

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

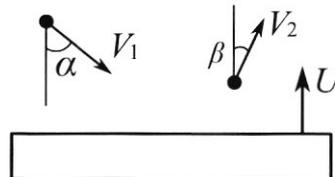
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

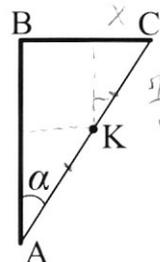
1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

хитрость 2

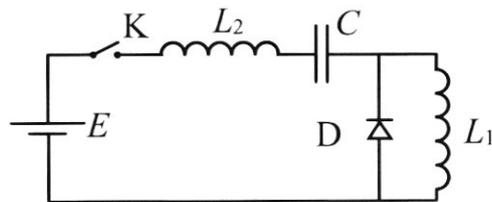
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .

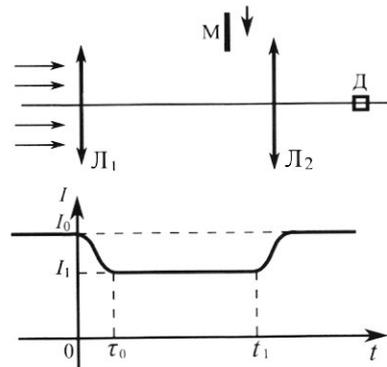


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



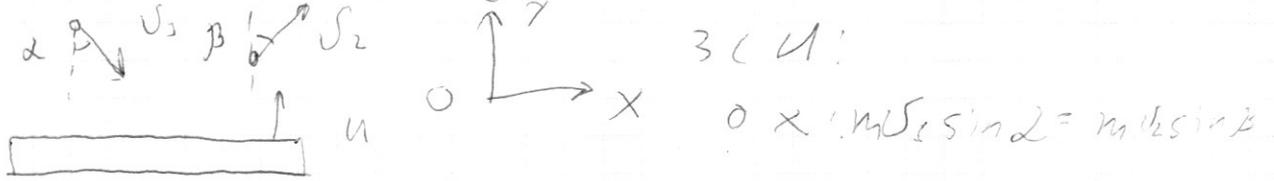
1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

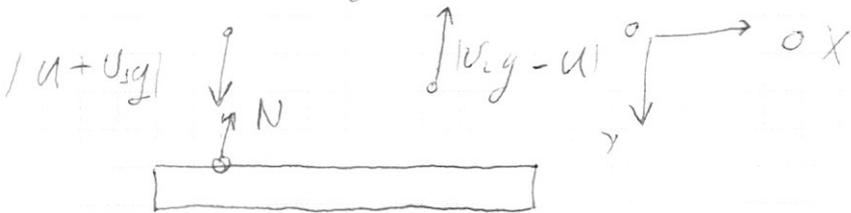
1. а) поскольку шип трения нет (ш-за того, что поверхность гладкая), то выключим силы ЗСИ вдоль оси Ox .



$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{2}{\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}} = 2v_1 = 12 \text{ м/с}$$

б) Перейдём в СО связанную с телом:



Уравнение шиповид: $m(u + v_1 \cos \alpha) - m(v_2 \cos \beta - u) = N \Delta T$, поскольку перемещаем в ИСО, то N не изменяется.

$$N \Delta T > 0 \quad 2mu + m v_1 \cos \alpha - m v_2 \cos \beta > 0$$

$$2u > v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha \quad \text{если удар упругий,}$$

$$u > 2v_1 \cos \beta - v_1 \cos \alpha \quad \text{то } N > 0 \Rightarrow$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3} \quad N \Delta T > 0$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$u > v_1 \left(\frac{2\sqrt{8}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3} \right) \quad u > v_1 \left(\frac{4\sqrt{2} - \sqrt{5}}{3} \right)$$

$$u > 2(4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \text{ м/с}$$

2. V_1 , Гелий V_2 , Helium

V, T_1, p_1	V, T_2, p_2
---------------	---------------

а) т.к. поршень движется медленно $\Rightarrow p_1 \approx p_2$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}$$

