



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

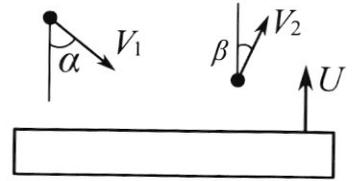
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 8$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{2}$ ) с вертикалью.



1) Найти скорость  $V_2$ .

2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве  $\nu = 3/7$  моль. Начальная температура азота  $T_1 = 300$  К, а кислорода  $T_2 = 500$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

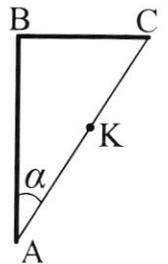
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

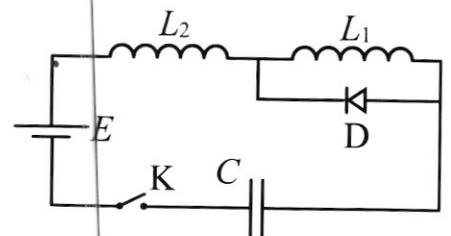
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.

1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 2\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/7$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.



4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 2L$ ,  $L_2 = L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_1$ .

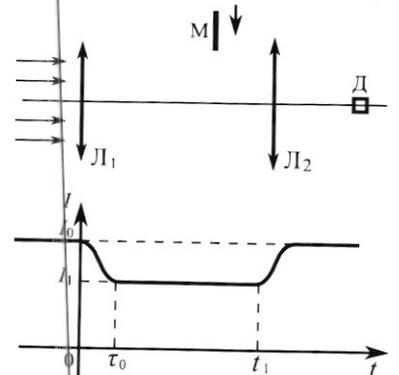


1) Найти период  $T$  этих колебаний.

2) Найти максимальный ток  $I_{M1}$ , текущий через катушку  $L_1$ .

3) Найти максимальный ток  $I_{M2}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусным расстоянием  $F_0$  у каждой. Расстояние между линзами  $3F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $2F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 3I_0/4$ .



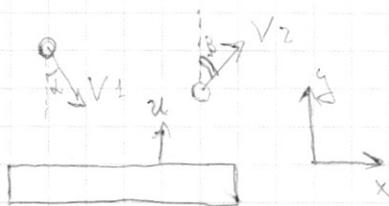
1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.

2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .

Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\Delta \perp$  \* материально гладкой,  $F_{тр} = 0$

1) На шарик в момент удара действует сила реакции опоры\*

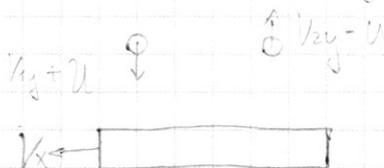
$\vec{N} \perp$  поверхности шара.



2) М.к. на шарик действуют лишь силы по оси  $OY$ , т.е. импульс по  $Ox$  для шарика сохраняется. З.С.У. по  $Ox$ :  $V_1 \sin \alpha m = V_2 \sin \beta m$

$$V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \frac{m}{c} \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 12 \frac{m}{c}$$

3) Перейдем в систему отсчета, движущуюся с  $u$  в  $z$  сторону с  $\vec{V}_x$  ( $V_x = V_1 \sin \alpha$ ):



М.к. удар неупругий, т.е. часть энергии перешла в тепло, значит  $E_{к1} > E_{к2}$ , тогда

$$V_{1y} + u > V_{2y} - u$$

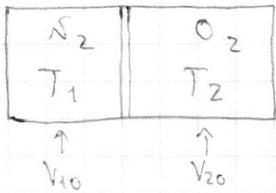
$$2u > V_{2y} - V_{1y}$$

$$u > \frac{1}{2}(V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha)$$

$$u > \frac{1}{2} \left( 12 \frac{m}{c} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} - 8 \frac{m}{c} \sqrt{\frac{3}{4}} \right)$$

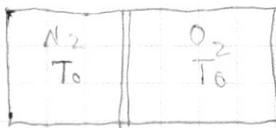
$$u > 3 \frac{m}{c} - \sqrt{3} \frac{m}{c}$$

