Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

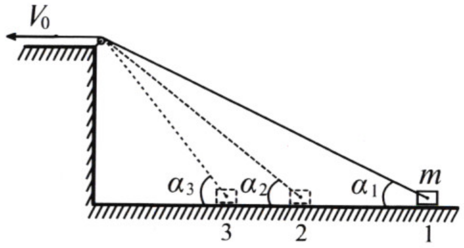
Класс 11

Вариант 11-06

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью V_0. Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых $\sin\alpha_1 = \dfrac{1}{2}, \sin\alpha_2 = \dfrac{3}{4}, \sin\alpha_3 = \dfrac{4}{5}$. От точки 1 до точки 2 груз перемещается за время t_{12}.



1) Найти скорость V_2 груза при прохождении точки 2.

2) Найти работу лебедки A_{23} при перемещении груза из точки 2 в точку 3.

3) Найти время t_{13} перемещения груза из точки 1 в точку 3.

2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура T_0 =373 K. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом V_1, в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление $P_0/6$, где P_0 – нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

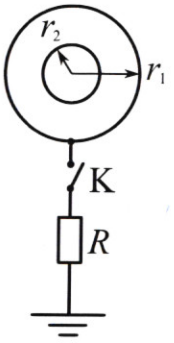
1) Найти объем V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.

2) Найти изменение массы Δm воды.

3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

Удельная теплота испарения воды L, молярная масса воды μ. Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами r_1 и r_2 образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится отрицательный заряд $-q$, где q >0, а на внутреннем шаре – положительный заряд Q. Внешний шар соединен с Землей через ключ К и резистор R. Ключ замыкают.



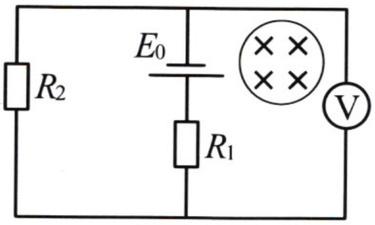
1) Найти заряд q_1 на внешнем шаре после замыкания ключа.

2) Найти энергию W_1 электрического поля в пространстве между шарами (сферами) до замыкания ключа.

3) Какое количество теплоты W выделится в резисторе R после замыкания ключа?

Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

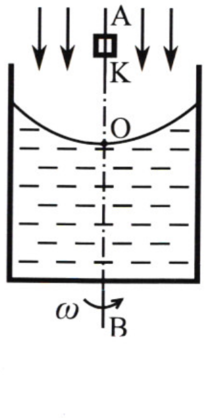
4. В проволочную конструкцию впаяны резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 3R$, идеальный источник с ЭДС E_0, вольтметр с сопротивлением $R_V = 4R$ (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области – магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S.



1) Найти показание V_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.

2) Найти показание V_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B / \Delta t = k > 0$.

5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью ω = 2,5 с$^{-1}$ вокруг вертикальной оси АВ, совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры К, расположенной на оси вращения.



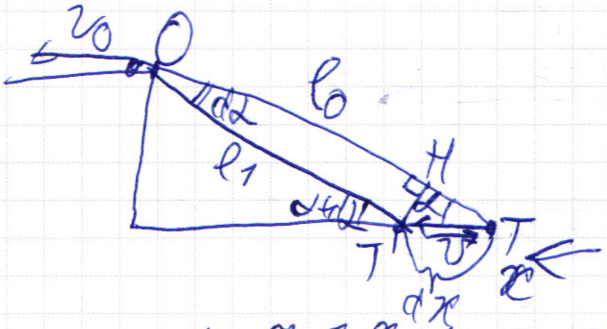
1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке О.

2) На каком расстоянии от точки О будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?

Принять g = 10 м/с^2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



найдём зависимост $v(\alpha)$ — ско~~рость~~ груза

рассмотрим малое смещение верхнего конца нити на $dl = v_0 \cdot dt$

тогда $l_0 - l_1 = dl$ — укорочен участка нити, соед. блок и груз

проведём $TH \perp OT$

т.к. $dt \to 0$, то $d\gamma = \angle TOH \to 0$,

а значит $TO \approx OH \Rightarrow l_0 - l_1 = HT$

$HT = dx \cdot \cos\alpha$

$$\Downarrow$$

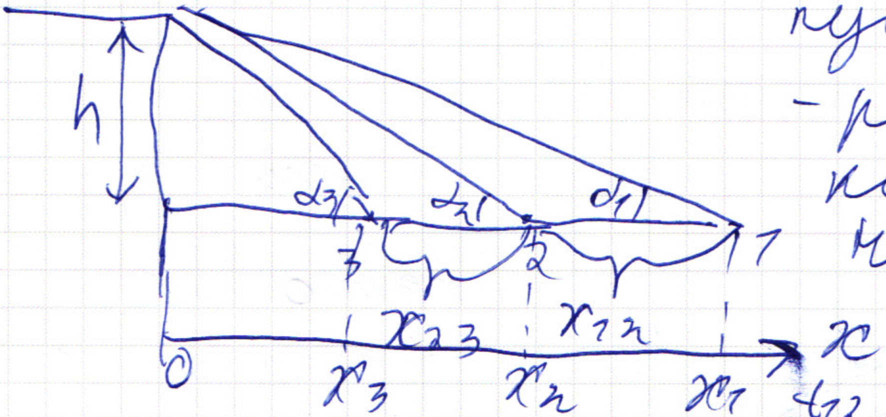
$$dl = dx \cdot \cos\alpha$$

$$v_0 \cdot dt = dx \cdot \cos\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{v_0}{\cos\alpha}$$