б) поскольку поршень движется медленно, все процессы равновесны, но в любой момент времени $p_1 \approx p_2$, $V_1 \approx V_2$, в

$$\text{качестве: } \begin{cases} p_k V_{kK} = \nu R T_k \\ p_k V_{kK} = \nu R T_k \end{cases} \Rightarrow V_{3K} = V_{2K}, \text{ где } K$$

температура поршня при совершении полного цикла работы, а не от окружения, т.к. за $\Delta T \rightarrow 0$ $p_1(T) \approx p_2(T)$,

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \Rightarrow |A_1| = |A_2| \Rightarrow A_2 = -A_1$$

Первое начало термодинамики:

т.к. поршень теплоизолирован, то $Q = \text{const}$.

$$\Gamma: Q_1 = A_1 + \frac{3}{2} \nu R (T_K - T_1), \quad Q_1 + Q_2 = 0$$

$$H: Q_2 = -A_1 + \frac{3}{2} \nu R (T_K - T_2)$$

$$\frac{3}{2} \nu R (T_K - T_1) + \frac{3}{2} \nu R (T_K - T_2) = 0 \Rightarrow T_K = T_1 + T_2$$

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330 + 440}{2} = \frac{770}{2} = 385 \text{ K}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~а) в) тепло передано Q_1 :~~

$$\begin{cases} Q_1 = A_1 + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \\ -Q_1 = -A_1 + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \end{cases}$$

~~⇒ $\frac{3}{2} \nu R T_2$ — и закон пере-
-детальной фвй тепла:~~

~~$$\frac{3}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} \nu R T_1 + Q_1$$~~

процесс при постоянном давлении
 $P = \text{const.}$

$$P \nu V_1 = \nu R T_1, \quad \nu V_2 = \frac{7}{6} \nu V_1$$

~~$$\Rightarrow C = \frac{5}{2} \frac{\nu m}{\mu}$$~~

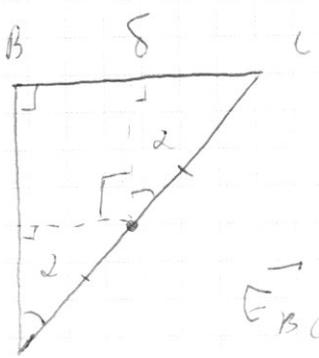
~~$$Q = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (385 - 300)$$~~

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8,31 \cdot 55 = \frac{30 \cdot 55 \cdot 8,31}{50}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot 55 \cdot 8,31 = 33 \cdot 8,31 = 274,23 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} \times 8,31 \\ \times 33 \\ \hline 2493 \\ 2493 \\ \hline 27423 \end{array}$$

3.



а) из ф. Гаусса: $E = \frac{\delta}{2\epsilon_0}$

$E_{BC} = \frac{\delta}{2\epsilon_0}$ $E_{AB} = \frac{\delta}{2\epsilon_0}$

$\vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB} = \vec{E}_K$

А это равнобедренно, т.к. $\triangle ABC$ - равнобедренно, но точка К находится в середине основания BC и AB, удалена от вершин на равном расстоянии.

