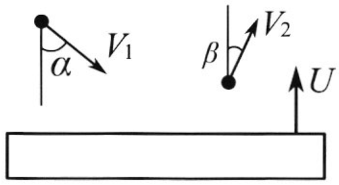
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-02**

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

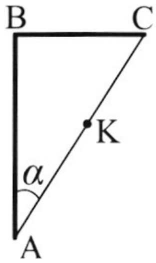
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

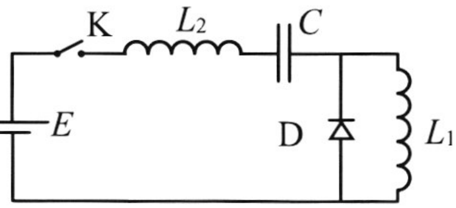
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

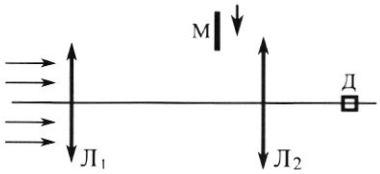


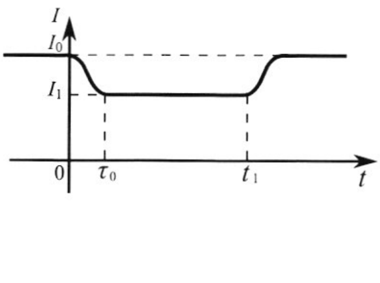
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.

Дано:

$T_{He} = 330 (K)$

$T_{Ne} = 440 (K)$

$\nu_{He} = \nu_{Ne} = \frac{6}{25}$ (моль)

1. $\frac{V_{He}}{V_{Ne}}$ - ?

2. $T_{уст}$ - ?

3. Q - ?

$\frac{PV}{T} = \nu R$, $Q = \Delta U + A$.

$\boxed{1.}$ Т.к. поршень стоит на месте => силы действующие на него равны $\xrightarrow[\text{сосуд-цилиндр}]{\text{т.к.}}$ равны давления слева и справа.

$$\begin{cases} P_{He} = P_{Ne} \\ P_{He} \cdot V_{He} = T_{He} \cdot \nu R \\ P_{Ne} \cdot V_{Ne} = T_{Ne} \cdot \nu R \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{T_{He}}{T_{Ne}} = \frac{3}{4}.$$

$\boxed{2.}$ Т.к. ~~сосуд~~ поршень можно сказать двигался равномерно => ~~силы~~ ~~равномер~~ равнодействующая сила всегда была равна 0 => давление было постоянно.

$\frac{PV_1}{\nu R} = T_{He_1}$, $V_1 = \frac{3V}{7}$, $V_2 = \frac{4V}{7}$. V - объем сосуда.

$\frac{3P \cdot V}{7\nu R} = T_{He_1}$. Также $P = \frac{T_y \cdot \nu \cdot R}{V_{He}}$ и $P_{He} = P_{Ne}$ в конце => $V_{He} = V_{Ne}$ в конце. =>

$V_{He} = V_{Ne} = \frac{1}{2} V$.

$T_{He_2} = T_y = \frac{P \cdot V}{2\nu R} \Rightarrow \frac{T_y}{T_{He}} = \frac{7}{6} \Rightarrow T_y = \frac{330 \cdot 7}{6} = \frac{770}{2} = 385. (K)$

3. Относительно гелия:

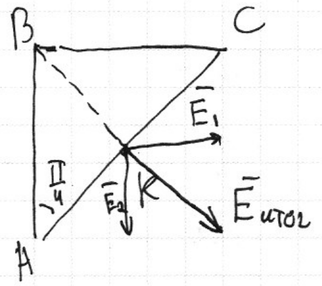
$Q = \Delta U + A$. Т.к. поршень двигался от него (объем↑), то $Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p\cdot\Delta V = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T$.

$\frac{5}{2}\nu R\Delta T = \frac{5}{2}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8{,}31\cdot 55 = 3\cdot 8{,}31\cdot 11 = 33\cdot 8{,}31 \approx 33\cdot 8{,}3 \approx 33\cdot 8 = 264$ (Дж).

Ответ: 3. 264 (Дж).
2. 385 (К)
1. $\frac{3}{4}$.

