направление } \mathcal{D}(C))$$

$$\mathcal{E}_{ind} = -L_1 \dot{I}_1$$

Т.к. когда ток начинает идти в обратном направлении $U_{\mathcal{D}} = 0$ т.к. диод закрыт

Это значит что $\dot{I}_1 = 0$ т.к. в начальной момент $\dot{I}_1 = 0$, то он равен 0 всё время пока ток идет в обратном направлении.

Схема имеет вид 2)1,



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Delta O_1 A F \sim \Delta O_2 B F$ (по двум углам):

1. $\angle O_1 = 90^\circ = \angle O_2$

2. $\angle F$ - общий

Значит $\frac{O_2 B}{O_1 A} = \frac{O_2 F}{O_1 F} = \frac{F_0}{3F_0}$ т.е. $O_1 A = 2D$

$$O_2 B = \frac{D}{3}$$

Луг AB пересекает фокальную плоскость в точке C .

При этом $O_2 C \parallel AB$, т.е. $O_2 B F C$ - параллелограмм
т.к. A_2 - параллелька фокальной плоскости

Значит $CF = O_2 B$

Диагонали параллелограмма пересекаются
в общей середине, значит $O_2 D = \frac{1}{2} O_2 F = \frac{F_0}{2}$

1) Ответ: $\frac{F_0}{2}$

Расмотрю сначала часть колебаний, что
идущую в прямой направлении:

$$\mathcal{E} = L_2 \dot{I} + L_1 \dot{I} + \frac{q}{C}$$

$$7L \ddot{q} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$$

$$q_1 = q - C\mathcal{E}$$

$$\ddot{q}_1 = \ddot{q}$$

$$\ddot{q}_1 + \frac{q_1}{7LC} = 0$$

~~Частота максим $q_1 = q_0 \cos \omega t$~~
Частота колебаний $\omega_{\text{пр.}} = \sqrt{\frac{1}{7LC}}$ - равна частоте
колебаний заряда на конденсаторе в такой
схеме м.к. q_1 отличается от q на
const

$$T_{\text{пр.}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{пр.}}} = \pi \sqrt{7LC} \quad \text{м.к. так на самом деле}$$

имеет место только положительная колебания
когда ток идет в прямом направлении.
Аналогично для обратных колебаний
идущих по схеме 2.

$$\mathcal{E} = 3L_2 \dot{I} + \frac{q}{C}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Минимум тока достигается когда мишень полностью освещена светом, поступающим в фотодетектор (можно считать что в плоскости движения мишени интенсивность света одинакова).

Обозначу площадь мишени как

$$S_{\text{ми}} \quad S_{\text{ми}} = \pi R^2$$

п.к. интенсивность света пропорциональна току в фотодетекторе и пропорциональна площади через которую проходит свет на участке KL :

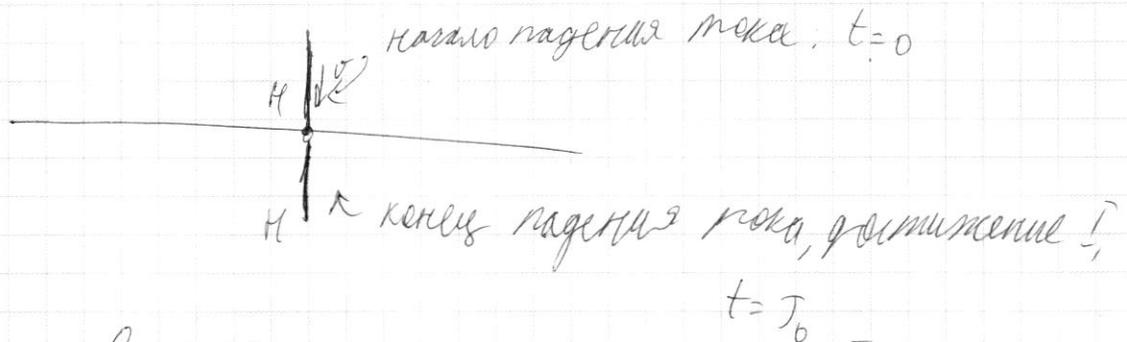
$$\frac{I_0}{S_{KL}} = \frac{I_1}{S_{KL} - S_{\text{ми}}} = \frac{S_{KL} - S_{\text{ми}}}{S_{KL}} = \frac{I_1}{I_0} = \frac{5}{9} \quad S_{\text{ми}} = \frac{4}{9} S_{KL}$$