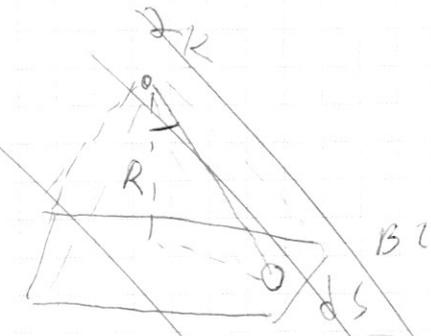
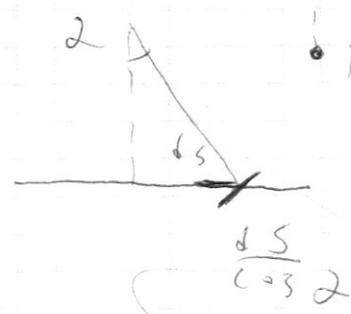
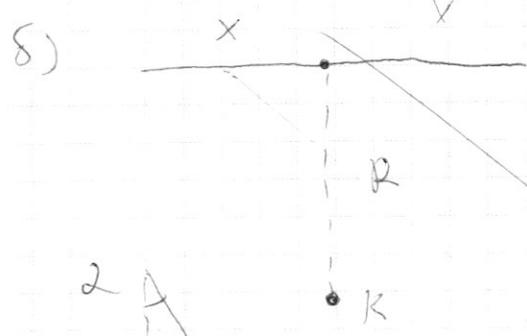
$E_K = \sqrt{2 \left(\frac{\delta}{2\epsilon_0}\right)^2} = \sqrt{2} \frac{\delta}{2\epsilon_0}$

\Rightarrow увеличится в $\sqrt{2}$ раз.

б) а) $E_{BC} = E_{AB}$, т.к. на одинаковом от К удалении и зарядовые $\delta =$

$E = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \sqrt{2} E_{BC} = \frac{\sqrt{2} E_{BC}}{E_{BC}} = \sqrt{2}$

в $\sqrt{2}$ раз.

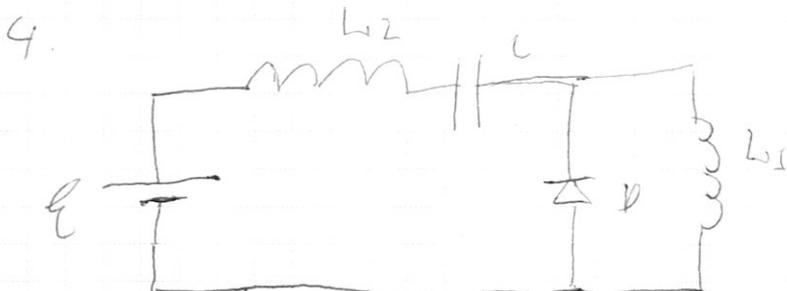


~~$dE = \frac{R ds \delta}{\cos^2 2}$~~ ~~$\frac{ds}{\cos 2}$~~

$\int dE = K \int \frac{R ds \delta}{\cos^2 2} = K \delta \int \frac{ds}{\cos^2 2}$

$\int \frac{ds}{\cos^2 2}$ * тангенс угла, под которым видно токочку: $\frac{4\pi}{8} = \frac{\pi}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



а) при зарядке конденсатора ток через диод не идет \Rightarrow ток идет ~~только~~

только через индуктивности L_2 и L_1 :

$$E = L_2 \frac{dI}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}, \text{ т.к. } \cancel{\text{ток в}}$$

~~только~~ E и C не влияют на время зарядки и разрядки, но $\omega = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} = 2\pi \sqrt{5LC}$$

т.к. зарядка - процесс непрерывный, но

$T_1 = \pi \sqrt{5LC}$, далее при разрядке диод открывается: $U_D = 0 \Rightarrow L_1 \frac{dI}{dt} = 0$, ток через

$$L_2 \text{ не идет } \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}} = \sqrt{\frac{1}{2LC}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{2LC}, \text{ непрерывно } \Rightarrow T_2 = \pi \sqrt{2LC}$$

$$T_{\text{сб}} = \pi (\sqrt{2LC} + \sqrt{5LC})$$

б) Запишем ЗСЭ, для зарядки конденсатора.