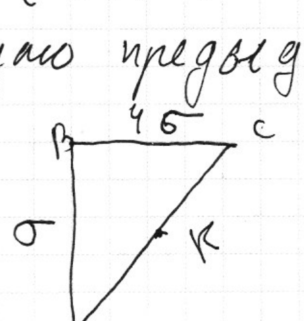
N 3.

1. Напряжённость поля пластины ~~[illegible]~~ направлена перпендикулярно пластине.



Т.к. треугольник симметричный, то напряжённость пластины AB = напряженности пластины BC на оси симметрии, в которую входит точка K. => итоговая E направлена как на рисунке ($\bar{E}_1 + \bar{E}_2 = \bar{E}_{итог}$) и в $\sqrt{2}$ раз больше по модулю предыдущей.

2. $|\bar{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.



$\bar{E}_1 + \bar{E}_2 = \bar{E}_{итог}$.

$E_1^2 + E_2^2 = E_{итог}^2$

$\frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{16\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} = \frac{17\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}$. $tg\alpha$ (к вертикали) $= \frac{\sigma}{4\sigma} = \frac{1}{4}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{17}\sigma}{2\varepsilon_0}$, $tg\alpha = \frac{1}{4}$.

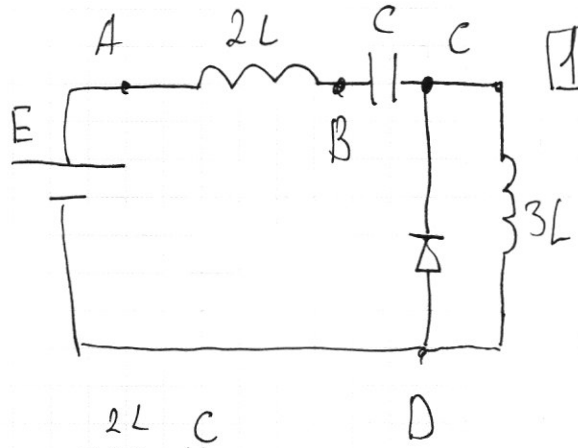
☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4 (Я переписал задачу дальше).

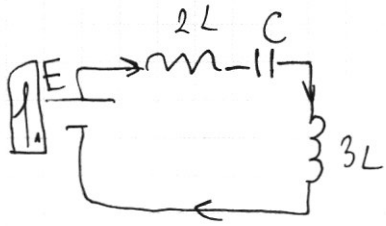


1. $U_{AB} = +2L\dot{I}$ т.к. ток в цепи одинаковый.

$U_{CD} = +3L\dot{I}$

$C = \frac{q}{U} \Rightarrow CU = q$. $U = E - 5L\dot{I}$.

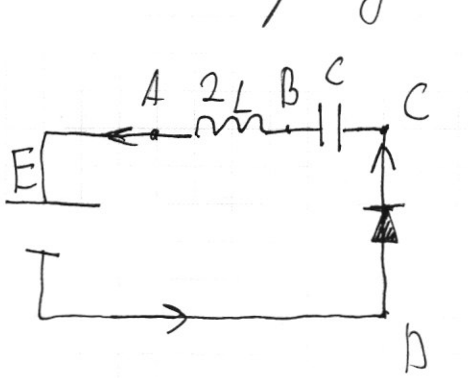
$CE - 5LC\dot{I} = CE - 5LC\ddot{q} = q$.



Это уравнение колебаний. $\Rightarrow$

$q = q_{max}\sin(\omega t + \varphi_0)$, $\omega = \sqrt{\frac{1}{5LC}}$ $\Rightarrow$

$T = 2\pi\sqrt{5LC}$. Это если ток течет от + к −, но когда он пойдёт ~~с~~ наоборот диод уже не будет перекрывать ход по параллельному участку. Т.к. диод не имеет сопротивления, то весь ток пойдет в его сторону $\Rightarrow$ по L_1 ток не пойдет.



$U_{AB} = +2L\dot{I}$.

$U_{BC} = \frac{q}{C} = E - 2L\dot{I} \Rightarrow EC - 2LC\ddot{q} = q$.