~~пусть x_{12}~~ пусть h - высота



пусть x_{12}, x_{23} - - расстояния, как показан на рисунке

тогда $x_{12} = \cancel{\int_0^{t_{12}} v\cdot dt =}$

$x_{12} = x_1 - x_2$

$\cancel{= \int_0^{t_{12}} \frac{v_0}{\cos\alpha} dt}$

$dx = -v\cdot dt$ - - малое перемещение

из геометрии $\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+h^2}}$

$$dx = \frac{-v_0}{\cos\alpha}\cdot dt$$

$$\frac{x\cdot dx}{\sqrt{x^2+h^2}} = -v_0\cdot dt$$

заметим, что $dx^2 = 2x dx$

$$\frac{d(x^2)}{\sqrt{x^2+h^2}} = -v_0\cdot dt$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d(x^2+h^2)}{2\sqrt{x^2+h^2}} = -v_0\cdot dt$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

проинтегрируем от x_1 до x_2
от 0 до t_{12}

$$\int \sqrt{x^3+h^2}\,\Big|_{x_1}^{x_3} = -v_0 t_{12}$$

↓

$$\sqrt{x_2^2+h^2} - \sqrt{x_1^2+h^2} = -v_0 t_{12}$$

$$x_1 = \frac{h}{tg\alpha_1}; \quad x_2 = \frac{h}{tg\alpha_2}$$

↓

$$h\left(\sqrt{\frac{1}{tg^2\alpha_2}+1} - \sqrt{\frac{1}{tg^2\alpha_2}+1}\right) = -v_0 t_{12} \quad (1)$$

↓

$$h\left(\frac{\cos\alpha_2}{\sin\alpha_2} - \frac{\cos\alpha_1}{\sin\alpha_1}\right) = -v_0 t_{12}$$

$$h = v_0 t_{12} \Big/ \left(\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1}}{\sin\alpha_1} - \frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha_2}}{\sin\alpha_2}\right)$$

$$\frac{v_0 t_{12}}{\frac{\cos\alpha_1}{\sqrt{1-\cos^2\alpha_1}} - \frac{\cos\alpha_2}{\sqrt{1-\cos^2\alpha_2}}}$$

На первый вопрос
давно можно ответи

$$V_2 = \frac{v_0}{\cos\alpha_2} = \frac{v_0}{\sqrt{1-\sin^2\alpha_2}} = \frac{v_0 \cdot 4}{\sqrt{16-9}} =$$

$$= \frac{4v_0\cancel{4}}{\sqrt{7}}$$

~~$A_{23} =$~~

2) Запишем ЗСЭ

$$\frac{mv_3^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + A_{23}$$

$$A_{23} = \frac{m}{2}\left(v_3^2 - v_2^2\right) =$$

-9500 | 18
-8 | 1,318
-15
-70
64
60

$$= \frac{m}{2}v_0^2\left(\frac{1}{\cos^2\alpha_3} - \frac{1}{\cos^2\alpha_2}\right) =$$

$$= \frac{m}{2}v_0^2\left(\frac{1}{1-\sin^2\alpha_3} - \frac{1}{1-\sin^2\alpha_2}\right) =$$

3 5
×25 · 216
7 9
175 144

175-144 = 31

63·2 = 126

$$= \frac{m}{2}v_0^2\left(\frac{\cancel{1}25}{25-16} - \frac{16}{16-9}\right) =$$

$$= \frac{m}{2}v_0^2\left(\frac{25}{9} - \frac{16}{7}\right) =$$

-31,000 | 126
252 | 0,246
-580
504
-760
756
40

$$= \frac{m}{2}v_0^2\left(\frac{25\cdot7 - 9\cdot16}{63}\right) = \frac{31mv_0^2}{126}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) изменение длины нити за это время

$\sqrt{3}$ 2,5 … 3 2,6 2,6 … 1,05 … 0,56 … 50 … 60,5 … 57 … 666 … 2,7

$\Delta l_{13} = \frac{h}{\cancel{tg\alpha_1}\ \sin\alpha_1} - \frac{h}{\cancel{tg\alpha_3}\ \sin\alpha_3}$

смотри стр 7

$t_{13} = \frac{\Delta l_{13}}{v_0} = \frac{h}{v_c}\left(\frac{\sqrt{1-\sin\alpha_1}}{\sin\alpha_1} \pm \frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha_3}}{\sin\alpha_3}\right)$

из (1)

$- t_{12}\frac{\left(\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1}}{\sin\alpha_1} - \frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha_3}}{\sin\alpha_3}\right)}{\left(\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1}}{\sin\alpha_1} - \frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha_2}}{\sin\alpha_2}\right)} =$