$$Q = \frac{L_2 I^2}{2} + \frac{L_1 I^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

$$Q = \frac{q^2}{2C} = \frac{I^2}{2} (L_2 + L_1) \Rightarrow I_0 = \frac{q}{\sqrt{L_2 + L_1}} = \frac{q}{\sqrt{L_2 + L_1}}$$

$$\frac{q^2}{2C} = \frac{I^2}{2} (L_2 + L_1)$$

$$\frac{q^2}{2C} = I^2 \Rightarrow \frac{I}{q} = \frac{1}{\sqrt{L_2 + L_1}}$$

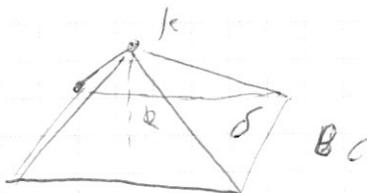
3) ~~так при разрыве~~ 3) при разрыве:

$$Q = \frac{q^2}{2C} + \frac{L_2 I^2}{2} \Rightarrow \frac{q^2}{2C} = \frac{L_2 I^2}{2}$$

$$\frac{I}{q} = \frac{1}{\sqrt{2L_2}}$$

Продолжение 3 б) $\int \frac{dS}{\cos^2 \alpha}$ - это

~~1/8 площади поверхности сферы с~~
~~R =~~



$$dE = \frac{k \delta S \delta \cos^2 \alpha}{R^2} \Rightarrow E = \frac{k \delta}{R^2} \int dS \cos^2 \alpha$$

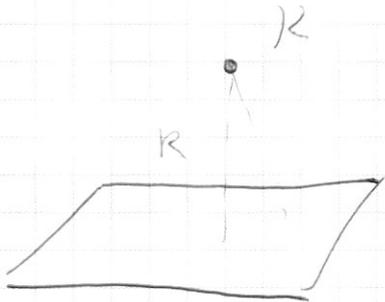
$\int dS \cos^2 \alpha$ - часть площади сферы, выходящая над горизонтальной плоскостью. $\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{8}$ часть площади

$$E = \frac{k \delta}{R^2} \cdot 4\pi R^2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{k \delta \cdot \pi}{2}$$

~~аналогично и с другой пластиной.~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Повторим 3б) Рассмотрим т.к.
на расстоянии R от заряженной
поверхности, т.к. R - середина AC ,
то R - расстояние над углом
поверхности.



Рассмотрим
поверхность dS :

$$R^2 \cdot \cos^2 \alpha$$

$$L = \frac{R}{\cos \alpha} \quad d\varphi = dS \cos \alpha \Rightarrow dE = \frac{\sigma d\varphi}{R^2}$$