Аналогично $q = q_{max}\sin(\omega t + \varphi_0)$, где $\omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{2LC}$. Т.к. в каждой

Ситуации ток был пол периода, то ~~какоб~~ итоговый период

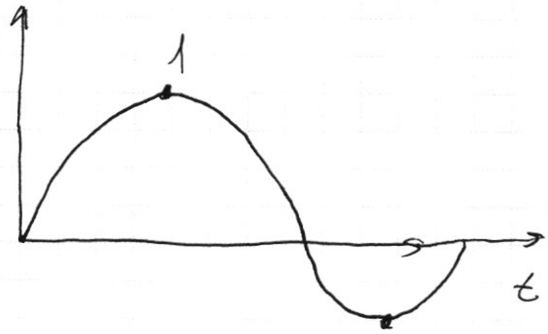
$= \pi\sqrt{5LC} + \pi\sqrt{2LC} = \pi(\sqrt{5LC} + \sqrt{2LC}) = \pi\sqrt{LC}\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{2})$.

Такой же период будет у тока

$\boxed{2.}$ q итоговый на конденсаторе I

равен площади под графиком

тока. Когда на L, ток максимален, то $\dot{I}=0 \Rightarrow q=CE$.



Запишем закон ~~сохр~~ сохр. энергии для эл. цепи.

работа источника

$E\cdot\Delta q = \frac{CE^2}{2} + \frac{2LI_{max}^2}{2} + \frac{3LI_{max}^2}{2}$

энергия элементов.

$E\cdot CE = \frac{CE^2}{2} + \frac{5L}{2}I_{max}^2$

$\frac{CE^2}{2} = \frac{5L}{2}I_{max}^2 \Rightarrow I_{max}^2 = \frac{CE^2}{5L} \Rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{CE^2}{5L}}$.

$\boxed{3.}$ Для L_2 есть еще 1 возможный вариант для I_{max} — вершина 2 синусоиды.

~~В то~~ Из симметрии в конце 1 синусоиды q на ~~конденс~~ конденсаторе в 2 раза больше, т.е. 2CE. ~~В середин вер-~~

В вершине 2 синусоиды ~~ток~~ $\dot{I}=0 \Rightarrow q = CE$

Опять же то же самое: $q_{итог} = 2CE - CE = CE$.

$E\cdot\Delta q = \frac{2LI_{max}^2}{2} + \frac{CE^2}{2} \Rightarrow E\cdot CE = 2LI_{max}^2 + \frac{CE^2}{2} \Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow \frac{CE^2}{2} = LI^2_{max} \Rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{CE^2}{2L}}$, что больше чем $I_{1max} = \sqrt{\frac{CE^2}{5L}}$,

а значит $I_{L_2 max} = \sqrt{\frac{CE^2}{2L}}$.

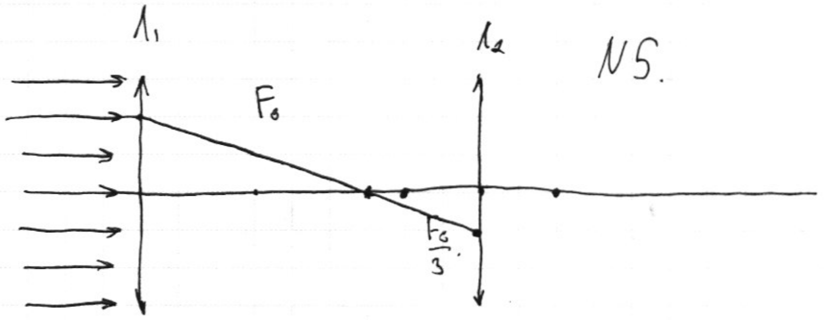
Я переписал задачу N4. На следующих страницах.

Ответ: 1. $\pi\sqrt{LC}\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{2})$

2. $\sqrt{\frac{CE^2}{5L}}$

3. $\sqrt{\frac{CE^2}{2L}}$.

N5.



1. Точка сбора всех лучей находится на расстоянии $1{,}5F_0 - F_0$ от Л2. Представим что это точка и она светится.

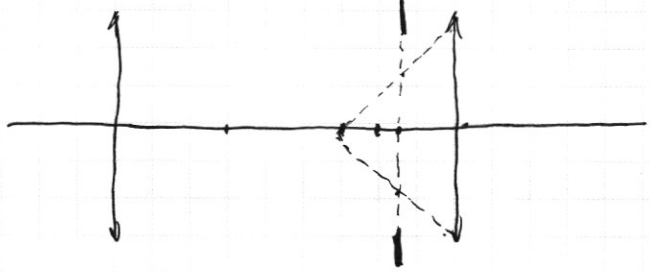
Тогда по формуле тонкой линзы посчитаем расстояние.

