

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

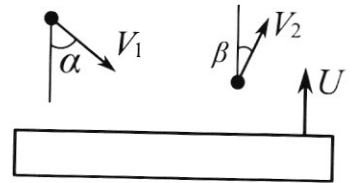
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



3) 1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

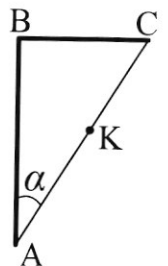
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

3) 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

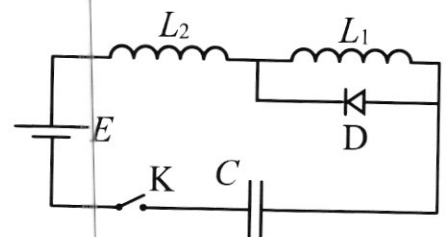
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

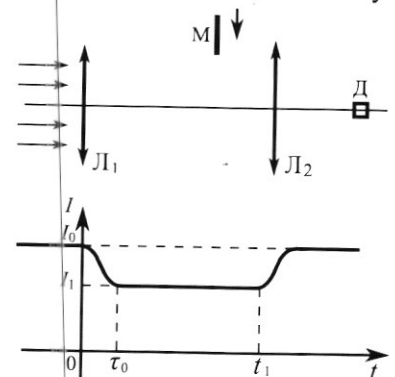


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



3) 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2
10110.
 $\nu = \frac{3}{7}$ моль
 $T_1 = 300\text{K}$
 $T_2 = 500\text{K}$
 $C_V = \frac{5R}{2}$
 $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

1)

$\nu \nu_1$	$\nu_2 \nu_2$
(Азот)	(кислород)

в любой момент времени равны (р - начальное давление в каждой части сосуда)

Уравнения Менделеева-Клапейрона:

для азота: $p_0 \nu_1 = \nu R T_1$

для кислорода: $p_0 \nu_2 = \nu R T_2$

Разделим одно на другое: $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300\text{K}}{500\text{K}} = 0,6$

$\nu_1 = 0,6 \nu_2$

1) $\frac{\nu_1}{\nu_2} = ?$

2) $T' = ?$

3) $Q = ?$

2) Т.к. сосуд теплоизолирован, а поршень движется медленно, то энергия газов сохраняется

т.к. $C_V = \frac{5}{2} R$; $Q_V = \nu C_V \Delta T = \frac{5}{2} \nu R \Delta T = \frac{5}{2} \nu R (T' - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T' - T_2)$

то внутренняя энергия газа выражается формулой: $\Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow i = 5$ (так же, как у двухатомных газов)

Энергия газа выражается формулой:

$U = \frac{5}{2} \nu R T$

Энергия в начале: $U_1 = \frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2 = \frac{5}{2} \nu R (T_1 + T_2)$

Энергия в конце: $U_2 = \frac{5}{2} \nu R T' + \frac{5}{2} \nu R T' = \frac{5}{2} \nu R 2T'$

(T' - конечная (установившаяся) температура)

$U_1 = U_2 \Rightarrow T_1 + T_2 = 2T' \Rightarrow T' = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{300\text{K} + 500\text{K}}{2} = 400\text{K}$

3) Кол-во теплоты полученное азотом: (по первому из. Термодинамики)

$Q = \nu U + A'$ (A' - работа газа) / ν_k - конечный объем азота
 $Q = \frac{5}{2} \nu R (T' - T_1) + p_0 (\nu_k - \nu_1)$ / $p_0 (\nu_k - \nu_1) = \nu R (T' - T_1)$

$Q = \frac{7}{2} \nu R (T' - T_1) = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{7} \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (400\text{K} - 300\text{K}) = \frac{3}{2} \cdot 831 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

$Q = 1246,5 \text{ Дж}$. Кол-во теплоты, полученное азотом равно кол-ву теплоты, переданной кислородом азоту. Т.е. Ответ - 1246,5 Дж

Ответ: 1) 0,6
2) 400K

3) 1246,5 Дж

№3

Дано:

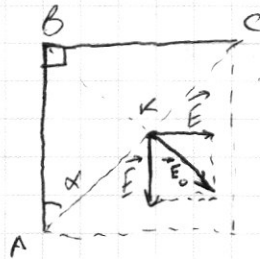
- 1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$
- 2) $B_1 = 2G$
 $B_2 = G$
 $\alpha = \frac{\pi}{4}$
 ϵ_0

- 1) $\frac{E_{k2}}{E_{k1}} = ?$
- 2) $E_k = ?$

Решение.