$4,0000 \,|\, 2,7$ … 1,481 … 130 … 108 … 220 … 2,7 … 1,9 … 2,70 | 3 … 24 … 0,9

$= t_{12}\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{1} - \frac{\sqrt{7}}{3}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{1} - \frac{\sqrt{7}}{3}}\right) = t_{12}\frac{1,7-0,75}{1,7-\frac{2,7}{3}} =$

$= t_{12}\frac{0,95}{0,8} = \frac{95}{8}t_{12}$

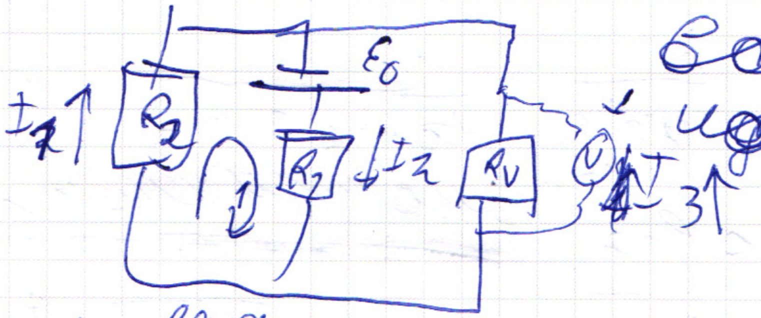
Ответ: 1) $v_1 = \frac{4v_0}{\sqrt{7}} = 1,481 v_0$ 2) $A_{23} = \frac{31 m v_0^2}{128} = 0,24$
$= 0,246 m v_0^2$ 3) $t_{13} = t_{12}\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{1} - \sqrt{7} - \frac{3}{4}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}/3}\right) = 1,18 \cdot t_{12}$

№4

1) если $B = const$, то

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt} = 0$$

искомая схема это такой



вольтметр идеальный

правила Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_2 = I_1 + I_3 \\ \text{2е правило} \\ 0 = I_1 R_2 - I_3 R_V \\ I_1 R_2 + I_2 R_1 = \varepsilon_0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} I_1 R_2 = I_3 R_V \rightarrow I_1 = \frac{I_3 R_V}{R_2} \\ I_1 R_2 + (I_1 + I_3) R_1 = \varepsilon_0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$I_3 R_V + I_3\left(\frac{R_V}{R_2} + 1\right) R_1 = \varepsilon_0$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon_0}{R_V + \left(\frac{R_V}{R_2} + 1\right) R_1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_1 = R_V \cdot I_3 = \mathcal{E}_0\left(\frac{1}{1+\frac{R_1}{R_2}+\frac{R_1}{R_V}}\right) =$$

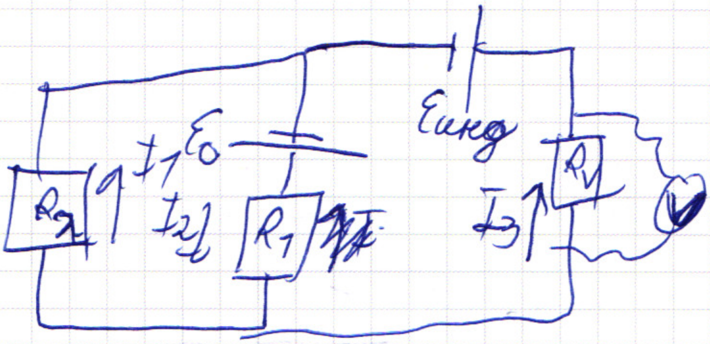
$$= \mathcal{E}_c\left(\frac{1}{1+\frac{R}{3R}+\frac{R}{4R}}\right) = \mathcal{E}_0\frac{12}{12+4+3} =$$

$$= \frac{12}{19}\mathcal{E}_0$$

2) теперь у нас есть $\mathcal{E}_{инд}$, причём т.к оно ~~будет~~ его не будет при обходе по контуру 1, то учесть его нужно в ветке с вольтметром ~~т~~

$$\mathcal{E}_{инд} = -\frac{d\Phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt} = -Sk$$

(нормаль выбираем на нас т.е. от себя, тогда $\mathcal{E}_{инд}$ - - по часовой



Отлив запише правила кирхгофа

$$\begin{cases} I_2 = I_1 + I_3 \rightarrow \cancel{I_2 = 1} \\ R_2 I_1 + I_2 R_1 = \varepsilon_0 \\ I_1 R_2 - I_3 R_V = \varepsilon_{инд} \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} \cancel{R}\cdot I_1(R_2 + R_1) + R_1 I_3 = \varepsilon_0 \\ I_1 R_2 - I_3 R_V = \varepsilon_{инд} \end{cases}$$

$\varepsilon_0 - R_1$

$$\cancel{\frac{\varepsilon_0 - R_1 I_3}{R_2 + R_1} R_2 - I_3}$$

$$I_1 R_2 - \frac{\varepsilon_0 - I_1(R_2 + R_1)}{R_1} \cdot R_V = \varepsilon_{инд}$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon_{инд} + \varepsilon_0 \frac{R_V}{R_1}}{R_2 + R_V + \frac{R_2}{R_1} R_V} =$$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$= \varepsilon_0 \frac{R_V}{R_1} - Sk$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{\varepsilon_0 - R_1 I_3}{R_2 + R_1} = I_1 \\ I_1 R_2 - I_3 R_V = \varepsilon_{инд} \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\varepsilon_0 R_2}{R_2 + R_1} - \frac{R_2 R_1 I_3}{R_2 + R_1} - I_3 R_V = \varepsilon_{инд}$$

$$\downarrow$$

$$I_3 = \frac{\frac{\varepsilon_C R_2}{R_2 + R_1} - \varepsilon_{инд}}{\frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1} + R_V}$$

$$V_2 = I_3 \cdot R_V = \frac{\frac{\varepsilon_C R_2}{R_2 + R_1} + kS}{\frac{R_2 R_1}{R_V (R_2 + R_1)} + 1} =$$