Ответ: 1)  $12 \frac{m}{c}$  2)  $u > (3 - \sqrt{3}) \frac{m}{c}$



1) П.к. поршень может двигаться без  $F_{тр}$ , т.о. давления  $P_1 = P_2$ , тогда

$$\frac{\nu RT_2}{V_{20}} = \frac{\nu RT_1}{V_{10}} ; \quad \frac{V_{10}}{V_{20}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{300K}{500K} = \frac{3}{5}$$



2) Пусть температура станет  $T_0$ . Соуд теплоизолирован, а при перемещении поршня работа не совершается\*, тогда:

$$\underbrace{\nu_{N_2} + \nu_{O_2}}_{\text{в нач. момент}} = \nu_{\text{конечная}}$$

$$\frac{5}{2} \nu RT_1 + \frac{5}{2} \nu RT_2 = \frac{5}{2} \cdot 2 \nu RT_0$$

$$T_1 + T_2 = 2T_0 ; \quad T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{300K + 500K}{2} = 400K$$

\* В данной изолированной системе энергия может переходить лишь во внутр. энергию газа и кин. энергию поршня, но когда наступит равновесие  $E_{кин. поршня} = 0$ , тогда вся энергия будет во внутр. энергии газа, поэтому  $A = 0$ .

3) З.с.э. для  $N_2$  и  $O_2$ :

$$N_2 : \quad Q_{N_2} = \Delta U_{N_2} + A_1$$

$$O_2 : \quad Q_{O_2} = \Delta U_{O_2} + A_2$$

4) Рассмотрим систему за малое время  $dT$ :

$$dA_1 = P_1 dV_1 ; \quad dA_2 = P_2 dV_2, \quad \text{т.к. } V_0 = \text{const}, \quad \text{то } dV_1 = -dV_2,$$

значит  $dA_1 = -dA_2$  в  $\forall$  момент времени, тогда

$$A_1 = -A_2 ; \quad \text{и т.д.}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

5)  $dA_1 = p_1 dV_1 = \nu R dT_1$ , тогда  $A_1 = \nu R \Delta T_1$ , где  $\nu$  — количество (из п. 3 задачи):

$$\begin{cases} Q_{N2} = \Delta U_{N2} + \nu R \Delta T_1 & -Q_{O2} = \frac{5}{2} \nu R \Delta T_1 + \nu R \Delta T_1 \\ Q_{O2} = \Delta U_{O2} + A_2 & -Q_{O2} = \frac{7}{2} \nu R \Delta T_2 \end{cases}$$

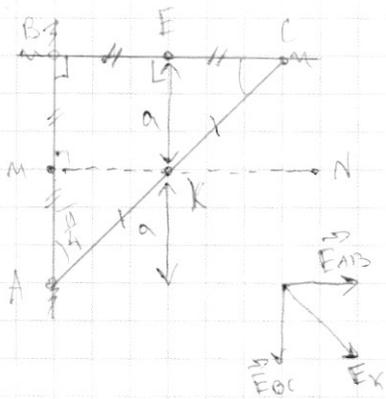
$$Q = Q_{N2} + Q_{O2} = 0 \Rightarrow$$

6)  $Q_{N2} > 0$ , т.к.  $\nu R \Delta T_1 > 0$  в том же направлении, что

$$\text{или } Q_1 = \frac{4}{3} \nu R \Delta T = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 100 \text{ К} \approx 1250 \text{ Дж}$$

Итого: 1)  $\frac{\nu_{O2}}{\nu_{N2}} = \frac{5}{3}$     2)  $T_K = 400 \text{ К}$     3)  $Q_1 = 1250 \text{ Дж}$

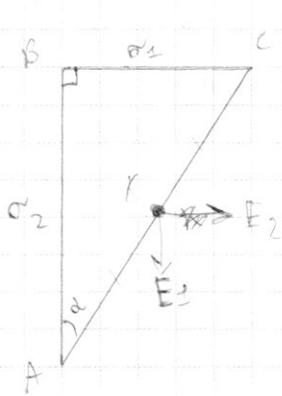
§3



1) Пусть пластины BC создает в (K) поле  $E_{BC}$ . (K) симметрична относительно обеих пластин, значит обе пластины будут создавать в ней равное по модулю поле  $E_{AB}$ .

2) (K) симметрична отн. прямой MN — средний перпендикуляр к AB, значит компоненты поля, не  $\uparrow \uparrow MN$  будут отсутствовать на MN, значит  $E_{AB} \uparrow \uparrow MN$  в (K). Аналогично  $E_{BC} \parallel EK$  в (K).