$$= \frac{\sigma dS \cos^2 \alpha}{R^2}$$

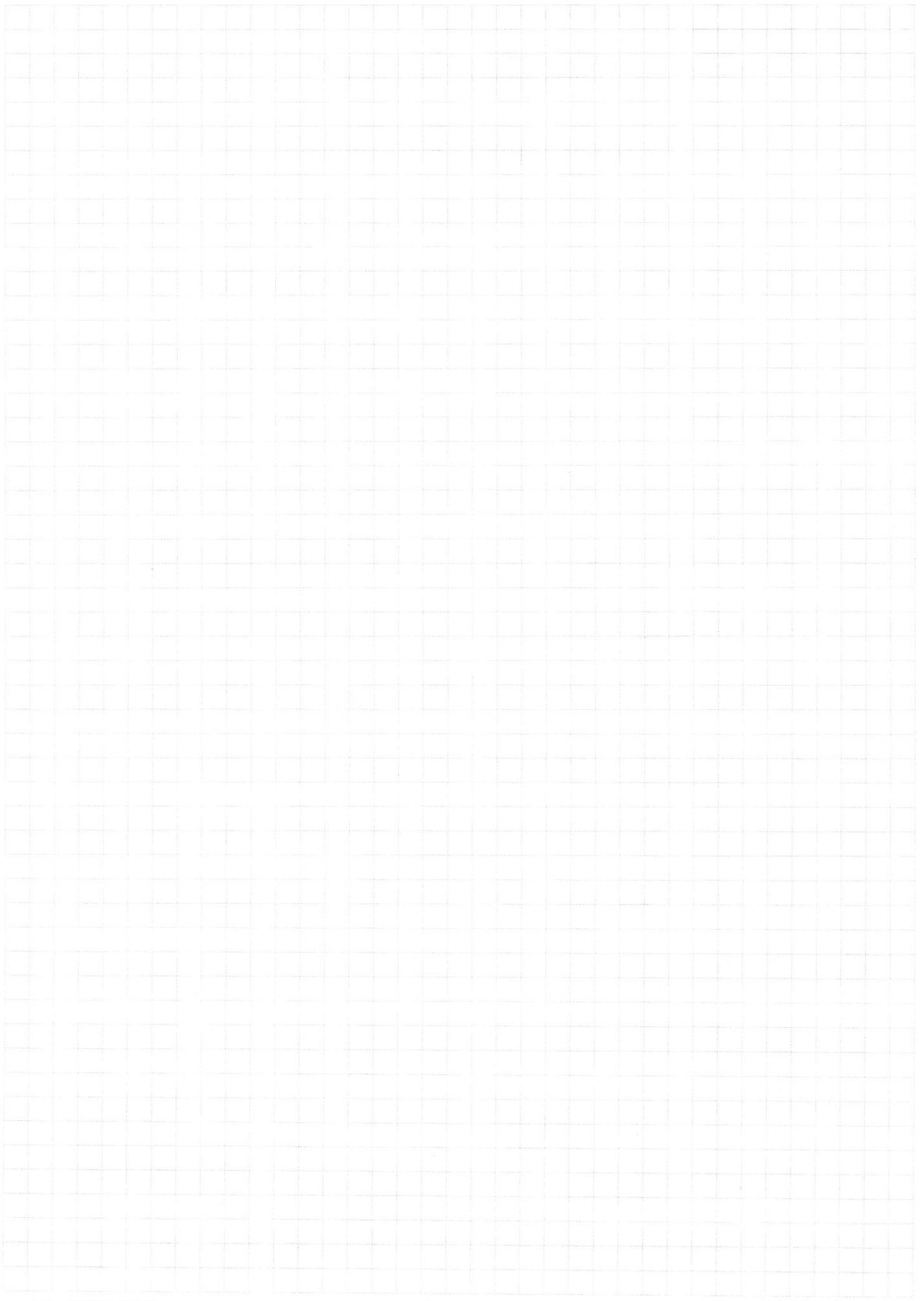
$$E = \int \frac{\sigma \cos^2 \alpha dS}{R^2}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma \cos^2 \alpha}{R^2} \int dS \cos^2 \alpha$$

$\int dS \cos^2 \alpha$ - часть площади сферы

радиуса R , выходящей над телом.
угол: $\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{8}$ часть.

$$E = \frac{\sigma \cos^2 \alpha}{R^2} \cdot 4\pi R^2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{\pi \sigma \cos^2 \alpha}{2}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 8
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

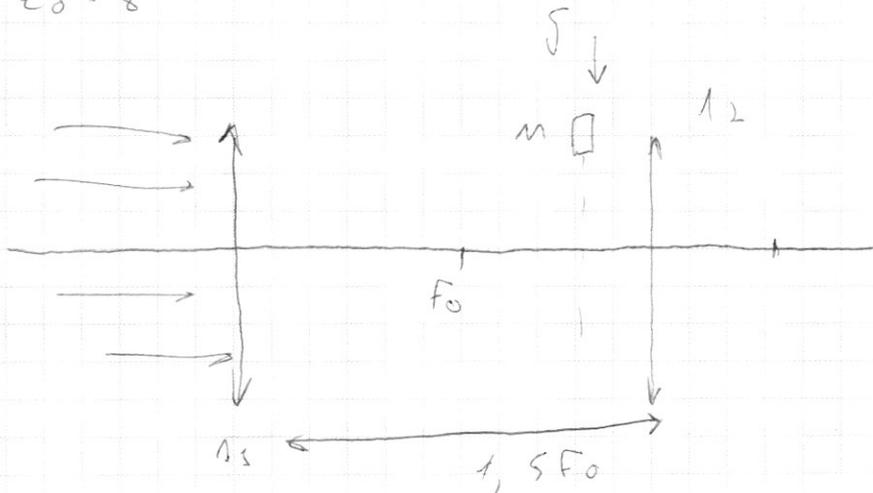
$$E_{BC} = \frac{\pi k 4 \delta}{2} = \frac{\pi \cdot 4 \delta}{2 \cdot 4 \pi \epsilon_0} = \frac{\delta}{2 \epsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{\pi k \delta}{2} = \frac{\pi k \delta}{2 \cdot 4 \pi \epsilon_0} = \frac{\delta}{8 \epsilon_0}$$