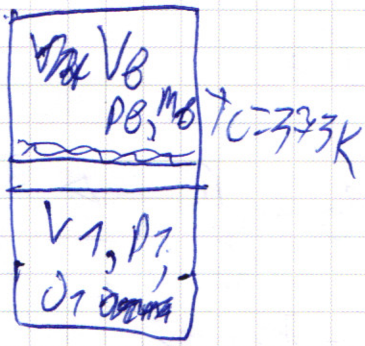
$$= \frac{\frac{3}{4}\varepsilon_0 + kS}{\frac{3}{4 \cdot 4} + 1} = \frac{4(3\varepsilon_C + 4kS)}{\cancel{14}19}$$

Ответ: 1) $V_1 = \frac{12}{19}\varepsilon_0$ ~~$\approx 0{,}6\varepsilon_0$~~

2) $V_2 = \frac{4(3\varepsilon_0 + 4kS)}{19}$ ~~$\approx 0{,}6\varepsilon_0 + 0{,}8kS$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2 В начале



т.к вверху нижняя ~~воды~~ → там насыщ. пар

$p_в = p_{н.п}(373K) = p_0$

т.к это т кипения воды

Ур-ие Менделеева Клапейрона: ($m_в$ – масса газообр. воды)

(1) $p_в V_в = \frac{m_в}{\mu} R T_0$

(2) $p_1 V_1 = \nu_1 R T_0$

условие равновесия:

$p_1 = p_в + \Delta p$

от поршня

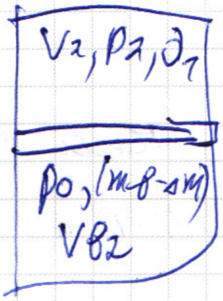
$p_1 = p_c + \frac{p_c}{6} = \frac{7}{6} p_0$

После переворота если бы не мы предположим, что в сосуде с водой выпала в осадок ещё вода массой Δm, тогда пар останется насыщенным и его давление

Всё ещё p_0

Перевернули

в верхнем сосуде не изменилось



усл равновесия:

$$p_0 = \Delta p + p_2$$

$$p_2 = p_0 - \frac{p_0}{6} = \frac{5}{6} p_0$$

ур менд.-клап:

$$p_2 V_2 = \nu_1 R T_0$$

$$p_0 V_{в_2} = \frac{m_в - \Delta m}{\mu} R T_0$$

↓ из (1)

$$p_2 V_2 = p_1 V_1$$

$$\frac{4}{6} p_0 V_1 = \frac{5}{6} p_0 V_2 \rightarrow V_2 = \frac{4}{5} V_1$$

т.к $V_2 + V_{в_2} = V_1 + V_в \rightarrow V_{в_2} = V_в$

$- \frac{2}{5} V_1$

из (2):

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} p_0\left(V_0 - \frac{3}{5}V_1\right) = \left(\frac{m_0}{\mu} - \frac{\Delta m}{\mu}\right)RT_0 \\ p_0 V_0 = \frac{m_0}{\mu}RT_0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{2}{5}V_1 p_0 = \frac{\Delta m}{\mu}RT_0$$

$$\downarrow$$

$$\Delta m = \frac{2V_1 p_0 \mu}{5RT_0} > 0 \rightarrow$$ ~~воо~~ пар действительно остался насыщенным

3) ~~н~~ ΔE – искомое изменение т.к воздух – идеальный газ, то $E = \nu RT$, $\nu = const$, $T = const \rightarrow \Delta E_{возд} = 0$

Изменение энергии воды происходит за счёт конденсации воды (энергия парообразования части так-же не меняется)

↓

$\Delta E_в = -L\cdot\Delta m$ (энергия уменьшилась)

↓

$\Delta E = E_к - E_0 = -L\Delta m = -L\frac{2V_1p_0M}{5RT_0}$

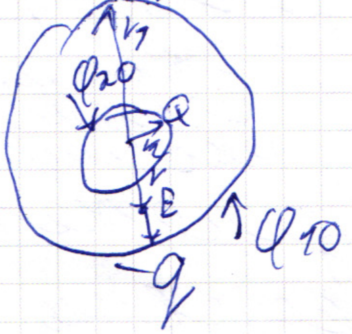
↑ конечная энергии ↖ начальная энерги

Ответ: 1) $V_2 = \frac{7}{5}V_1$

2) $\Delta m = \frac{2V_1p_0M}{RT_0}$ 3) $\Delta E = -\frac{L2V_1p_0M}{5RT_0}$

№3

сначала ответим на второй вопрос



запише

объёмная мощность энергии ~~кол~~ поля

$$w = \frac{E^2\cdot\varepsilon_0}{2}$$

тогда

$$W_{12} = \int_V \frac{E^2\cdot\varepsilon_0}{2}\cdot dV$$ - энергия поля

поле на расстоянии r от центра между сферами

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$E = \frac{kQ}{r^2}$ (поля от внешней сферы нет)