$$\pi R^2 = \frac{4}{9} \pi \cdot k$$

Аналогично (7): $\frac{kM}{0, A} = \frac{MF}{0, F} = \frac{F_0 + \frac{2F_0}{2}}{3F_0} \quad kM = \frac{2}{3} D$

$$\pi R^2 = \frac{4}{9} \cdot \pi \left(\frac{2}{3} D \right)^2 \quad R = \frac{4}{9} D$$

Рассмотрю пересечение светового пучка \mathcal{L} , попадающего в фотодетектор, мишенью



За это время \mathcal{L} нижний край \mathcal{L} мишени \mathcal{H} (как и любая её точка) сместится на $2K$, т.е. $(T_0 - 0) \cdot v = 2K$

$$v = \frac{\frac{4}{3} \mathcal{D}}{T_0}$$

Момент t_1 наступит когда \mathcal{L} нижний край \mathcal{L} мишени \mathcal{H} перейдет из точки K в момент $t=0$ в точку L в момент t_1 .
Значит $(t_1 - 0) \cdot v = KL = 2 \cdot \frac{2}{3} F_0$

$$t_1 = \frac{\frac{4}{3} F_0}{\frac{\frac{4}{3} \mathcal{D}}{T_0}} = \frac{3 F_0}{\mathcal{D}} \cdot T_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$q_1 = q - EC \quad \ddot{q}_1 = \ddot{q}$$

$$\frac{q_1}{3LC} + \ddot{q} = 0$$

$$\omega_{\text{обр.}} = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$$

$$T_{\text{обр.}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{обр.}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3LC}}$$

$$T = T_{\text{пр.}} + T_{\text{обр.}} = \frac{\pi}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{\sqrt{3LC}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{1})\pi}{\sqrt{3}LC}$$

Заметим, что I_m достигается во время нулевых колебаний т.к. во время отрицательной полуволны ток через L не течёт

Ток максимален, когда $i = 0$, т.е.

$$\varepsilon = \frac{q}{C} \quad q = C\varepsilon$$

По 3.С.Э. $q \cdot \epsilon = \frac{1}{2} L \bar{I}_{\text{м}}^2 + \frac{q^2}{2C} + \frac{3L \cdot \bar{I}_{\text{м}}^2}{2}$

$$\epsilon C \cdot \epsilon = \frac{7L}{2} \bar{I}_{\text{м}}^2 + \frac{\epsilon^2}{2}$$

$$7L \bar{I}_{\text{м}}^2 = \epsilon^2 C$$

$$\bar{I}_{\text{м}} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

Найдем максимальный ток во время

обратной полуволны

Формулы $\dot{I} = \dot{I}$

$$\epsilon = \frac{q}{C} \quad q = C \epsilon$$

По 3.С.Э. $q \cdot \epsilon = \frac{3L}{2} \bar{I}_{\text{обр.}}^2 + \frac{q^2}{2C}$