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow f = \frac{dF}{d-F} = \frac{\frac{F_0^2}{6}}{\frac{F_0}{2} - \frac{F_0}{3}} = F_0.$$

Ответ: F_0.

2. Начну на след листе.

Т.к. интенсивность везде одна и та же, то $N \sim S$ в какой-либо момент. (Пунктиром отметил границу движения мишени)



Сначала ~~миш~~ мишень еле коснулась окружности света, которая попадает в линзу, а потом начала все больше в неё заходить, заслонять свет, вследствие $N \downarrow$. На том месте, где проходит мишень, S потока считается через подобие:

$$\frac{S}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{1{,}5F_0 - F_0}{1{,}5F_0 - \frac{3}{4}F_0} = \frac{S}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{\frac{F_0}{2}}{\frac{F_0}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow S = \frac{\pi D^2}{8}.$$

Т.к. ~~Т.к.~~ $N \sim S$ и $N \sim I \Rightarrow I \sim S$. $= \frac{I_1}{I_0} = \frac{S - S_M}{S} =$

$$\Rightarrow \frac{8}{9} = 1 - \frac{S_M}{S_0} \Rightarrow \frac{S_M}{S} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{\frac{\pi D_M^2}{4}}{\frac{\pi D^2}{8}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \cancel{\frac{2\sqrt{2}}{3}} \Rightarrow$$

~~$D_M = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot D$. Т.к. Время, когда ток устаканился, обозначает полное вхождение мишени в зону $\Rightarrow$ мишень прошла D_M за время t_0. $\Rightarrow$ $V = \frac{2\sqrt{2} D}{3 t_0}$.~~

$$\frac{\pi D_M^2 \cdot 8}{\pi D^2 \cdot 4} = \frac{1}{9} \Rightarrow D_M = \frac{D}{3\sqrt{2}}.$$

Время, когда ток устаканился, обозначает полное вхождение мишени в зону света $\Rightarrow$ мишень прошла D_M за время $t_0 \Rightarrow V_M = \frac{D}{3\sqrt{2}\, t_0}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. В момент t_1 мишень начала покидать зону света. Значит её нижний край прошёл диаметр зоны =>

$t_1 = \frac{D_3}{V}$. $S_3 = \pi \frac{D^2}{8}$ => $D_3 = \frac{D}{\sqrt{2}}$ => $t_1 = \frac{\frac{D}{\sqrt{2}}}{\frac{D}{3\sqrt{2}t_0}} =$

$= \frac{D \cdot 3\sqrt{2} \cdot t_0}{D\sqrt{2}}$ => $t_1 = 3t_0$.

Ответ: 1. F_0

2. $\frac{D}{3\sqrt{2}t_0}$

3. $3t_0$.

N1.

~~1. Т.к. плита массивная, то шарик пренебрежимо мало мог на нее повлиять. Тогда запишем закон сохр. импульса на горизонтальную ось.~~ ~~$U\cos 30 \cdot M + V_1 \sin\alpha = U\cos 30 + V_2 \sin\beta$~~

~~$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$ => $V_2 = \frac{V_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = 2V_1 = 12$ (м/с)~~

~~Ответ: 12 (м/с).~~

~~2. Плита точно должна гнать меньше или равна чем шарик во 2 раз, иначе они бы слиплись. $\cos(\beta) = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ => $U \le \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot U_2$ $= 8\sqrt{2}$. U, соответственно, $U \ge 0$.~~ ~~Ответ: 1. 12 (м/с) 2.~~

N1.

1. Т.к. плита гладкая $\Rightarrow$ изменений в скорости шарика по горизонтальной оси быть не может $\Rightarrow$ $V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$. $\Rightarrow$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 2V_1 = 12 (м/с).$$

2. Плита не может гнать быстрее шарика во 2 раз, иначе они слипнутся. $\Rightarrow$ $V_2 \cos\beta \geq u \geq 0$ $\quad \cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$\Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 12 \geq u \geq 0 \Rightarrow 8\sqrt{2} \geq u \geq 0$.