$\downarrow$

$$W_1 = W_н = \int_{V} \frac{E^2 \varepsilon_0}{2} \cdot dV = \int_{r_2}^{r_1} \frac{E^2 \varepsilon_0}{2} \cdot S \cdot dV$$

(т.к. $E = const$ при $r = const$)

$\downarrow$ $S = 4\pi r^2$

$$W_1 W_н = \int_{r_2}^{r_1} \frac{k^2 Q^2 \cdot 4\pi r^2 \varepsilon_0}{2 r^4} \cdot dV =$$

$$= \frac{k^2 \cdot 4\pi Q^2 \varepsilon_0}{2} \int_{r_2}^{r_1} \frac{1}{r^2} dV =$$

$$= \frac{k^2 4\pi Q^2 \varepsilon_0}{2} \cdot \left(-\frac{1}{r}\right) \Bigg|_{r_2}^{r_1} =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 k^2 4\pi Q^2 (r_1 - r_2)}{2 r_1 r_2} =$$

теперь

$$= \frac{Q^2(r_1 - r_2)}{8\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}$$

теперь найдём ~~энергию~~

~~в~~ суммарную энергию нашей систем W_0

~~W_Q~~ φ_{10} - потенциал внешнего шара

φ_{20} - внутреннего

по принципу суперпозиции

$$W_0 = \frac{\sum\limits_i \varphi_i q_i}{2} \qquad \varphi_{10} = -\frac{kq}{r_1} + \frac{kQ}{r_1} =$$

$$= \frac{k(Q-q)}{r_1}; \quad \varphi_{20} = -\frac{kq}{r_1} + \frac{kQ}{r_2} =$$

$$= \frac{k(Qr_1 - qr_2)}{r_1 r_2}$$

$$W_0 = \frac{\varphi_{10}\cdot(-q) + \varphi_{20}\cdot Q}{2} =$$

$$= \cancel{\frac{kq(q-Q)}{2r_1} + Q} \; \frac{-kqQr_2 + kq^2 r_2 +}{2r_1 r_2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$+\underline{kQ^2r_1 - kQqr_2} = \frac{k}{2r_1r_2}\left(q^2r_2 + Q^2r_1 \cancel{+} - 2Qqr_2\right)$$

теперь замкнём ключ и рассмотрим ситуацию, когда ток перестанет течь

$\varphi_{1к}$ – ~~ко~~потенциал внешней.

$\varphi_{2к}$ – внутрена

заряд q_1 – на внеш шаре.

на внутренней остался Q, т.к. он изолирован (по ЗСЗ)

по принципу суперпозиции

$$\varphi_{1к} = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{k\cancel{q_0}Q}{r_1}$$

$$\varphi_{2к} = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kQ}{r_2}$$

т.к ток уже не течёт,
то φ_{1k} равен потенциалу
земли
т.е. $\varphi_{1k} = 0$

↓

$$\frac{k(q_1+Q)}{r_1} = 0 \to \boxed{q_1 = -Q}$$

тогда

$$\varphi_{2k} = \frac{kQ(r_1-r_2)}{r_1 r_2}$$

найдём конечную энергию системы

$$W_k = \sum_i \frac{\varphi_i q_i}{2} = \frac{\varphi_{1k}\cdot q_1 + \varphi_{2k}\cdot Q}{2} =$$

$$= \frac{\varphi_{2k}\cdot Q}{2} = \frac{kQ^2(r_1-r_2)}{2r_1r_2}$$

Запишем ЗСЭ

$$W_0 = W + W_k$$

↙

$$u = W_0 - W_k = \frac{k}{2r_1r_2}\Big(q^2 r_2 + Q^2 r_1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-2Qqr_2 - Q^2(r_1-r_2)\Big) =$$

$$= \frac{k}{2r_1r_2}\left(q^2r_2 + Q^2\cancel{q}r_2 - 2Qqr_2\right) =$$

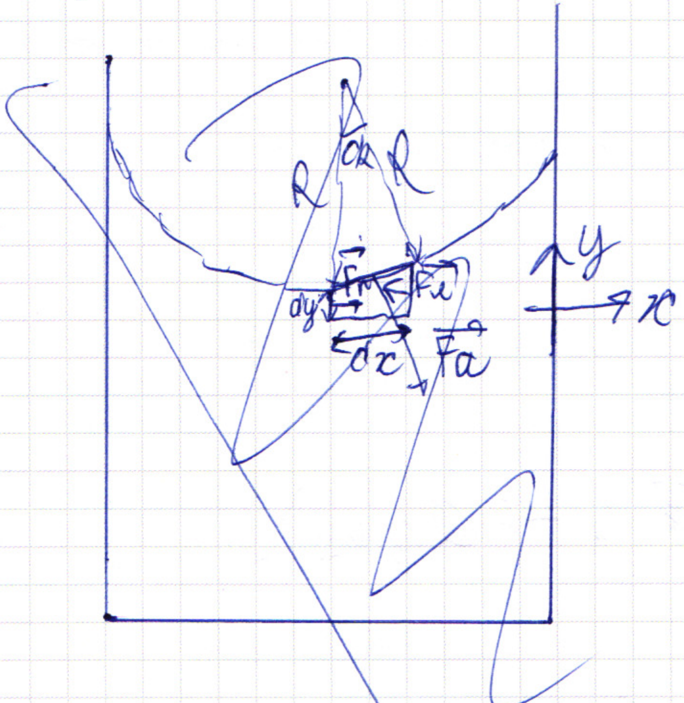
$$= \frac{k(q^2+Q^2-2Qq)}{2r_1} = \frac{k(q-Q)^2}{2r_1}$$

