ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

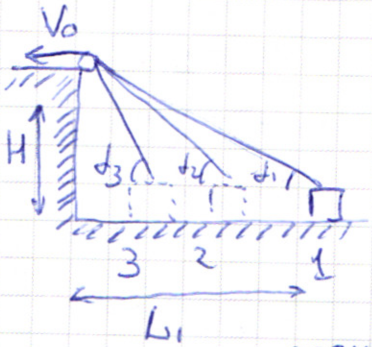
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

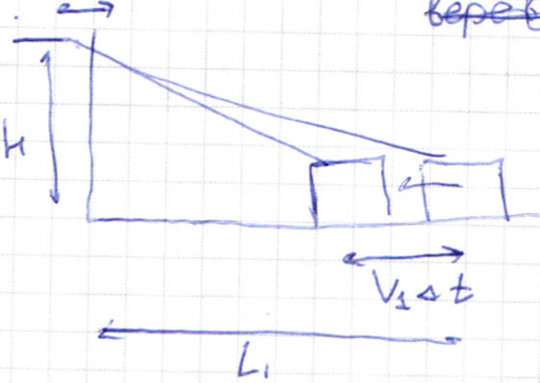
Задача 1



1) обозначим расстояние от груза до блока по вертикали за H - оно постоянное, по горизонтали за L.
в точке 1 - оно составляет L_1.

посмотрим на перемещение груза за малое время Δt: $V_0\Delta t$.

~~верёвка сдв~~



конец ~~вел~~ троса сдвинулся на $V_0\Delta t$, а груз на $V_1\Delta t$. т.к. трос нерастяжимый, то изменение расстояния от блока до груза = $V_0\Delta t$ ...

~~$\Rightarrow \sqrt{H^2+L_1^2} - \sqrt{H^2+(L_1-V_1\Delta t)^2} = V_0\Delta t$~~

т.к. мы берём Δt - малое, то $V_1\Delta t$ - малое => угол почти не изменился => изменение ~~длины нити~~ квадрата расстояния от блока до груза равно ~~$\frac{L_1}{\cos\alpha_1} - \frac{L-V_1\Delta t}{\cos\alpha_1} = V_0\Delta t$.~~

~~$\cos\alpha_1 = \sqrt{1-\sin^2\alpha_1} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow L_1 - (L_1 - V_1\Delta t) = V_0\Delta t\cos\alpha_1$.~~

~~$\Rightarrow \Delta t V_1 = \Delta t V_0\cos\alpha_1 \Rightarrow V_1 = V_0\cos\alpha_1 = \boxed{V_0\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}}$~~

$(H^2+L_1^2) - (H_1 + (L_1-V_1\Delta t)^2) = \ell^2 - (\ell - V_0\Delta t)^2$, где ℓ - ~~дл~~ расстояние от блока до груза в момент 1 => $\ell = L_1/\cos\alpha_1$

$2LV_1\Delta t - V_1^2\Delta t^2 = 2\ell V_0\Delta t - V_0^2\Delta t^2$ Δt - малое =>

$2LV_1\Delta t \approx 2\ell V_0\Delta t \Rightarrow V_1 = V_0\frac{\ell}{L_1} = V_0/\cos\alpha_1 = \boxed{V_0\cdot\frac{3\sqrt{2}}{4}}$

2) т.к. трение отсуствует, то работа по перемещению груза вызывает равное изменение суммы потенциальной и кинетической энергии (Закон сохранения энергии)

т.к. груз движется по горизонтальной поверхности то изменение его потенциальной энергии $\Delta U = 0$. => работа A_{12} лебёдки равна изменению кинетической энергии груза $\Delta E = E_2 - E_1$ - разность кинетических энергий в точках 2 и 1 соответственно.

$E_1 = \frac{mV_1^2}{2}$ $E_2 = \frac{mV_2^2}{2}$ ~~$V_1 = V_0 \cos\alpha$~~ ~~V_2 находим по аналогии с (1): $V_2 = V_0 \cos\alpha_2$~~

$V_1 = V_0/\cos\alpha_1$ V_2 - находим по аналогии с пунктом 1.