3)  $|E_{AB}| = |E_{BC}|$ ;  $|E_K| = |E_{AB} + E_{BC}| = \sqrt{2} E_{BC} \Rightarrow \frac{E_K}{E_{BC}} = \sqrt{2}$ .



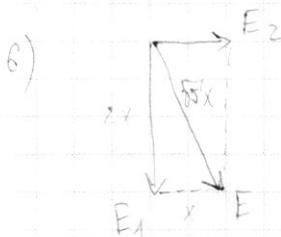
$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

§3 (продолжение)

4) \* Плоскости бесконечны в м.  $\perp$  м. рисунка, тогда в ( $\infty$ )  $\perp$  сечении  $\perp$  пластинам будут отсутствовать компоненты поля  $\vec{E}$ , не лежащие в м. сечении, т.е.  $\vec{E}$  будет лежать в м. сечении.

5) Поле бесконечной пл.  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} ; E_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} ; E_1 = 2E_2$$

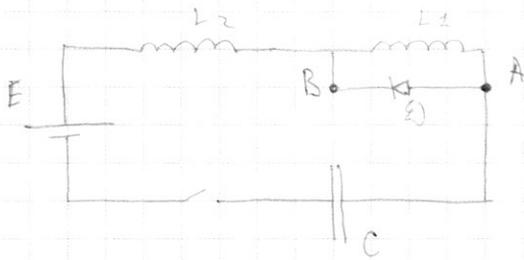


$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{5} E_2 = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5} \cdot \sigma}{2\epsilon_0}$$

ответ: 1) в  $\sqrt{2}$  раз;

2)  $E = \frac{\sqrt{5}}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ;

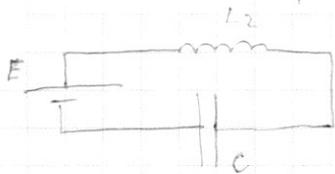
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№ 4

1) П.к. диод идеален, т.о. в промежуток времени, когда  $I_{AB} > 0$  диод открыт, и ток через  $L_1$  равен 0, а когда  $I_{AB} < 0$  диод закрыт.

2) Рассмотрим случай, когда  $I_{AB} > 0$ :

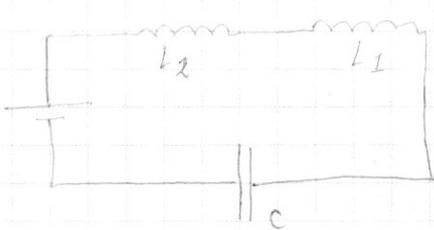


диод можно заменить на проводник

$$\omega_1' = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} ; T_1' = 2\pi \sqrt{L_2 C}$$

Ток будет больше 0 время  $T_1 = \frac{T_1'}{2} = \pi \sqrt{L_2 C}$

3)  $I_{AB} < 0$ :



диод закрыт  $\Rightarrow$  его можно убрать

$$\omega_2' = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2) C}} ; T_2' = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2) C}$$

Ток будет < 0 время  $T_2 = \frac{T_2'}{2} = \pi \sqrt{(L_1 + L_2) C}$

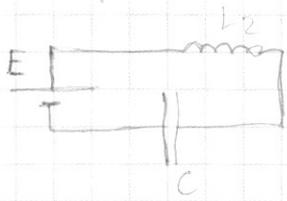
$$4) T = T_1 + T_2 = \pi \sqrt{C} (\sqrt{L_2} + \sqrt{L_1 + L_2})$$

~~5) Найти уравнение колебаний, когда  $I_{AB} > 0$ :~~

~~$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \ddot{q} L_2 = \varepsilon ; q(t) = q_0 \cos(\omega_1 t) + \frac{I_0}{\omega_1} \sin(\omega_1 t)$$~~

~~дальше  $I_{AB} < 0$~~

5) Случай, когда  $I_{AB} > 0$ :



Макс  $I_{L2} = \max$ , когда  $\dot{Q} = 0$ , значит  $U_{L2} = 0$ , тогда  $U_C = E$