(Всё это вследствие того, что плита массивная $\Rightarrow$ шарик мало на неё влияет)

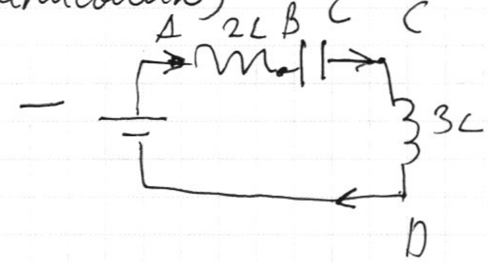
Ответ: 1. 12 (м/с)

2. $0 \leq u \leq 8\sqrt{2}$

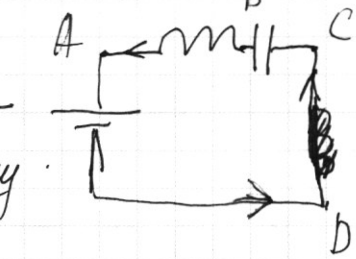
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4. (Переписываю)

1. Когда ток идет от + к −



2. Когда идет наоборот открывается диод и ток, т.к. ~~R диода~~ диод не сопротивляется, идет полностью по голому проводу:



$\boxed{1.}$ $U_{AB} = 2L\dot{I}_1$ $\quad U_{CD} = 3L\dot{I}_2$ $\quad CU = q \Rightarrow CE - 5LC\dot{I} = q$ ($U = E - 5L\dot{I}$)

Т.к. ток одинаковый $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}$

$\Rightarrow -5LC\cdot\ddot{I} = \dot{q} = I \Rightarrow \ddot{I} = -\frac{1}{5LC} I$. Это уравнение колебаний $\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{5LC}$. Это на 1 промежутке где ток течет от + к −.

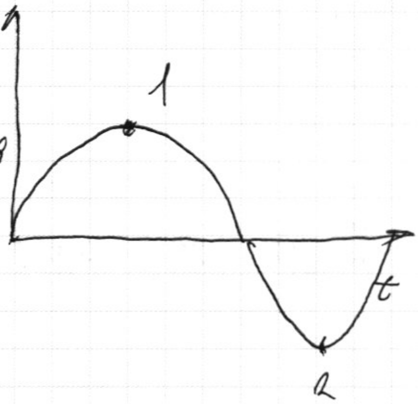
Аналогично во 2 раз.

$CU = q$. $\quad U = E + 2L\dot{I}$ (т.к. ток в другую сторону) $\Rightarrow q = Ec + 2LC\dot{I} \Rightarrow$

$I = 2LC\ddot{I} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{2LC}$. Т.к. каждый кусок шёл по пол периода, итоговый период $- \pi\sqrt{2LC} + \pi\sqrt{5LC} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{5}+\sqrt{2})$

Тек. $\boxed{2.}$ ~~Используем закон. сохр. энергии для цепи.~~

~~$E\cdot\Delta q =$~~ Итоговый заряд на конденсаторе вычисляется



по формуле $EC - 5LC\dot{I} = q$

или $EC + 2LC\dot{I} = q$.

Для L_1 максимум тока только 1, в вершине 1 синусоиды, а для L_2 в двух вершинах.

Когда $I = I_{max}$ в первый раз, то $\dot{I} = 0 \Rightarrow q = EC$.

Запишем закон сохр. энергии для цепи:

$E\cdot\Delta q = \frac{EC^2}{2} + \frac{2LI_M^2}{2} + \frac{3LI_M^2}{2}$. Т.к. заряд прошедший через источник равен заряду на конденсаторе

$\Rightarrow E\cdot EC = \frac{EC^2}{2} + \frac{5LI_M^2}{2} \Rightarrow \frac{5LI_M^2}{2} = \frac{EC^2}{2} \Rightarrow I_M = \sqrt{\frac{EC^2}{5L}}$ — это I_M для L_1.

$\boxed{3.}$ Аналогично $\dot{I} = 0 \Rightarrow q = EC + 0 = EC$.

$E\cdot EC = \frac{EC^2}{2} + \frac{2LI_M^2}{2} \Rightarrow I_M = \sqrt{\frac{EC^2}{2L}}$ — это I_M для L_2.