Поле бесконечной заряженной пластины: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
Пластины АВ и ВС бесконечны значит ~~кажд~~ каждая создает поле E_0 одинаково

1) $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$, т.е. $\triangle ABC$ - равнобедренный



Если поверхностная плотность заряда σ :
Пусть пластина ВС создает напряженность E в точке К
Т.к. $\alpha = \frac{\pi}{4}$ и поверхностная плотность заряда равны для пластин, то

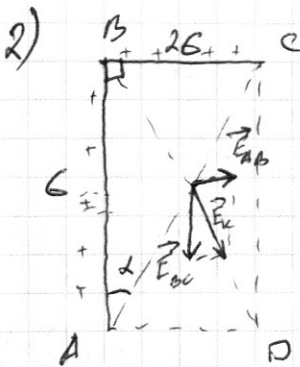
Пластина АВ создает в точке К такую же по модулю напряженность E

По принципу суперпозиции полей: $\vec{E}_0 = \vec{E} + \vec{E}$

По т. Пифагора: $E_0 = \sqrt{E^2 + E^2} = E\sqrt{2}$

$E_{k2} = E\sqrt{2}$; $E_{k1} = E \Rightarrow \frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \sqrt{2}$ ~~отклонение~~

т.е. напряженность увеличится в $\sqrt{2}$ раз ($\approx 1,41$ раз)



2) Удобно пластины зарядятся перпендикулярно

$\alpha = \frac{\pi}{4}$ $E_{BC} = \frac{2G}{2\epsilon_0} = \frac{G}{\epsilon_0}$ $E_{AB} = \frac{G}{2\epsilon_0}$

$$E_k = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{\frac{G^2}{\epsilon_0^2} + \frac{G^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{G\sqrt{5}}{\epsilon_0 \cdot 2}$$

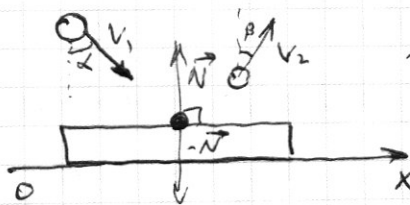
- Ответ: 1) $\sqrt{2}$
2) $\frac{\sqrt{5} G}{2 \epsilon_0}$

№1

Дано:

- $V_1 = 8 \text{ м/с}$
 $\sin \alpha = \frac{3}{4}$
 $\sin \beta = \frac{1}{2}$

- 1) $V_2 = ?$
- 2) $U = ?$



Решение

1) В момент столкновения или взаимодействия шарика и плиты направляет перпендикулярно поверхности плиты потому что шарик выполняет закон сохранения импульса

импульса в проекции на ось OX, перпендикулярной плоскости плиты: Если масса шарика m .

$$m V_1 \cdot \sin \alpha = m V_2 \cdot \sin \beta \Rightarrow V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$$

$$V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{8 \text{ м/с} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 12 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) 12 м/с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Дано:

$$F_0, D, \tau_0$$

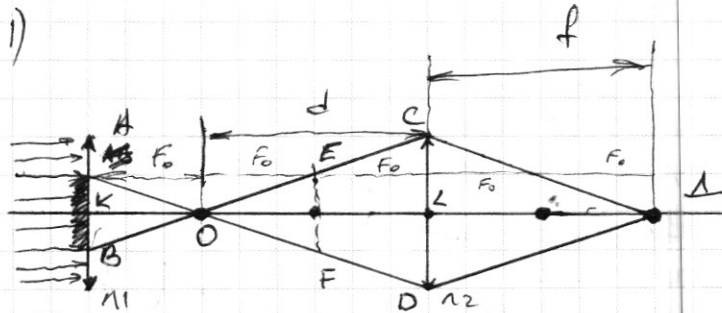
$$I_1 = \frac{3}{4} I_0$$

1) $f = ?$

2) $v = ?$

3) $t_1 = ?$

Решение.