Найдём ур-е колебаний:

$$Q(t) = EC(1 - \cos(\omega_1 t)) \quad (1)$$

$$\ddot{Q}L + Q/C = E;$$

$$L \cdot (-EC \cdot \omega_1^2 \cdot (-\cos(\omega_1 t))) + \frac{1}{C}(EC(1 - \cos(\omega_1 t))) = E$$

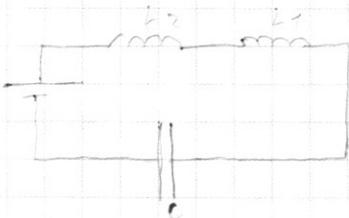
$$+ LC \omega_1^2 L \cos(\omega_1 t) = \cos(\omega_1 t) \cdot E$$

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} - \text{верно, значит ур-е (1) верно.}$$

$$I_1(t) = \dot{Q}(t) = \sin(\omega_1 t) \cdot EC \omega_1$$

$$I_{1\max} = EC \omega_1 = \frac{EC}{\sqrt{LC}} = E \sqrt{\frac{C}{L}} = I_{2L1} \quad \begin{matrix} \text{в это время} \\ I_{L2} = 0 \end{matrix}$$

6) Случай, когда  $I_{AB} < 0$ :



$$Q(t) = EC(1 - \cos(\omega_2 t))$$

$$I_2(t) = \dot{Q}(t) = \sin(\omega_2 t) \cdot EC \omega_2$$

$$I_{2\max} = EC \cdot \frac{1}{\sqrt{(L1+L2)C}} = E \sqrt{\frac{C}{L1+L2}} = I_{L1} = I_{L2}$$

7)  $I_{1\max} > I_{2\max}$ , значит  $I_{L2\max} = I_{1\max} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$

$$I_{L1\max} = I_{2\max} = E \sqrt{\frac{C}{L1+L2}}$$





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

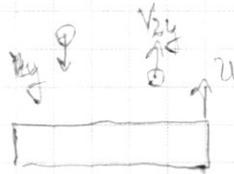
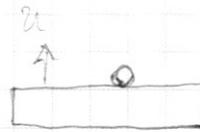
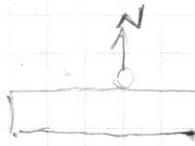
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$m u + m v_1 \cos \alpha = m u + m v_2 \cos \beta$$

$$m v_1 \cos \alpha = p + m v_2 \cos \beta$$

$$p = N dt$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

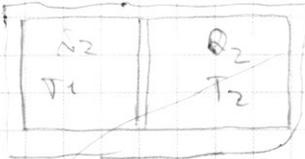


$$m v_2 + m u = m v_2 + m u$$

u

v?

$$\lambda = \frac{3}{4} m a u$$



$$dA = p dV$$

$$dA_1 = dA_2 = -dA_1$$

$$-Q_{O_2} = \Delta U_{O_2} + A_1$$

$$+Q_{O_2} = \Delta U_{O_2} + A - A_1$$

$$Q_{O_2} = \Delta U_{O_2} + Q_{O_2} - \Delta U_{O_2}$$

$$\frac{7}{2} \nu R \Delta T = \frac{5}{2} i k a T$$

$$\nu R T$$

$$\frac{7}{2} \nu R a T$$

$$\frac{5}{2} \nu V_1 = \nu R T_1$$

$$\frac{5}{2} \nu V_2 = \nu R T_2$$

$$p dV_1 = \nu R dT_1$$

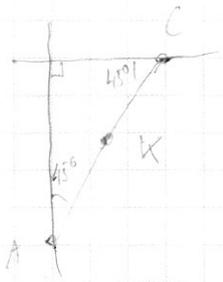
$$dA_1 = \frac{p}{i} dV_1$$

$$dQ_1 = dA_1 + dU_1$$

$$dQ_1 = p dV_1 + \frac{5}{2} p dV_1$$

$$dQ_1 = \frac{7}{2} p dV_1 = \frac{7}{2} \nu R dT_1$$

53

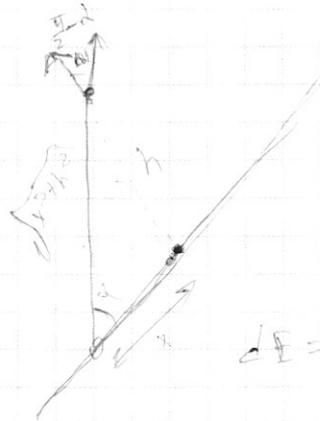
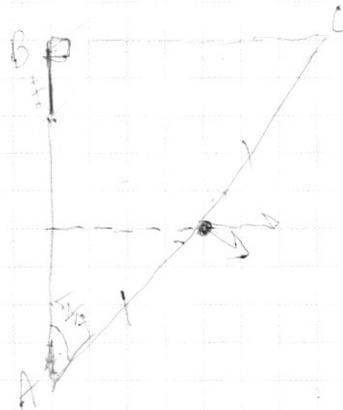