Ответ: $\boxed{1.}$ $\pi\sqrt{LC}(\sqrt{5}+\sqrt{2})$; $\boxed{2.}$ $I_M = \sqrt{\frac{EC^2}{5L}}$; $\boxed{3}$ $I_M = \sqrt{\frac{EC^2}{2L}}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

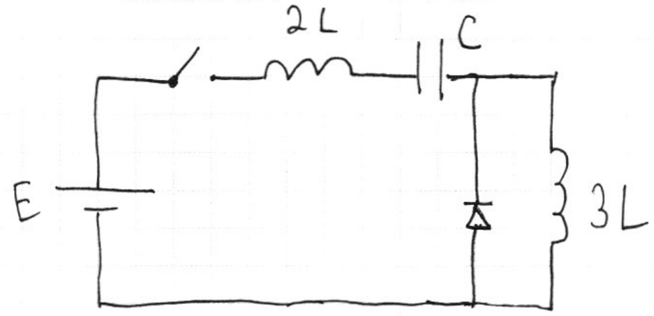
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\mathcal{E} =$

$U_2 = 2L\dot{I}$

$U_1 = 3L\dot{I}.$

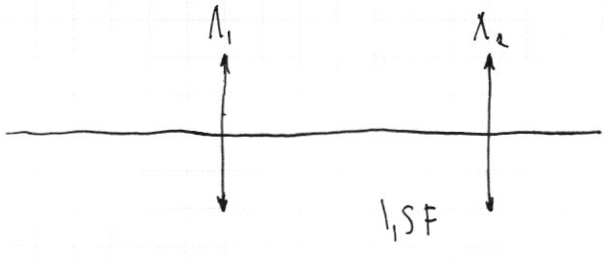
$5LC\ddot{q} = q$

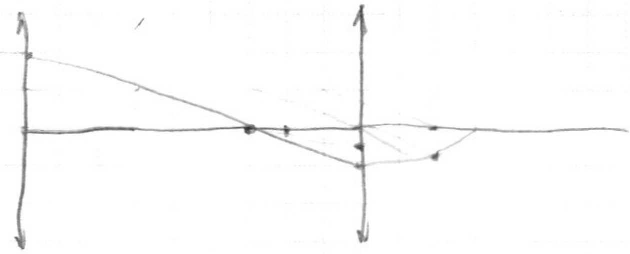
$= 2L \cdot \ddot{q}$

$CU = q.$

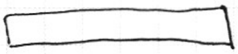
$C(\mathcal{E} - 5L\dot{I}) = q.$

$C\mathcal{E} - 5LC\dot{I} = q.$

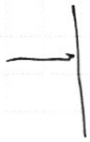




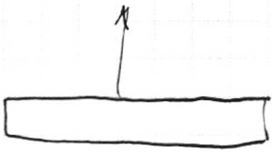
$UM - U\cos mV_1\cos\alpha = P.$



$U\cdot M - mV_1$



$UM - V_1 m\cos\alpha = UM$



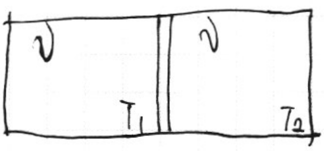
$V_2\sin\beta = V_1\cdot\sin\alpha.$

$$\frac{U^2M}{2} + \frac{m_m U_1^2}{2} = \frac{U^2M}{2} + \frac{m_1 U_1^2}{2} + Q.$$

$$V_2 = V_1\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{2}{1}V_1$$

$P =$

$$\frac{3V}{7} - \frac{1}{2}V.$$



$$P = \frac{T_y}{\frac{V}{2}}$$

P

$P_{He}V_{He} = T_{He}\nu R.$

$\nu R T_y = P\cdot V.$

$$P\frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{T_{He}}{T_{Ne}}$$

$$P = \frac{7T_H\cdot\nu R}{3V}$$

$$\frac{\nu R T_{He}}{V_{He}} = P_{He}.$$

$P_{He}\cdot V_{He}.$

$$P = \frac{7T_H\cdot\nu R}{4V}.$$

$$P\frac{3V}{7}$$

$P =$

$\Delta U = A. \quad \Rightarrow A = 0.$

$$E = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$