Т.к. $\frac{OK}{OL} = \frac{1}{2}$, то

$$\frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$$

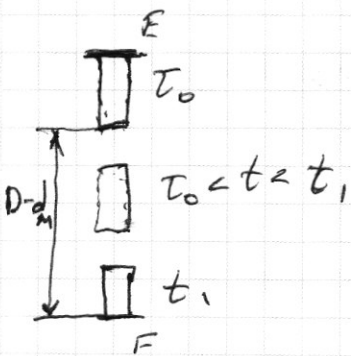
$$\triangle AOB \sim \triangle COD$$

если $CO = D$,
то $AB = \frac{D}{2}$

Из построения и подобных треугольников видно, что только половина пучка света попадает на линзу L2. Пройдя через линзу L1 пучок сойдётся в фокусе. Если источник находится в точке O:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0} = \frac{1}{2F_0} \Rightarrow f = 2F_0$$

2) Мишень проходит через прорез: EF; отрезок $EF = AB$:
 $(\triangle AOB \sim \triangle OEF)$ Приём $AB = \frac{D}{2}$



В момент времени t_0 мишень целиком оказалась в отрезке EF. Т.е. за время t_0 мишень полностью вошла в отрезок и «перетородела пучок света» т.к. мишень так уменьшилась, то упала и мощность, приём мощность пропорциональна площади, которую производит пучок $P \sim S \sim I$

$$I_1 = \frac{3}{4} I_0 \Rightarrow S_1 = \frac{3}{4} S_0; \quad S_0 = \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \pi D^2}{4} = \frac{\pi D^2}{16}$$

$$S_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi D^2}{16} \quad \text{Тогда площадь мишени:}$$

$$S_m = S_0 - S_1 = \frac{\pi D^2}{4 \cdot 16} = \frac{\pi \left(\frac{d_m}{2}\right)^2}{16} = \frac{\pi d_m^2}{16}; \quad \frac{D^2}{4} = \frac{d_m^2}{4}$$

$$d_m = \frac{D}{2} \text{ — диаметр мишени}$$

$$\text{Тогда } v = \frac{d_m}{\tau_0} = \frac{D}{2\tau_0}$$

3) Расстояние, пройденное за время $\Delta t = t_1 - \tau_0$ равно $D - d_m = \frac{D}{2}$

$$v \cdot \Delta t = \frac{D}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{D}{2v} = \frac{D \cdot 2\tau_0}{2D} = \tau_0 \Rightarrow t_1 = \tau_0 + \Delta t = 2\tau_0$$

Ответ: 1) $2F_0$ 2) $\frac{D}{2\tau_0}$ 3) $2\tau_0$

№4

Дано:

$$L_1 = 2L$$

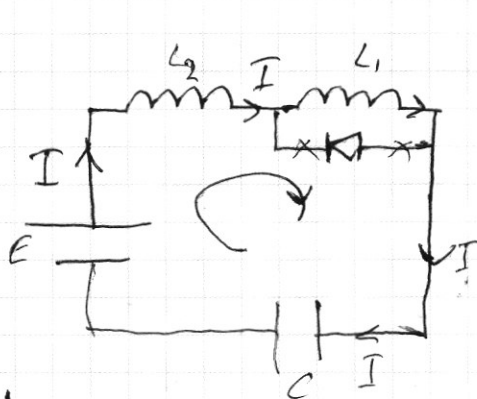
$$L_2 = L$$

E, C

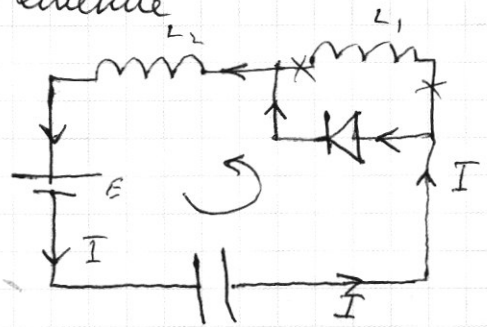
1) T - ?

2) I_{m1} - ?

3) I_{m2} - ?



Решение



1) Когда ток течёт по часовой стрелке, диод закрыт; когда против часовой - открыт, при этом через катушку L_1 - ток не течёт т.к. диод идеален

~~Первую половину~~ За одну первую половину одного колебания (T) ток течёт $2/3$ L_2 и L_1 , ($T_1 = 2\pi \sqrt{3LC}$ - последовательное соединение катушек - индуктивности складываются)

За вторую половину ток течёт только через L_2 и диод.

$$T_2 = 2\pi \sqrt{LC}$$

$$\text{Тогда } T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{3LC} + \pi \sqrt{LC} = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{3} + 1)$$