EA



$$E \cdot 2s = \frac{R}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{R}{2s \varepsilon_0}$$



$$ds = dl \sin \alpha$$

$$dE = k \frac{d^2}{R^2} = k \frac{d^2}{x^2 + h^2}$$

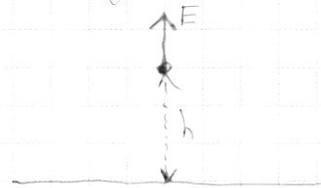
$$dE_x = k \frac{dY P}{x^2 + h^2} \sin \alpha$$

$$dEA = dF_x = k \frac{dY P}{x^2 + h^2} \sin \alpha = \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$dE_x =$$

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} k \frac{dY P h}{(x^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x^2 + h^2)^{3/2}} dx = \frac{2}{h^2}$$



$$\frac{R}{c} = E$$

$$\ddot{Q}L + Qc = E$$

$$L(-R_0 \omega_1^2 \cos(\omega_1 t)) + \frac{E}{c} \cos(\omega_1 t) = E$$

$$Q(t) = R_0 \cos(\omega_1 t) + E/c \quad \ddot{Q} = -R_0 \omega_1^2 \cos(\omega_1 t)$$

$$Q(t) = -\frac{E}{c} + \cos(\omega_1 t) + \frac{E}{c}$$

$$= \frac{E}{c} (1 - \cos(\omega_1 t))$$

$$Q(0) = R_0$$

$$Q(0) = R_0 + \frac{E}{c} = \frac{E}{c}$$

$$R_0 = -\frac{E}{c}$$

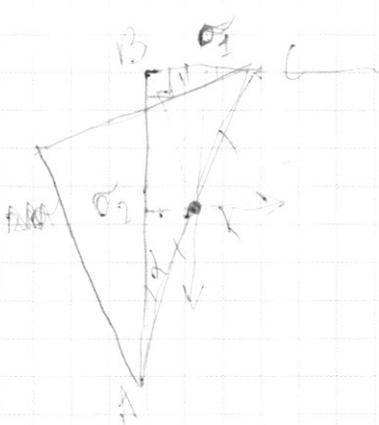
$$+ 2 \frac{E}{c} \omega_1^2 \cos(\omega_1 t) + E - \cos(\omega_1 t) \frac{E}{c} = E \quad \frac{1}{c} \omega_1^2 = 1$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q(t) = \frac{EC}{C} - \frac{EC}{C} \cos(\omega t) \quad Q'(t) =$$

$$Q''(t) = -\frac{EC}{C} \cdot (-\omega^2) \cdot \cos(\omega t)$$

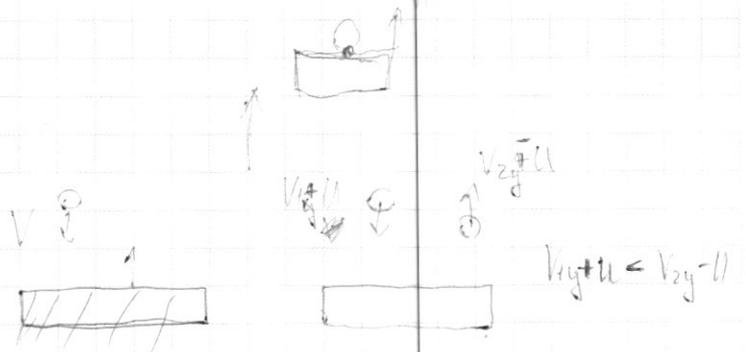
$$EC \cdot \frac{1}{C} \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t) + E - E \cos(\omega t) = E$$



$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{1}{2}$$

$$P = m (v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha) =$$

$$= m \left( v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \beta - v_1 \cos \alpha \right)$$





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)