Ответ: 1) $q_1 = -Q$ 2) $\cancel{q_2}$ $W_1 =$

$$= \frac{Q^2(r_1-r_2)}{8\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}$$

3) $W = \dfrac{k(q-Q)^2}{2r_1}$

№5



рассмотри кусочек воды вблизи оси симметрии на расстоянии r от неё, R – радиус r→0 кривизны

запишем 2з-н ньютона в пр-ии на ось x, ~~y~~

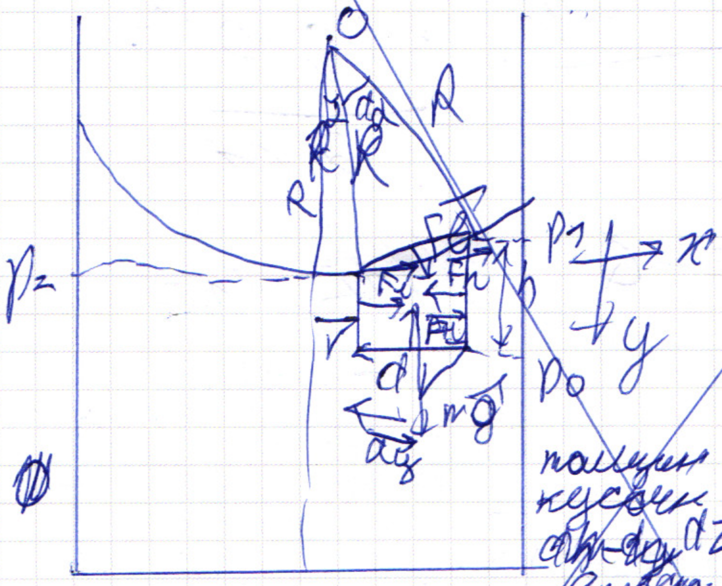
её ширина dr

$r = R\cdot\sin\alpha$

$dr = R\cdot\cos\alpha\, d\alpha$

$dr << r$

$m\vec{a_y} = \vec{F_n} + \vec{F_ц} + \vec{F_в} + \vec{F_н}$



положим кусочек ~~dh-dy~~ dz – в плоскости рисунка

$a_y = \omega^2\cdot r$ т.к. $dr << r$

p_0, p_1, p_2 – давления на указанных уровнях

$p_2 = p_0 + \rho g h$

$p_1 = p_0 + \rho g(h - R\sin\alpha)$

dm ~~[illegible]~~ = r

$x: -m\omega^2\cdot r = F_ц - F_n + F_в\cdot\sin\alpha$

($dr << r$, поэтому хорда окружности почти совпадает с её дугой

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

y: $0 = dm\,g + F_в \cdot \cos\alpha - F_н$

заметим, что $F_в = p_a \cdot R d\alpha \cdot dz$

$F_л = dz \cdot (h - R d\alpha \sin\alpha) \cdot \frac{p_0 + p_1}{2}$

$F_п = dz\, h \cdot \frac{p_0 + p_1}{2}$

$F_н = dr \cdot dz \cdot p_0$

заметим, что т.к α - мал, то $\sin\alpha \approx \alpha$

x: $-w^2 \cdot R\alpha \cdot dm = dz \cdot (h - R\alpha d\alpha)\left(p_0 - \rho g \frac{h - R\alpha d\alpha}{2}\right) - dz\,h\left(p_0 - \rho g \frac{h}{2}\right) + p_a \cdot R\alpha d\alpha \cdot dz$; $dm = h R\cos\alpha d\alpha \cdot dz\,\rho$

y: $0 = hR\cancel{\cos\alpha d\alpha}\,g\rho + p_a \cancel{R d\alpha \cos\alpha} - p_0 \cdot \cancel{R\cos\alpha d\alpha}$

$\Downarrow$

$p_a = p_0 - \rho g h$

~~$x: -\omega^2 R^2 \rho h \cos\alpha\, \alpha\, d\alpha = p_0 h - \frac{\rho g h^2}{2} +$~~

~~$+ \frac{\rho g h}{2} R \alpha\, d\alpha - p_0 R \alpha\, d\alpha + \frac{\rho g h}{2} R \alpha\, d\alpha +$~~

второй порядок малости

~~$+ \frac{\rho g}{2} R^2 \alpha^2 d\alpha^2 \to 0 \quad - h p_0 + \frac{\rho g h}{2} +$~~