2) Ток $2/3$ L_1 максимален, когда заряд конденсатора равен нулю, это происходит в первую половину колебания

$$\frac{L_2 I_{m1}^2}{2} + \frac{L_1 I_{m1}^2}{2} = \frac{CE^2}{2} \quad \text{Закон сохранения энергии в цепи}$$

Работа источника за колебание равна нулю; когда в цепи нет тока, то вся энергия накопится сосредоточена на конденсаторе ($U_C = E$)

$$\frac{LI_{m1}^2}{2} + \frac{2LI_{m1}^2}{2} = \frac{CE^2}{2} \Rightarrow I_{m1}^2 \cdot 3L = CE^2$$

$$I_{m1} = \sqrt{\frac{CE^2}{3L}} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

3) Максимальный ток через катушку L_2 течёт, когда диод открыт (тока $2/3$ L_1 нет)

$$\frac{L_2 I_{m2}^2}{2} = \frac{CE^2}{2} \quad I_{m2}^2 = \frac{CE^2}{L} \Rightarrow I_{m2} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ответ: 1) $\pi \sqrt{LC} (\sqrt{3} + 1)$.

2) $E \sqrt{\frac{C}{3L}}$.

3) $E \sqrt{\frac{C}{L}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение ЗАДАЧИ №1.

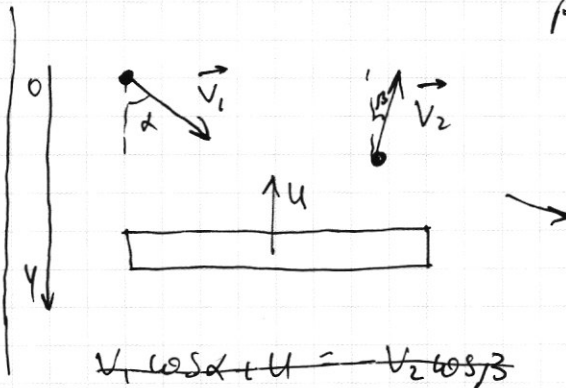
Дано:

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$v_1 = 8 \text{ м/с}$$

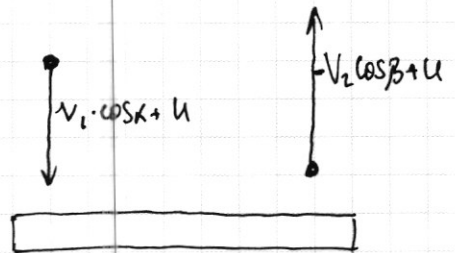
$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

2) $u = ?$



Решение

В проекции на ось Ox
в штиле отсчёта, связанной с плитой:



$$v_1 \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta$$

• Если $v_2 \cos \beta - u = 0$:

$$u = v_2 \cdot \cos \beta = v_2 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = v_2 \frac{\sqrt{3}}{2} = 12 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

т.е. шарик и плита после столкновения движутся так, что проекции их скорости на ось Ox равны (поэтому шарик был не откошен)

$$\begin{aligned} \bullet \text{ если } v_1 \cos \alpha + u &= v_2 \cos \beta - u \Rightarrow 2u = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha = \\ &= 12 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \text{ м/с} \cdot \frac{3}{4} = 12 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} - 8 \text{ м/с} \cdot \frac{3}{4} = \\ &= (6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}) \text{ м/с} \end{aligned}$$

При этом будем считать, что скорость плиты не меняется, т.к. она массивная.

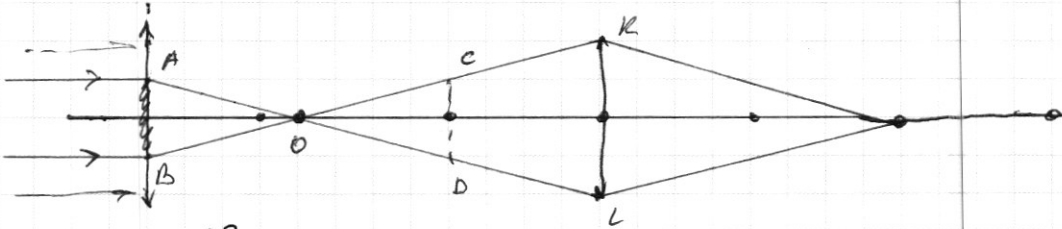
Ответ: 2) $6\sqrt{3} \text{ м/с}$; $(6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}) \text{ м/с}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