$$E_{1c} = \frac{\delta}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{64} + \frac{1}{4}} = \frac{\delta}{\epsilon_0} = \sqrt{\frac{1}{64} + \frac{16}{64}}$$

$$= \frac{\delta \sqrt{17}}{\epsilon_0 \cdot 8}$$

5.



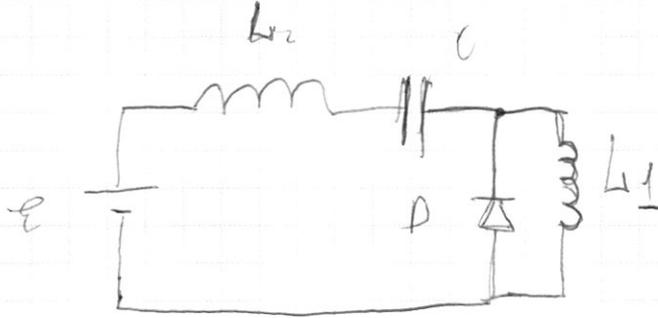
а) т.к. лучок параллелен, то соберёмши в фокусе линзы Λ_1 . Тогда по формуле тонкой линзы для Λ_2 :

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F} \Rightarrow d = F_0 \quad f = \frac{F_0}{3}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{F_0} - \frac{1}{F_0} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{F_0} \Rightarrow f = \frac{F_0}{2} = 0,5 F_0$$

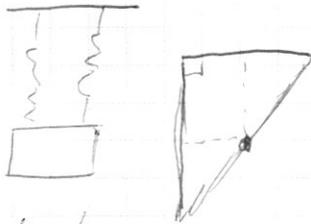
б) Интерференция зависит от разности \Rightarrow когда линзы совмещены в одной точке свет, но она не преломляет лучи

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\mathcal{E} = L_2 \frac{dI}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}$$

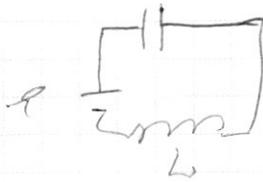
$$\mathcal{E} = \frac{dI}{dt} (L_1 + L_2) + \frac{q}{C}$$



$$k dx = ma$$

$$q = CL \frac{dI}{dt}$$

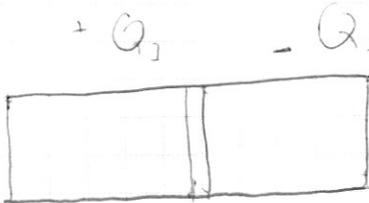
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{CL}}$$



$$\mathcal{E} = g \quad L = m$$

$$\frac{1}{C} = k$$

$$\mathcal{E} = \frac{L_2}{2} I^2 + \frac{q}{C} + \frac{L_1}{2} I^2$$



$$A + \frac{3}{2} \nu k (T_k - T_1)$$

$$+ \frac{3}{2} \nu k T_1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{(L_1 + L_2)C}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C}$$