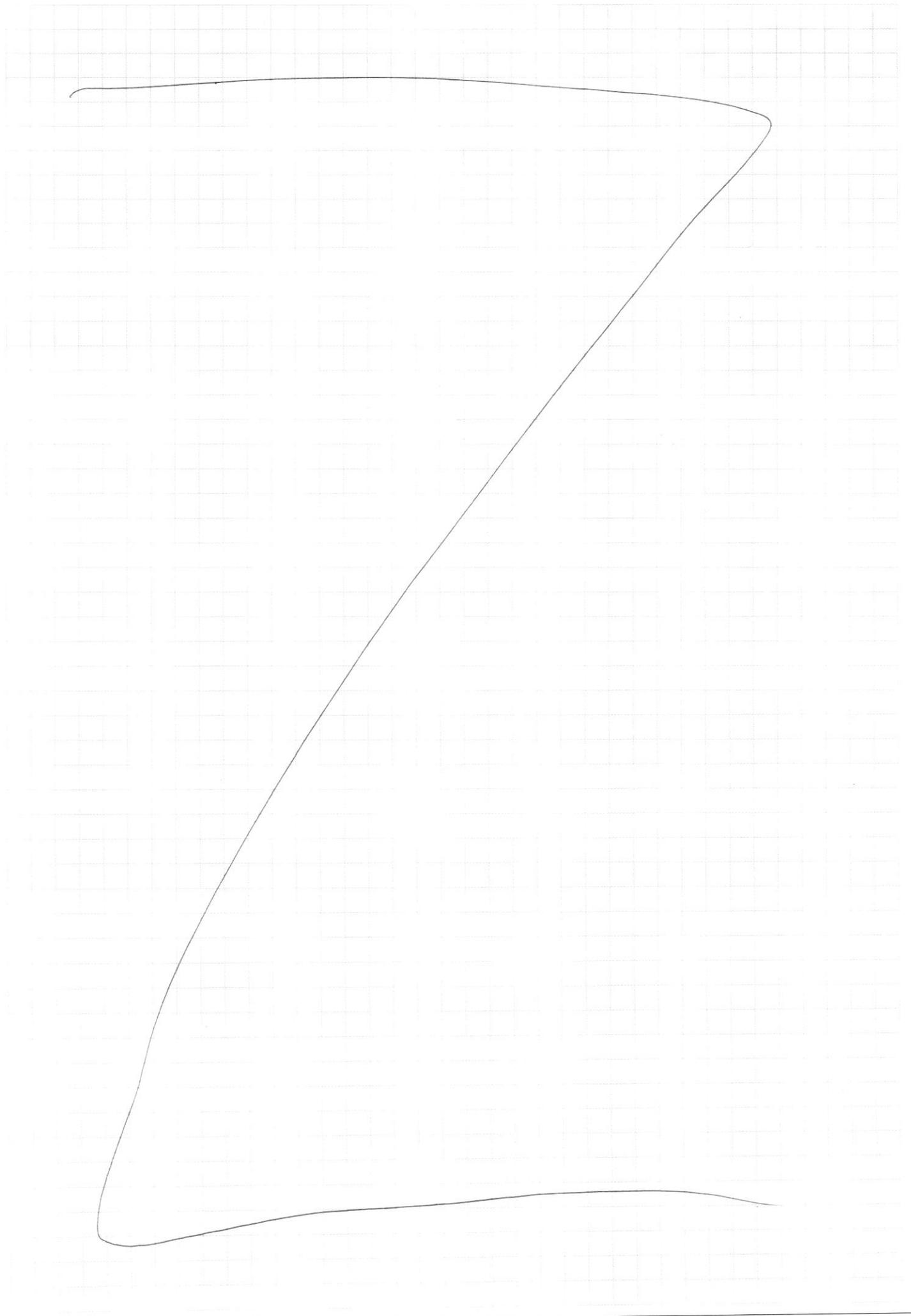
$$C \epsilon^2 = 3L \bar{I}_{\text{обр.}}^2$$

$$\bar{I}_{\text{обр.}} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\tilde{I}_{\text{опр.}} \approx \tilde{I}_{2\text{м.}}$$

$$\tilde{I}_{2\text{м.}} = \tilde{I}_{\text{опр.}} = \epsilon \frac{c}{3L}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)