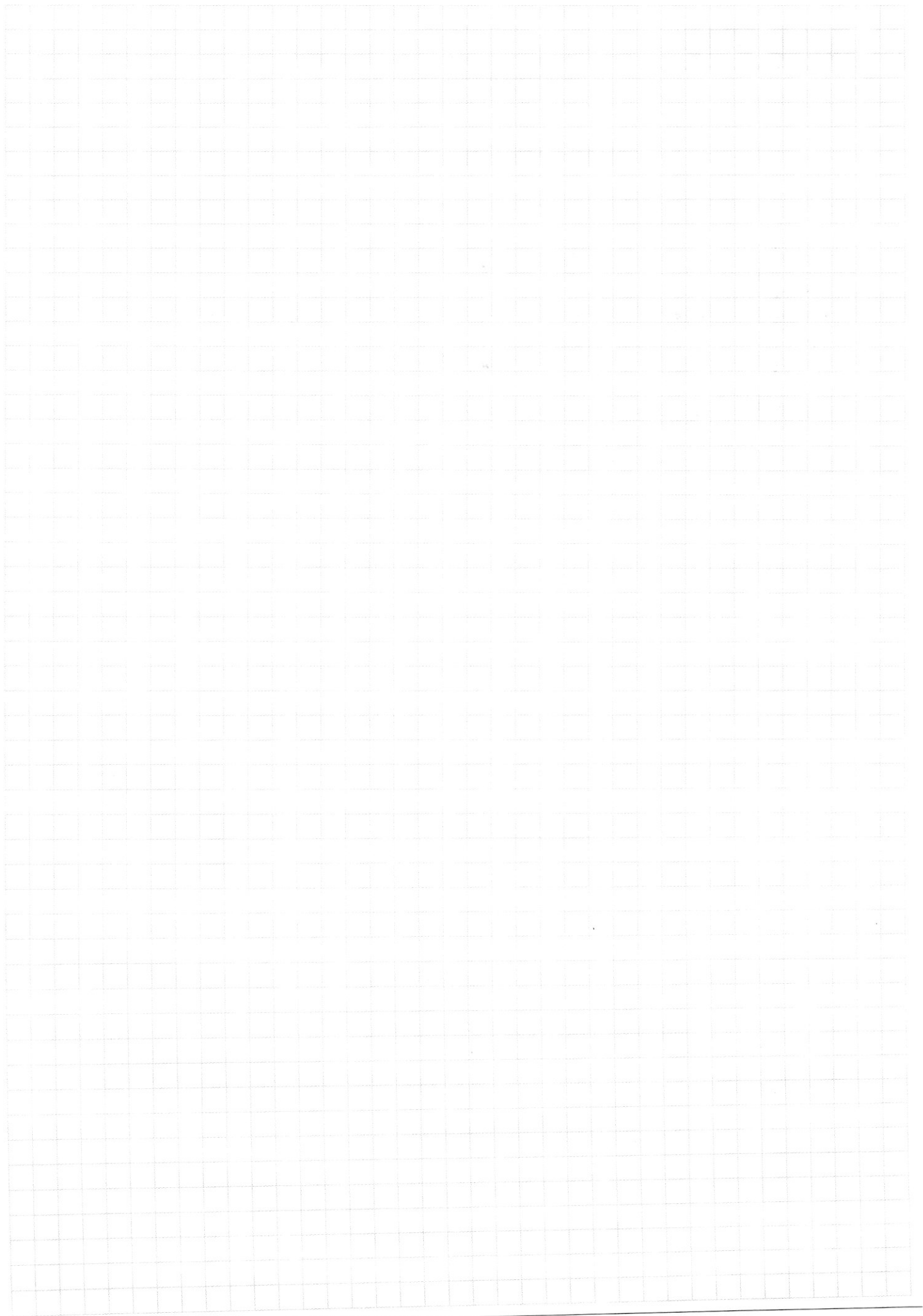
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + Q$$