$$\omega x = x$$

$$\frac{q}{C} = \frac{dI}{dt}$$

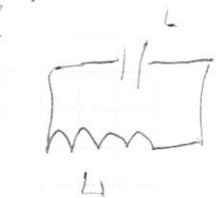
$$T = 2\pi \sqrt{CL}$$

$$A + \frac{3}{2} \nu k T_k$$

$$\mathcal{E} = g \quad L = m$$

$$\frac{1}{C} = k$$

$$\frac{3}{2} \nu k T_k - A$$

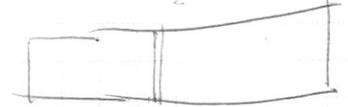


$$T_p = \pi \sqrt{(L_1 + L_2)C}$$

$$\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} + \pi \sqrt{L_2 C}$$

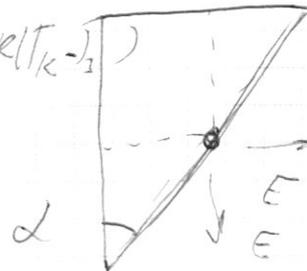
$$\frac{k}{m} = \frac{H}{M} \frac{1}{10^5} \frac{1}{g}$$

$$\frac{3}{2} \nu k T_1 + Q_1 \quad \frac{3}{2} \nu k T_2 - Q_1$$



$$\frac{3}{2} \nu k T_2 + A$$

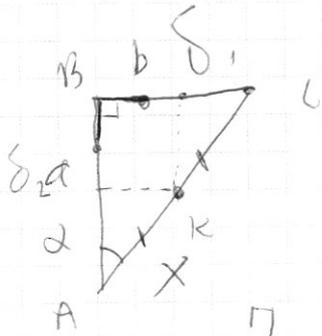
$$Q_1 = A + \frac{3}{2} \nu k (T_k - T_1)$$



$$\frac{\epsilon}{2\epsilon_0}$$

$$\frac{3}{2} \nu k T_2 - A$$

$$Q_1 - A$$



$$2x \cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$$



$$ds \cos \alpha$$

$$\delta ds \cos \alpha$$

$$\delta ds \cos \alpha$$

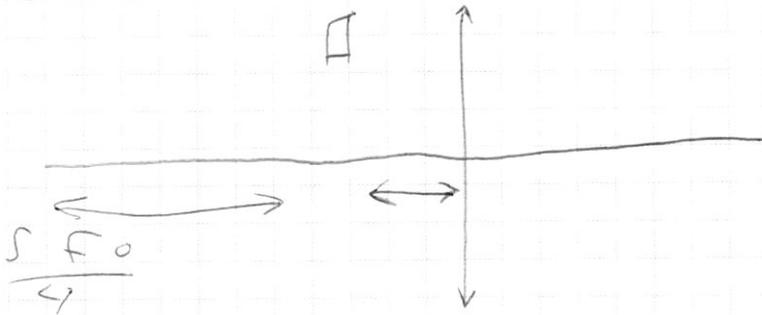
$$\frac{\delta ds R}{\cos \alpha}$$

$$\frac{K^2}{r^2}$$

$$\frac{K^2}{r^2}$$

$$\delta R \frac{ds}{\cos \alpha}$$

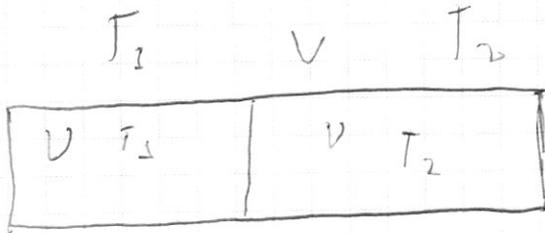
$$\frac{\delta ds \cdot \cos^2 \alpha}{R^2}$$