$V_2 = V_0/\cos\alpha_2 \Rightarrow E_2 - E_1 = \frac{m}{2}(V_2^2 - V_1^2) = \frac{mV_0^2}{2}\left(\frac{1}{\cos^2\alpha_2} - \frac{1}{\cos^2\alpha_1}\right) =$

$= \frac{mV_0^2}{2}\left(\frac{1}{1-\sin^2\alpha_2} - \frac{1}{1-\sin^2\alpha_1}\right) = \frac{mV_0^2}{2}\left(\frac{5}{24}\right) = \boxed{\frac{5}{48} mV_0^2 = A_{12}}$

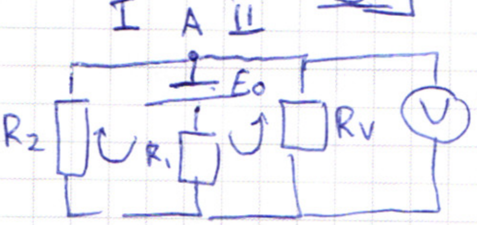
Ответ: 1) $V_1 = V_0 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4}$

2) $A_{12} = \frac{5}{48} mV_0^2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4

1) сразу заменим вольтметр с сопротивлением $R_V = 3R$ на следующую эквивалентную конструкцию из резистора и идеального вольтметра:



$V_1 = ?$ пусть ток через резисторы R_1, R_2 и R_V соответсвенно равен I_1, I_2, I_3. ток в вольтметре $= 0$.

выделим 2 контура: I - содержит R_1, R_2, ЭДС,
II - содержит R_1, R_V, ЭДС.

нарисуем направление тока в каждом контуре. $I_1 = I_2 + I_3$ - сумма токов ~~втекающих~~ входящих в узел A равна сумме токов исходящих.

сумма падений напряжений по каждому контуру:

$$\begin{cases} I_1R_1 + I_2R_2 = E_0 \\ I_1R_1 + I_3R_V = E_0 \\ I_1 = I_2 + I_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_2R_2 = I_3R_V \\ I_1 = I_2 + I_3 \\ I_1R_1 + I_3R_V = E_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_2 = I_3\frac{R_V}{R_2} \\ I_1 = I_3\left(1+\frac{R_V}{R_2}\right) \\ I_3R_V = E_0 - I_1R_1 \end{cases}$$

$R_V = 3R$; $R_2 = 2R$; $R_1 = R$

$$\Rightarrow I_3R_V = E_0 - I_3\left(1+\frac{R_V}{R_2}\right)R_1 \Rightarrow I_3\left(R_V + R_1 + \frac{R_VR_1}{R_2}\right) = E_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_3\left(3R + R + \frac{3R^2}{2R}\right) = E_0 \Rightarrow I_3 \cdot 5{,}5R = E_0 \Rightarrow I_3 = \frac{E_0}{5{,}5R} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ падение напряжения на резисторе $R_V = I_3R_V = I_3 \cdot 3R =$

$$= \frac{3E_0}{5{,}5} = \boxed{\frac{6}{11}E_0 = V_1}$$

2) Оставим все те же обозначения.

из-за изменения магнитного поля в сердечнике в контуре I ~~поток~~ магнитный поток меняется следующим образом

$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot S = KS$. падение напряжений по замкнутому контуру равно $\frac{d\Phi}{dt} = KS$.

~~вся разница с пунктом 1 в том, что~~

по правилу ленца найдём направление в котором действует это напряжение - против напряжения источника E_0.

вся разница с пунктом 1 в том что в контуре I сумма падений напряжений в выбранном направлении равно $E_0 - KS$.