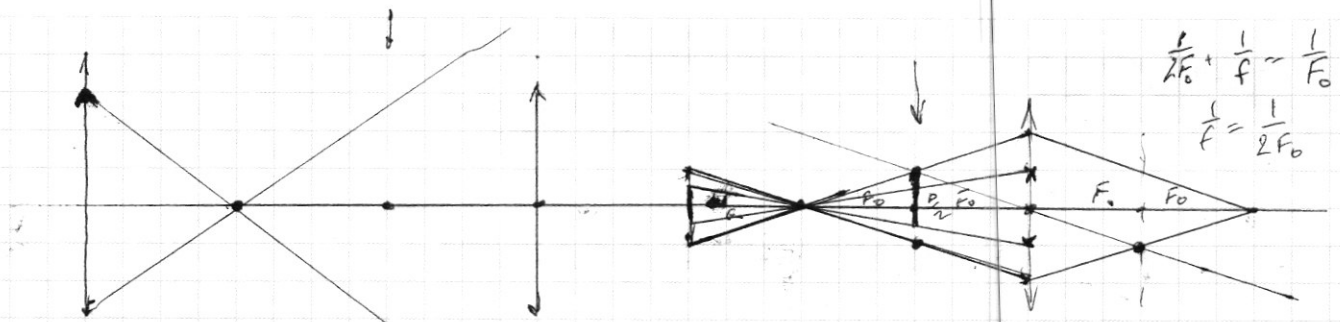
$$(v_1 \cos \alpha + u)$$

$$v_1 \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta - u$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$$\frac{1}{F_0} + \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F}$$

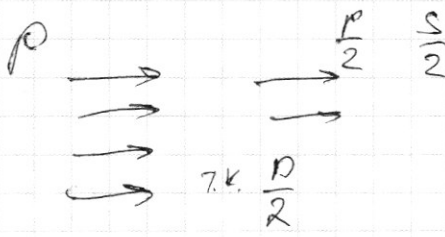
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2F_0}$$

t_0 - момент, когда минимально количество входов

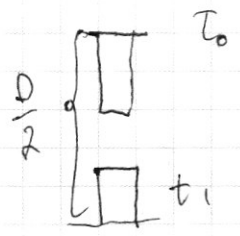
$$I \sim P \sim S \quad I \sim \frac{1}{S} \quad S \sim \pi D^2 \quad P = \frac{E}{S}$$

$$S_1 = 0,75 S_2 = \frac{3}{4} S_2 = \frac{9}{16} S_2$$

$$S_2 = \frac{3}{4} \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3}{16} \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi d^2}{4}$$

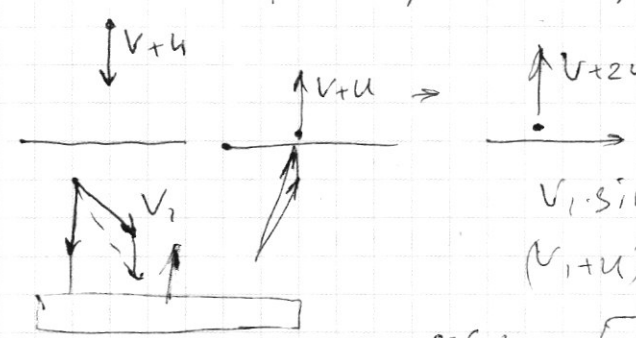


линейном законом
за $t = t_0$
 $v = \frac{d}{t_0} = \frac{\sqrt{3} D}{4 t_0}$



проход $\frac{D}{2} - d$
 $v \cdot t = \frac{D}{2} - \frac{\sqrt{3} D}{4}$
 $v \cdot t = \frac{2D - \sqrt{3} D}{4}$

Если удар неупругий
то экран не сдвигается.



$$v_{обц} = v_{пер} + v_{отк}$$

$$v_1 \cdot \sin \alpha = v_2 \cdot \sin \beta$$

$$(v_1 + u) \sin \alpha = v_2 + u$$

$$v_2 = \frac{8 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \sin \beta = \frac{1}{2} \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$u_1 = 8 \frac{\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2} \quad u_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$$

$$m(u_1 + u) = -m(u_2')$$

$$u_1 + u_2' + u = 0$$

$$\frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + Q$$

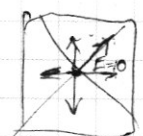
$$Q = \frac{m}{2} (v_1^2 - v_2^2) = \frac{m}{2} (64 - 9) = \frac{24 \cdot 57}{2} \frac{m^2}{c^2}$$

$$2u = \frac{3\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{2}$$

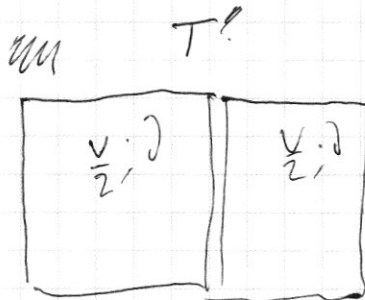
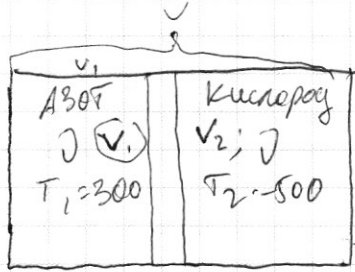
$$u = \frac{3\sqrt{3}}{4} - \sqrt{2}$$