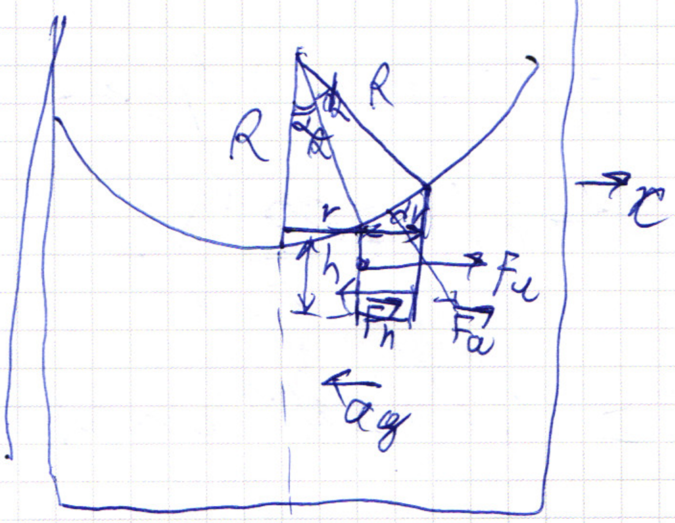
~~$+ p_0 R \alpha\, d\alpha - \rho g h R \alpha\, d\alpha$~~

$\Downarrow$

~~$+\omega^2 R^2 \rho h \cos\alpha\, \alpha\, d\alpha =$~~

~~$= -p_0 R$~~

Рассмотри кусочек жидкости, на котоый у поверхнои давление p_0 - -атмосферно & 2-з-н Ньютона на ось x:



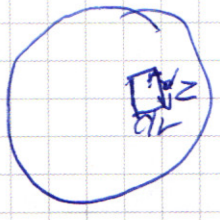
$x:$

$-ma_ц = F_a \cdot \sin\alpha +$
$+ F_{n\alpha} - F_n$

$r = R \cdot \sin\alpha;$

R - радиус кривизны

сверху (dz - толщина) $dr = R \cos\alpha\, d\alpha$ - - ширина рассматриваемого куска



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin\alpha \approx \alpha$ т.к. ~~α~~ мал $\alpha \to 0$

$d\alpha \ll \alpha$

$\overset{\alpha}{V} = R\alpha;\ dV = R\,\cos\alpha\, d\alpha$

$dm = dV\cdot dz\cdot h\rho = \rho R\cos\alpha\, dz\, h\, d\alpha$ — масса кусочка

$F_a = p_0 \cdot dz \cdot R\,\cancel{\cos\alpha}\, d\alpha$

$F_u = dz\,h \cdot \frac{p_0 + (p_0 + \rho g h)}{2} = dz\,h\left(p_0 + \frac{\rho g h}{2}\right)$

$F_n = dz\left(h + R\,d\alpha \cdot \overset{\alpha}{\cancel{\sin\alpha}}\right)\left(\frac{p_0 + (p_0 + \rho g(h + R\alpha d\alpha))}{2}\right) =$

$= dz\Big(h p_0 + p_0 R\alpha d\alpha + \frac{\rho g h\,(h + R\alpha d\alpha)}{2} +$

$+ \frac{R\alpha d\alpha \cdot \rho g(h + R\alpha d\alpha)}{2}$

$x:\ -\overset{a_y}{dV}\,\rho R\cos\alpha\, h\, d\alpha =$

$= p_0 R\alpha d\alpha + h p_0 + \frac{\rho g h^2}{2} - h p_0 - p_0 R\alpha d\alpha -$

$$-\frac{\rho g h^2}{2} - \frac{\rho g h R\alpha d\alpha}{\cancel{2}} - \cancel{\frac{R^2\alpha^2 d\alpha^2\cdot\rho g}{2}} \to 0$$

это величие
2 го порядк
малости т.к $d\alpha \ll \alpha$;
$\alpha\alpha \ll h$

при $\alpha \to 0$ ~~$\cos\alpha = \sqrt{1-\alpha^2}$~~ =

$\approx$ $\cos\alpha \to 1$

$\Downarrow$

$$a_ц \cancel{\rho}\cancel{R}\cancel{h}\cancel{d\alpha} = \cancel{\rho} g \cancel{h}\cancel{R}\alpha\cancel{d\alpha}$$

$\Downarrow$

~~ω^2~~ $a_ц = g\alpha$

$a_ц = \omega^2\cdot r = \omega^2\cdot R\cdot\alpha$

&

$\omega^2\cdot R = g$

&

$$R = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{2,5^2} = \frac{40}{5^2} =$$