$$x = y +$$

$$2Q = \frac{3}{2} vR$$

$$2Q = \frac{3}{2} vR (T_k - T_1) - \frac{3}{2} vR (T_k - T_2)$$



$$p V_1 = vR T_1 \quad T_k = T_1 + T_2$$

$$\Delta Q_1 =$$

$$V_1 = V_2$$

$$Q_2 = A + \frac{3}{2} vR (T_k - T_1)$$

$$Q_2 = A - \frac{3}{2} vR (T_k - T_2)$$

$$Q_2 = A + \frac{3}{2} vR (T_k - T_1)$$

$$Q_H = -A + \frac{3}{2} vR (T_k - T_2)$$

$$vR (T_k - T_2) = vR (T_k - T_1)$$

$$Q_1 = A + \frac{3}{2} vR (T_k - T_1)$$

$$Q_2 = -A + \frac{3}{2} vR (T_k - T_2)$$

$$\frac{3}{2} vR (T_1 + T_2) = 3 vR T_k$$

$$0 = \frac{3}{2} vR (T_k - T_1) + \frac{3}{2} vR (T_k - T_2)$$

$$vR (T_k - T_1) = T_2 - T_k$$

$$T_k = 385 K$$

$$2 T_k = T_2 + T_1 \quad T_k = \frac{T_2 + T_1}{2}$$

$$A + \frac{3}{2} vR (T_k - T_1) = \frac{3}{2} vR (T_k - T_2) - A$$

$$2A = \frac{3}{2} vR (T_k - T_2 - T_k + T_1)$$

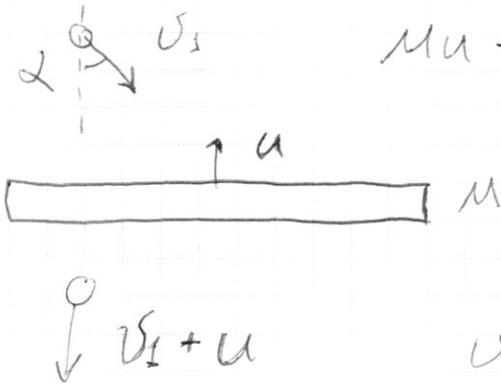
$$p V_1 = vR T_1 \quad A = \frac{3}{4} vR (T_1 - T_2) \quad Q_H = \frac{3}{4} vR (T_2 - T_1)$$

CM
=

$$385 - 33 = \frac{440}{-385} = \frac{440}{55}$$

$$+ \frac{3}{2} vR (T_k - T_2)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$Mu - m v_1 \cos \alpha = M v_2 \cos \beta + Mu$$

$$m v_1 \cos \alpha = v_2 \cos \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$v_1 \cos \alpha + u \quad u < \frac{v_1 (\sqrt{2} - \sqrt{5})}{6}$$

$$v_2 \cos \beta - u$$

$$m(v_1 \cos \alpha + u) - m(v_2 \cos \beta - u) = N \Delta t$$

$$m v_1 \cos \alpha + m u - m v_2 \cos \beta + m u = N \Delta t$$

$$m(v_1 \cos \alpha - \cos \beta v_2) + 2m u = N \Delta t$$

$$2m u = N \Delta t$$

$$v_2 \sin \beta = v_1 \sin \alpha \quad v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\frac{N \Delta t}{m} > 0$$

$$u < \frac{v_1 (\sqrt{2} - \sqrt{5})}{6}$$

$$m(v_1 \cos \alpha + u)$$

$$m(v_2 \cos \beta - u)$$

$$m v_1 \cos \alpha + m u -$$

$$- m v_2 \cos \beta + m u$$

$$m v_1 \cos \alpha - m v_2 \cos \beta + 2m u = N \Delta t$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$u + v_1 g - v_2 g + u$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$v_2 = \frac{v_1 \frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2 v_1$$

$$v_1 \left(\frac{-\sqrt{5} - 4 - \sqrt{2}}{3} \right)$$

$$+ 2u = \frac{N \Delta t}{m}$$

$$v_1 \frac{\sqrt{5}}{3} - 2 v_1 \frac{\sqrt{8}}{3} + 2u = \frac{N \Delta t}{m}$$