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 R_1 + I_2 R_2 = E_0 - KS \\ I_1 R_1 + I_3 R_V = E_0 \\ I_1 = I_2 + I_3 . \end{cases}$$

(если мы где-те получим ~~I~~ ток < 0, то это значит, что его направление противоположно тому что мы предположили)

$$\Rightarrow \begin{cases} (I_2 + I_3) R_1 + I_2 R_2 = E_0 - KS \\ (I_2 + I_3) R_1 + I_3 R_V = E_0 . \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_2 R_2 = I_3 R_V + KS \\ (I_2 + I_3) R_1 + I_3 R_V = E_0 . \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_2 = I_3 \frac{R_V}{R_2} - \frac{KS}{R_2} \\ I_3 \frac{R_V R_1}{R_2} - \frac{KSR_1}{R_2} + I_3 R_V \cancel{+ E_0} + \end{cases} \Rightarrow I_3 \left(\frac{R_V R_1}{R_2} + R_V \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_2 = I_3 \left(\frac{R_V}{R_2}\right) - \frac{KS}{R_2} \\ I_3 R_1 + I_3 \frac{R_V R_1}{R_2} - \frac{KSR_1}{R_2} + I_3 R_V = E_0 \end{cases} \Rightarrow I_3 \left(R_1 + R_V + \frac{R_1 R_V}{R_2}\right) = E_0 + \frac{KSR_1}{R_2}$$

$$\Rightarrow I_3 (5,5R) = E_0 + \frac{KS}{2} \Rightarrow I_3 R_V = V_2 = I_3 \cdot 3R =$$

$$= (E_0 + KS/2) \cdot 3/5,5 = \boxed{\frac{6}{11} E_0 + \frac{3}{11} KS = V_2}$$

Ответ. 1) $V_1 = \frac{6}{11} E_0$

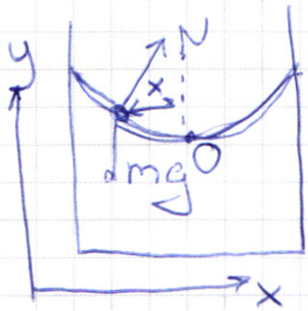
2) $V_2 = \frac{6}{11} E_0 + \frac{3}{11} KS$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

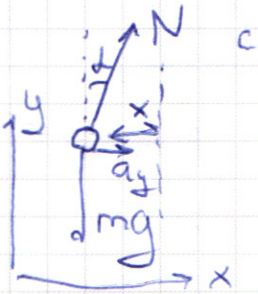
Задача 5

1)



рассмотрим частицу воды, массой m, расположенную на поверхности воды на расстоянии x от оси вращения

x - малое (мы ~~ра~~ рассматриваем точку вблизи точки O)



сила взаимодействия с остальной водой $N \perp$ поверхности воды - направлена по радиусу кривизны в ~~нуж~~ нижней точке $\Rightarrow$ ~~ес~~ если R - радиус кривизны, то $\sin\alpha$ - где α - угол между вертикалью и вектором N, $\sin\alpha = \frac{x}{R}$

Запишем сумму сил по осям:

$$\begin{cases} y: N\cos\alpha - mg = 0 \\ x: N\sin\alpha = m a_y \end{cases}$$

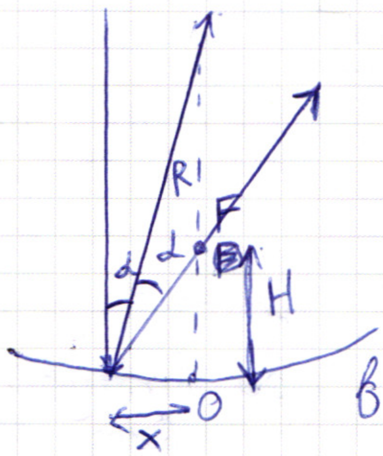
— ~~так~~ частица неподвижна по вертикали и движется с центростремительным ускорением a_y. $a_y = x\omega^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} N\cos\alpha - mg = 0 \\ N\sin\alpha = m x\omega^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{m x \omega^2}{mg} = \frac{x\omega^2}{g}$$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{x\omega^2}{g}$ т.к. мы брали $x \ll R$, то $\operatorname{tg}\alpha \approx \sin\alpha = \frac{x}{R} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x}{R} = \frac{x\omega^2}{g} \Rightarrow R = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10\,м/с^2}{100/9\,с^{-2}} = \boxed{0{,}9\,м = R}$$

2) как мы получили, вблизи нижней точки O, радиус кривизны постоянный => вода образует сферическое зеркало. Посмотрим, как ведут себя лучи при отражении в таком зеркале:



луч падая на поверхность такого зеркала отражается под тем же углом к нормали к поверхности, под которым упал. нормаль к поверхности в точке падения совпадает с радиусом. => угол падения α: $\sin\alpha = \frac{x}{R}$, где x - расстояние от точки падения до оси симметрии. После отражения луч пересекает ось симметрии в точке F. длинна $OF = H = \frac{x}{tg(2\alpha)}$ т.к. угол к вертикали под которым отразится луч равен 2α. т.к. $x << R$, α - мал => $\cancel{tg\alpha}\ \alpha \approx \sin\alpha = \frac{x}{R}$. => 2α - тоже мал => $tg 2\alpha \approx \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \approx 2\sin\alpha \approx \frac{2x}{R}$.

$H = \frac{x}{tg 2\alpha} = \frac{x}{\frac{2x}{R}} = \frac{R}{2}$. ~~как~~ => расстояние H не зависит от x при малых x => точка F - фокус такого зеркала => изображение будет видно в точке F.

$OF = \frac{R}{2} = 0{,}45$ м т.к. $R = 0{,}9$ м.

Ответ: 1) $R = 0{,}9$ м

2) расстояние от O до изображения составит 0,45 м.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

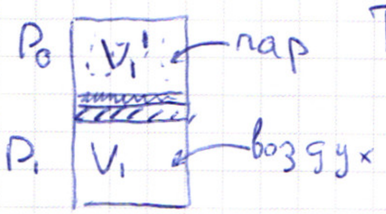
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.



$T_0 = 373K = 100°C$. =

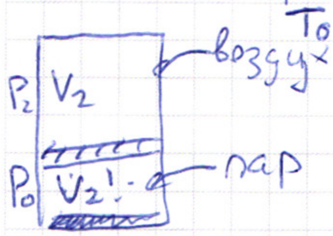
т.к. температура внутри сосуда 100°C, а в верхней части есть немного воды, то давление в верхней части сосуда равно давлению насыщенного пара при температуре T_0 = атмосферному давлению = P_0, т.к. T_0 – температура кипения воды

в начальный момент $P_1 = P_0 + \Delta P$, где ΔP – добавочное давление, создаваемое поршнем = $\Delta P = P_0/5$ => $P_1 = 6/5 P_0$.

согласно уравнению Клапейрона-Менделеева $PV = \nu RT$ =

=> $P_1V_1 = \nu_1 RT_0$, где ν_1 – количество газа в нижней части сосуда.

после переворачивания:



~~теперь $P_0 + P_2 + \Delta P = P_2 = P_0$~~

давление на пар увеличилось, но т.к. температура не поменялась, то давление насыщенного пара осталось P_0, просто часть его сконденсировалась и объём уменьшился, увеличился объём V_2 и давления выровнялись.

$P_2 + \Delta P = P_0 \Rightarrow P_2 = P_0 - \Delta P = P_0 - P_0/5 = 4/5 P_0$.

$V_2P_2 = \nu_1 RT_0$ (количество газа не поменялось) =>

$\Rightarrow V_2P_2 = V_1P_1 \Rightarrow V_2 = \frac{P_1}{P_2}V_1 = \frac{6/5}{4/5}V_1 = 6/4 V_1 = 1,5 V_1$. $\boxed{V_2 = 1,5 V_1}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7

(Нумеровать только чистовики)

2) пусть объём части с паром был V_1', а стал V_2'. согласно формуле Клапейрона - Менделеева $P_0V_1' = \nu_1' RT_0$
$P_0V_2' = \nu_2' RT_0$, где ν_1' и ν_2' - количество молей водяного пара до и после переворачивания.

$$\begin{cases} P_0V_1' = \nu_1' RT_0 \\ P_0V_2' = \nu_2' RT_0 \end{cases} \Rightarrow P_0(V_1' - V_2') = (\nu_1' - \nu_2')RT_0 \qquad V_1' - V_2' = V_2 - V_1 = 0{,}5V_1.$$

$\Rightarrow (\nu_1' - \nu_2') = \frac{P_0(V_1' - V_2')}{RT_0} = \frac{P_0V_1}{2RT_0}$ - изменение количества молей водяного пара в части сосуда с водой.