~~Д~~п. к ~~зада~~

$$= \frac{8}{5} = 1,6\,м$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

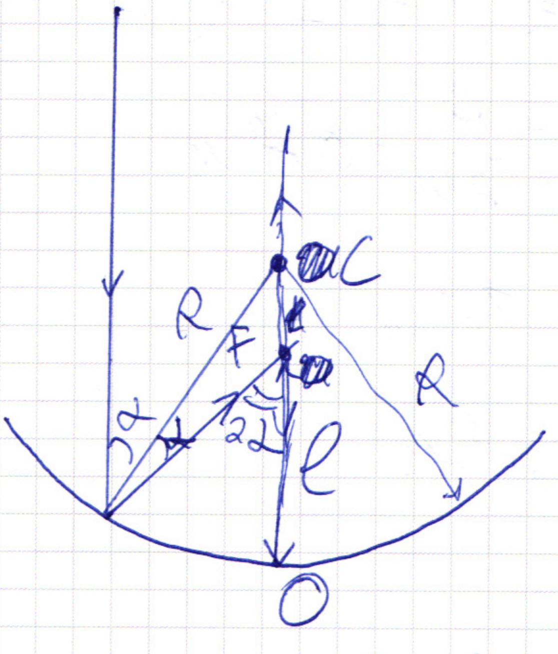
П. 2 задачи соответствует просто отражению в сферическом зеркале радиуса R

Пучок лучей от солнца падает ⊥ дну сосуда, т.к на экваторе в полдень. так-же его можно считать параллельным, т.к расстояние до солнца >> R

~~луч, упавший ⊥~~

Рассмотрим 2 луча

1) падающий по радиусу



Окружности после отражения он изменил направлению, т.к касательная окр-ности ⊥ на радиусу

при отражении кусочек окружности, от которого отражается луч можно рассмотривать как ~~От~~ касательны к окружности в этой точк, тогда угол падения и отраж — между радиусом и лучом

В 2-й луч — падает под произвольным $\alpha \to 0$ к радиусу $\sin\alpha \approx \alpha \approx tg\,\alpha$

Он проходит через т. F, в которой собираются все лучи

$$(R-\ell)\cdot tg\,2\alpha = R\cdot tg\,\alpha$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\cancel{2R-2\ell = R}\ 2\ell = R$$

$$\downarrow$$

$$\ell = \frac{R}{2} = \frac{g}{2w} = 0{,}8\text{ м}$$

Ответ: 1) $R = \frac{g}{\omega^2} = 1{,}6$ м

2) $\ell = \frac{R}{2} = \frac{g}{2\omega^2} = 0{,}8$м

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 продолжение

$$t_{13}=\frac{h}{v_0}\left(\frac{1}{\sin\alpha_1}-\frac{1}{\sin\alpha_3}\right)$$

из (1) части 2 3

$$h\left(\frac{1}{\sin\alpha_1}-\frac{1}{\sin\alpha_2}\right)=v_0t_{12}$$

$$\Downarrow$$

$$t_{13}=t_{12}\frac{\frac{1}{\sin\alpha_1}-\frac{1}{\sin\alpha_3}}{\frac{1}{\sin\alpha_1}-\frac{1}{\sin\alpha_2}}=$$

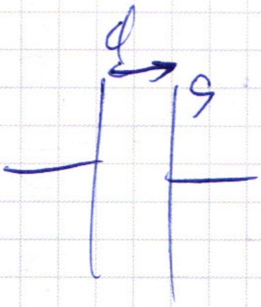
$$=t_{12}\frac{2-\frac{5}{4}}{2-\frac{4}{3}}=\frac{24-15}{24-16}t_{12}=$$

$$=\frac{9}{8}t_{12}$$

Ответ: 1) $v_2 = \frac{4v_0}{\sqrt{7}}$;

2) $A_{23} = \frac{37mv_0^2}{72\,6}$ 3) $t_{13} = t_{12} \cdot \frac{9}{8}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\cancel{E = \frac{Uq}{2} = \frac{q^2}{2C}}$ q·

$a = \cancel{U} = \cancel{d\cdot E} =$

$E_n = \frac{U^2\cdot q}{2} = \frac{E\cdot d\cdot q}{2} = \frac{E^2 S d\varepsilon_0}{2}$

$U = E\cdot d$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{S\varepsilon_0}$

$\cancel{\frac{v}{\cos\alpha} = v_0}$ $v\cdot\cos\alpha = v_0$

$v = \frac{v_0}{\cos\alpha}$

$A_{23} =$ $v_2 = \frac{v_0}{\sqrt{1-\frac{9}{10}}} = \frac{41v_0}{\sqrt{7}}$

$A_{23} = \frac{m v_2^2}{2} - m\frac{v_1^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2}\left(\frac{1}{1-\sin^2\alpha_3} - \frac{1}{1-\sin^2\alpha_2}\right) = \frac{4}{2}\left(\frac{25}{9} - \frac{16}{7}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\times\,\overset{3}{2}45$
4
$1[illegible]5$
-26
9
$24[illegible]$

$1245 - 1484 = [illegible]3$

37

$126 \quad \times 37$
6
186

$\cos\alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\alpha_2 = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\cos\alpha_3 = \frac{3}{5}$

$$\Delta l_1 = \frac{h}{\frac{\cos\alpha_1}{\sin\alpha_1}} - \frac{h}{\frac{\cos\alpha_2}{\sin\alpha_2}}$$

$$t_{12} = \frac{h}{2c}\left(\cancel{\frac{1}{\sin}}\ \frac{4}{\sqrt{7}} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

$$t_{13} = \frac{h}{2c}\left(\frac{1}{\cos\alpha_1} - \frac{1}{\cos\alpha_3}\right) =$$

$$= t_{12}\left(\cancel{\frac{5}{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}}\right)\ \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{5}{3}\Big)$$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)