Когда ток в цепи ноль:
C

Резонанс контура
за одно колебание: $A_{уст} = 0$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$p = const$

$$\frac{\partial RT_1}{V_1} = \frac{\partial RT_2}{V_2} \quad / \quad \frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = 0,6$$

$$p' \frac{V}{2} = \partial RT'$$

$$p' \frac{V}{2} = \partial RT'$$

$$Q = \Delta U = \frac{\nu R \Delta T}{2} = \frac{i}{2} R \Delta T = \frac{5R}{2} \Delta T$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 0,6$$

$V_1 = 0,6 V_2$
 $V_1 + V_2 = V$

$$p_1' V_1' = \partial RT'$$

$$p_2' V_2' = \partial RT'$$

$$p_1' V_1' = p_2' V_2'$$

$$V_1' = V_2'$$

$$p_2 V_2 = \partial RT_2$$

$$p_1 V_1 = \partial RT_1 = p_1 \cdot 0,6 V_2$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{0,6 p_1} = 0,6 \quad p_2 = 0,36 p_1$$

$$p_2 V_2 = \partial RT_2$$

$$0,6 p_1 V_2 = \partial RT_1$$

$$\frac{5}{2} \partial RT_1 + \frac{5}{2} \partial RT_2 = \frac{5}{2} \partial RT' + \frac{5}{2} \partial RT'$$

$$\partial RT_1 + \partial RT_2 = 2 \partial RT'$$

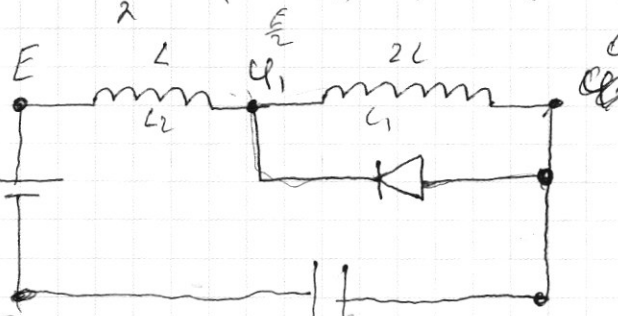
$$T' = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 K$$

831/3
2493/2
224/9
13/10
2465

$Q = \Delta U + A$ (для азота)

$$Q = \frac{5}{2} \partial R (T' - T_1) + \partial R (T' - T_2) = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 = \frac{3}{2} \cdot 831 = 1246,5$$

$\frac{1}{2} \partial R T$
 $\frac{5}{2} \partial R T$
 $\frac{5}{2} \partial R T$
 $\frac{5}{2} \partial R T$



$$C_1 + C_2$$

$$E - \varphi_1 - \varphi_2 = 0 = L \frac{dI}{dt} U = L \frac{dI}{dt}$$

$$E = 2 \varphi_1 \quad \varphi_1 = \frac{E}{2}$$

$$I = C \frac{dU}{dt}$$

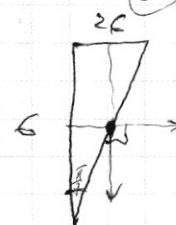
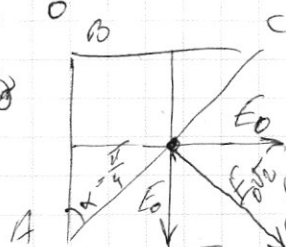
max
min

$$\frac{L_2 I^2}{2} + \frac{L_1 I^2}{2} = \frac{C U^2}{2}$$

$$E_1 = \frac{26}{2 \epsilon_0} = \frac{E}{\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{6}{2 \epsilon_0} = \frac{6}{2 \epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{\frac{6^2}{\epsilon_0^2} + \frac{6^2}{\epsilon_0^2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{\epsilon_0}$$



$$T_1 = \frac{T_1}{2}$$

$$T_2 = \frac{T_2}{2}$$

$$T_1 + T_2 = \dots$$

$$E = U = \dots$$

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \dots$$

$$Q = L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C}$$