$\therefore \Delta m = \mu \cdot (\nu_1' - \nu_2') = \boxed{\frac{\mu P_0 V_1}{2RT_0} = \Delta m}$

3) внутренняя энергия воздуха в сосуде равна $\frac{i}{2}(\nu RT)$, т.к. количество ~~газа~~ воздуха и температура не поменялась, то его внутреняя энергия осталась прежней

~~внутренняя энергия поршня изменилась на $-P_0/5 \cdot \Delta V = -P_0/5 \cdot 0{,}5V_1 = -\frac{P_0V_1}{10}$.~~

изменение внутреней энергии пара связанно с переходом его части в другое агрегатное состояние. ~~Работа и~~ Энергия, которую он выделяет при этом равна $L\Delta m$. а т.к. работу он не совершает при конденсации, то изменение внутренней энергии пара равно $-L\Delta m = -\frac{L\mu P_0V_1}{2RT_0}$.

Ответ: 1) $V_2 = 1{,}5V_2$

2) $\Delta m = \frac{\mu P_0 V_1}{2RT_0}$

3) изменение вн. эн. $= -\frac{L\mu P_0V_1}{2RT_0}$.
уменьшилась на $\frac{L\mu P_0V_1}{2RT_0}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

1) ~~о~~ пусть заряд на поверхности внутреннего шара равен q. => потенциал на его поверхности равен $\frac{KQ}{r_1} + \frac{Kq}{r_2} = \varphi_2$. если $\varphi_2 \neq 0$ то там будет точка с меньшей потенциальной энергией чем на поверхности Земли для „+" или „−" зарядов. таким образом заряды переместятся так, что $\varphi_2 = 0$.

$=> \frac{KQ}{r_1} + \frac{Kq}{r_2} = 0 => \boxed{q = -Q\frac{r_2}{r_1}}$

2) энергия поля вне шаров - это по сути энергия самого заряженного шара. то есть, $\boxed{W_0 = \frac{KQ^2}{r_1}}$

* откуда такая формула для энергии заряженного шара? поле от шара на расстоянии x ~~≠~~ $E = \frac{KQ}{x^2}$ => работа по перемещению маленького заряда на поверхность шара с бесконечности $= -\int_{\infty}^{R}\frac{KQ}{x^2}\cdot dq = \frac{KQdq}{R}$, считая потенциал на бесконечности $= 0$, потенциал на поверхности шара $= \frac{A(dq)}{dq} = \frac{KQ}{R}$, где R-радиус шара, Q - его заряд. => потенциальная энергия заряженного шара $= \int_0^Q \frac{KQ}{R}dq = \frac{KQ^2}{R}$. ~~=>~~ для $R = r_1$, $W = \frac{KQ^2}{r_1}$

3) из закона сохранения энергии, изменение потенциальной энергии системы после замыкания ключа равно количеству теплоты W, выделенное на резисторе R.

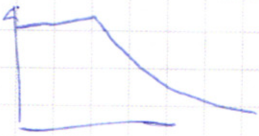
В конечный момент, потенциальная энергия системы равна $\frac{kq^2}{r_2}+\frac{kQ^2}{r_1}+\frac{kQq}{r_1} = \frac{kQ^2 r_2}{r_1}+\frac{kQ^2}{r_1}-\frac{kQ^2 r_2}{r_1^2} = kQ^2\left(\frac{2r_1-r_2^2}{r_1^2}\right)$

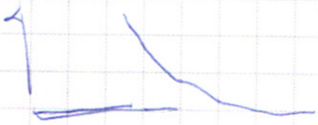
$= \frac{kQ^2 r_2}{r_1^2}+\frac{kQ^2}{r_1}-\frac{kQ^2 r_2}{r_1^2}$

Ответ: 1) $q=-Q\frac{r_2}{r_1}$

2) $W_0=\frac{kQ^2}{r_1}$

$\varphi(R) = \frac{kQ}{R}$

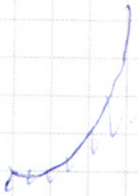




$\int_0^t I^2 R = R \cdot Q^2$

$\frac{kQ}{r_1} + \frac{kq}{r_2} = 0 = \frac{r_2}{r_1} Q$

$\int_0^T S^2 dt =$



$-\int_{\infty}^{R} \frac{kQ}{r^2} dr = kQ \int_0^R \frac{1}{r^2} dr = \frac{kQ}{R} - 0 = \frac{kQ}{R}$

$\oint F dS = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}$ $\quad 4\pi X^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$, $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{kQ}{r^2}$

$t_{23} = \frac{\sqrt{H^2+L_2^2} - \sqrt{H^2+L_3^2}}{V_0^2}$ $\quad \int_0^L \cancel{\frac{dl}{V}} = \int_{L_1}^{L_2} \frac{dl}{V(l)} =$

$a^2+b^2-2ab = (a-b)^2$

$= \int_{L_1}^{L_2} \frac{dl}{V_0/\cos\alpha} = \int_{L_1}^{L_2} \frac{dl}{V_0} \cdot \frac{\sqrt{H^2+l^2}}{l}$

$H^2+l^2 = (l+t)^2 = t^2 =$

$\frac{kQ^2}{r_1} - kQ$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$H^2+L_1^2=l^2$

$H^2+(L_1-V_1\Delta t)^2=(l-V_0\Delta t)^2$

$2L_1V_1\Delta t+\cancel{V_1^2\Delta t^2}=2lV_0\Delta t-\cancel{V_0^2\Delta t^2}$

$2L_1V_1\Delta t=2lV_0\Delta t$

$L_1V_1=lV_0$. $L_1=l\cos\alpha_1$ $V_1=V_0/\cos\alpha_1$

$\frac{1}{1-\frac14}-\frac{1}{1-\frac19}=$

$=\frac{1}{3/4}-\frac{1}{8/9}=\frac43-\frac98=$

$=\frac{32}{24}-\frac{27}{24}=\frac{5}{24}$

$l^2(\sin^2\alpha_2-\sin^2\alpha_1)-2lV_0t_{12}+V_0^2t_{12}^2=0.$

$H^2+L_1^2=l^2$

$H^2+L_2^2=(l-V_0t_{12})^2$

$L_1^2-L_2^2=2lV_0t_{12}-V_0^2t_{12}^2=l^2(\cos^2\alpha_1-\cos^2\alpha_2)=l^2(\sin^2\alpha_2-\sin^2\alpha_1)$

$\cancel{t_{12}=\frac{2lV_0\pm\sqrt{4l^2V_0^2-4(V_0^2)(l^2)(\sin^2\alpha_2+\sin^2\alpha_1)}}{2V_0^2}}$

$\frac14-\frac19=\frac{5}{36}$

$l=\frac{2V_0t_{12}\pm\sqrt{4V_0^2t_{12}^2-4V_0^2t_{12}^2(\sin^2\alpha_2-\sin^2\alpha_1)}}{2(\sin^2\alpha_2-\sin^2\alpha_1)}$

$P_x=P_0=P$

$\frac{36}{9}-\frac59=\frac{31}{9}$

$\int_0^{t_{12}}\frac{V_0}{\cos\alpha}\Delta t=x.$

P_y P_0 P_x

$16^2=320-16\cdot4=320-64=256$ $P_y=$

$13^2=300-75=225$

$12^2=144$

$13^2=169$

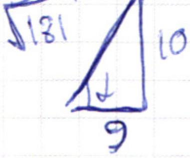
$a_y=\frac{S^2}{x}=\omega^2x.$

$130+39=169$.

$mg=N\cos\alpha$

$\frac{N\sin\alpha}{m}=a_y=\omega^2x.$

$14^2=140+56=$
$=196$



$g\,tg\,\alpha=\omega^2x.$

$tg\,\alpha=\frac{\omega^2x}{g}=\frac{10}{9}x\Rightarrow\sin\alpha$

$\Rightarrow\sin\alpha=\frac{x}{R}=\frac{10}{9}x\Rightarrow R=\frac{9}{10}$ м

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)